

Medición de Ángulos de Inclinación por Medio de Fusión Sensorial Aplicando Filtro de Kalman

Pozo D. *; Sotomayor N. *; Rosero J. *; Morales L. *

*Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
e-mail: (david.pozo; nelson.sotomayo; jorge.rosero; luis.moralesec)@epn.edu.ec

Resumen: Con el fin de obtener medidas angulares con el mínimo error y desviación posible se establece la fusión sensorial mediante el uso del Filtro de Kalman de las señales del acelerómetro y el giroscopio para un sistema en reposo sometido a perturbaciones (vibraciones). Finalmente el algoritmo es implementado en una plataforma que se basa en un microcontrolador dsPIC30F4011 que permite medir ángulos de inclinación en cabeceo y alabeo. Además en este documento se presenta una metodología que permite entender el manejo de los sensores inerciales (acelerómetro y giroscopio), así como también se da a conocer sus principales características y los problemas inherentes a su funcionamiento.

Palabras clave: Giroscopio, acelerómetro, Filtro Kalman, fusión sensorial, cabeceo, alabeo, IMU.

Abstract: In order to obtain the minimum error and deviation of an angular measurement, is established sensory fusion using the Kalman Filter between the accelerometer and the gyroscope signals for a stationary system under disturbances (vibrations). Finally, the algorithm is implemented on a platform that is based on a microcontroller dsPIC30F4011 to measure angles in roll and pitch. Additionally, this paper presents a methodology that enables a better understanding of the management of inertial sensors (accelerometer and gyroscope) and also discloses its main characteristics and problems inherent in their operation.

Keywords: Gyroscope, accelerometer, Kalman Filter, sensor fusion, pitch, roll, IMU.

1. INTRODUCCION

Desde hace algunos años la industria de los sensores inerciales [1] ha ido creciendo debido al bajo coste que estos representan, bajo consumo de energía y al nivel de miniaturización al que se está llegando. En la actualidad el ámbito de uso de los sensores inerciales es muy amplio, cada día se presentan innovadoras propuestas y aplicaciones para su uso (Fig. 1), tanto así que estos sensores se encuentran presentes en dispositivos tan comunes para las personas como los celulares y sistemas de entretenimiento, en sistemas de seguridad automotriz como por ejemplo liberación del airbag, control de cinturones de seguridad, suspensión activa y control de tracción, en sistemas de estabilización de plataformas para video cámaras, en aplicaciones para realidad virtual y en sistemas de monitoreo de impacto como los existentes en dispositivos de almacenamiento de memoria (discos duros) [2].

Las áreas de investigación en las cuales se está trabajando están ligadas especialmente a sistemas de análisis de movimiento como el presentado en [3], donde los sensores inerciales son usados para el rastreo peatonal (caminata), además existen otros sistemas donde los investigadores se

han enfocado en el estudio y análisis del movimiento del cuerpo humano [4],[5] o sólo en las extremidades superiores [6], en base a una serie de sensores inerciales ubicados de manera estratégica sobre una persona.

Por otra parte la utilización de sensores inerciales está presente en sistemas de posicionamiento y navegación [7] en ambientes tanto internos [8] como externos, siendo éstos últimos objeto de investigación especialmente en el campo militar y de seguridad con el uso de los así llamados UAV's (Unmanned Aerial Vehicle) [9].

Si bien los sensores inerciales se utilizan en varias aplicaciones, éstos presentan una serie de errores en sus medidas debido principalmente a su construcción [10], ya que mientras la miniaturización va en incremento (MEMS, *Microelectromechanical Systems*), su desempeño puede verse disminuido. Es por esta razón que los sensores inerciales se utilizan junto a métodos y algoritmos que permiten obtener medidas fiables ya sean éstas de posición angular, desplazamiento, velocidad lineal, velocidad angular o aceleración [5],[6],[8],[11].

Uno de los métodos usados con mayor frecuencia para corregir errores de desviación en el tiempo en medidas inerciales es el denominado Filtro de Kalman [12].

En muchas ocasiones las técnicas presentadas en trabajos previos sobre aplicaciones del Filtro de Kalman a fusión sensorial resultan un tanto complejas ya que involucran la utilización de técnicas adicionales al FK aumentando la dificultad para el entendimiento del comportamiento del Filtro, es por tal motivo que en el presente trabajo se muestra una introducción a la fusión sensorial entre acelerómetro y giroscopio con el fin de obtener una medida angular de fácil implementación base a la utilización del Filtro de Kalman.

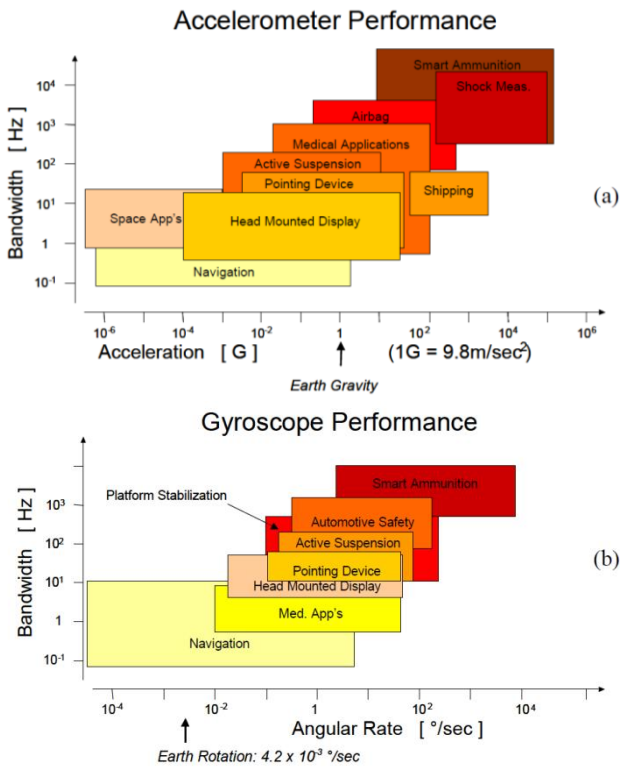


Figura 1. Desempeño requerido para sensores inerciales según la aplicación. a) Acelerómetro b) Giroscopio, tomado de [2]

1.1 Giroscopio

Es un sensor inercial que mide velocidad de rotación sobre su propio eje (velocidad angular). La manera como el giroscopio logra medir este movimiento rotacional puede ser mediante dos principios básicos: Vibratorios y Ópticos como se menciona y trata en [1], [10], [13], [14].

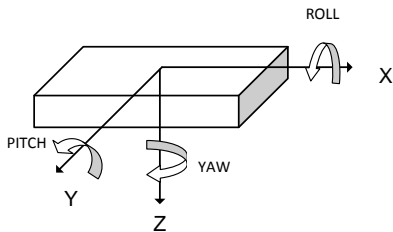


Figura 2. Esquema de un giroscopio de 3 ejes.

La resolución, la deriva, la salida en estado estacionario y el factor de escala son características que definen el desempeño

del giroscopio. La resolución del sensor está definida por el ruido blanco y está expresada en términos de la desviación estándar o velocidad de rotación equivalente por la raíz cuadrada del ancho de banda. $[(^{\circ}/s)/\sqrt{Hz}]$ o $(^{\circ}/h)/\sqrt{Hz}$, el denominado “angle random walk” puede ser usado también con este fin $[^{\circ}/\sqrt{h}]$. La pequeña variación en la medida del sensor en estado estacionario (sin rotación) define la deriva a corto o largo plazo y está expresada en $^{\circ}/s$ o $^{\circ}/h$. El factor de escala se define como el rango de cambio en la señal de salida por unidad de cambio en la velocidad de rotación y está expresada en $V/(^{\circ}/s)$. El último factor a ser tomado en cuenta es el ZRO (zero – rate output) o salida en estado estacionario, el mismo que representa la salida del dispositivo en ausencia de velocidad de rotación sobre su eje. En la ausencia de rotación, la señal de salida de un giroscopio está afectada por el ruido blanco y la deriva [10].

En general los giroscopios pueden ser clasificados según su desempeño en tres grandes grupos como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Clasificación Giroscopios, tomada de [10]

Parameter	Rate Grade	Tactical grade	Inertial Grade
Angle Random Walk	>0.5	0.5 – 0.05	<0.001
Bias Drift, $^{\circ}/h$	10 - 1000	0.1 - 10	<0.01
Scale factor Accuracy, %	0.1 - 1	0.01 – 0.1	<0.001
Full Scale Range ($^{\circ}/s$)	50 – 1000	> 500	>400
Bandwidth, Hz	>70	~ 100	~ 100

Si se desea obtener posición angular (orientación) con respecto a un ángulo inicial conocido es necesario realizar un proceso de integración en el tiempo de la velocidad angular dada por el sensor. Hay que tomar en cuenta la variación de ángulo en intervalos cortos de tiempo como se muestra en la expresión (1).

$$d\theta = \omega * dt(1)$$

Donde:

ω = velocidad angular medida por el giroscopio.

$d\theta$ = ángulo medido.

dt = tiempo de muestreo.

La expresión mostrada en (1) sólo es válida para instantes definidos de tiempo y no indica el ángulo total de giro alcanzado por el sensor sobre un eje debido a un movimiento en un tiempo “t”. Por tanto es necesario realizar un algoritmo de carácter acumulativo en tiempo discreto que permita conocer el ángulo total alcanzado (actitud) en un rango de tiempo $t_0 \rightarrow t_f$ como se muestra a continuación.

$$\theta_k = \theta_{k-1} + \omega_k * dt \quad k = 0,1,2,3 \dots \dots \quad (2)$$

Donde:

$\theta_k = \text{ángulo actual.}$

$\theta_{k-1} = \text{ángulo anterior.}$

$\omega_k = \text{velocidad angular actual.}$

Existen dos inconvenientes en el momento de encontrar la actitud mediante el uso del giroscopio: el primero es la deriva, la misma que es propia del dispositivo y que debido a la recursividad de la expresión (2) provoca que la desviación del valor real en la medida del ángulo vaya incrementándose a lo largo del tiempo; el segundo inconveniente es, la falta de conocimiento de un estado inicial para θ_{k-1} o ángulo inicial de partida, el cual en el presente trabajo será asumido como "0" [1].

1.2 Acelerómetro

Un acelerómetro lineal es un sensor inercial que mide la diferencia total entre la aceleración traslacional y la componente de la aceleración gravitatoria a lo largo de su eje de acción [1]; típicamente tiene como unidad de medida [g], donde $1g = 9,8 m/s^2$. Un acelerómetro incluye una masa suspendida mediante un muelle sobre un marco fijo, donde una fuerza externa producida por una aceleración lineal ocasiona un desplazamiento relativo entre la masa de prueba y el marco, creando al mismo tiempo cambios de tensión sobre el muelle de suspensión. Tanto el desplazamiento relativo como la tensión que sufre el muelle de suspensión al deformarse pueden ser usados para medir una aceleración externa [10], [13]. Por otra parte, físicamente el acelerómetro puede ser modelado por un sistema de segundo orden: masa, amortiguador, muelle como se muestra en la Fig.3, en donde, además de la masa de prueba "M" y la constante de muelle "K" aparece un factor de amortiguamiento D (Disminución progresiva del movimiento del muelle) [10], [15].

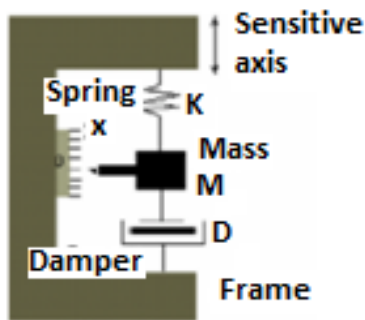


Figura 3. Representación mecánica de un acelerómetro, tomado de [15]

Los acelerómetros típicamente están especificados por su sensibilidad, máximo rango de operación, resolución, frecuencia de respuesta, no linealidad a máxima escala, offset y supervivencia de choque [10],[16],[17]. En la Tabla 2, se muestran parámetros de desempeño para acelerómetros en aplicaciones automotrices y de navegación.

Tabla 2. Especificaciones típicas de acelerómetros según su aplicación, tomada de [10]

Parameter	Automotive	Navigation
Range	$\pm 50g$ (airbag) $\pm 2g$ (vehicle stability system)	$\pm 1g$
Frequency Range	DC – 400Hz	DC – 100Hz
Resolution	$< 100 mg$ (airbag) $< 10mg$ (vehicle stability System)	$< 4\mu g$
Off – axis Sensitivity	$< 5 \%$	$< 0.1\%$
Nonlinearity	$< 2\%$	$< 0.1\%$
Max. Shock in 1msec	2000g	10g
Temperature range	$-40^{\circ}C$ to $85^{\circ}C$	$-40^{\circ}C$ to $85^{\circ}C$
Tc of offset	$< 60mg/^{\circ}C$	$< 50\mu g/^{\circ}C$
Tc of Sensitivity	$< 900ppm/^{\circ}C$	$< \pm 50ppm/^{\circ}C$

Estos sensores son capaces de medir ángulos (cabeceo y alabeo) con mucha precisión en condiciones estáticas, es decir, sin presencia de vibraciones ni aceleración lineal.

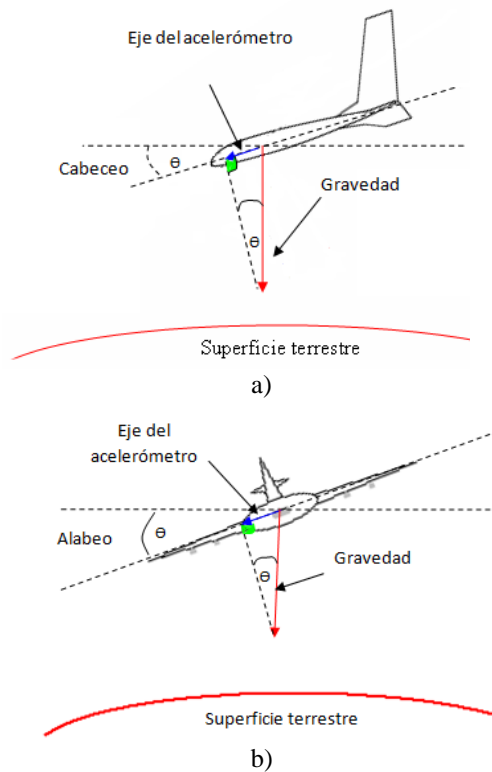


Figura 4. a) Cabeceo con un ángulo theta en sentido anti-horario. b) Alabeo con un ángulo theta en sentido anti-horario.

Si el acelerómetro se encuentra paralelo a la superficie terrestre, entonces los ejes de medición se encuentren perpendiculares a la gravedad, en cuyo caso en estado estacionario no deberían registrar aceleración alguna. Por otra parte si el sensor cambia su inclinación y si se toma en cuenta que no existe aceleración lineal (sistema en reposo), entonces aparecerán componentes de aceleración debido a la gravedad sobre los ejes “X” e “Y” del sensor, como se ilustra en las Figuras 4a y 4b. Para obtener el valor de inclinación en estado estacionario (reposo) se utilizan las expresiones (3) y (4) sobre cada eje, basadas en los ángulos de Euler representados en la Fig. 5.

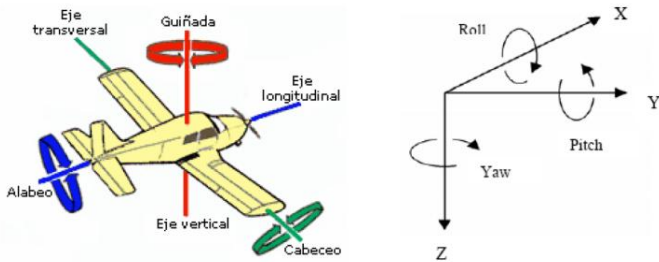


Figura 5. Sistema de Coordenadas y ángulos de Euler asociados [18].

$$Pitch = \sin^{-1} \left(\frac{Ax}{1g} \right) \tag{3}$$

$$Roll = \sin^{-1} \left(\frac{Ay}{1g} \right) \tag{4}$$

donde:

Ax = Componente de la gravedad medida sobre el eje x del acelerómetro

Ay = Componente de la gravedad medida sobre el eje y del acelerómetro

El principal inconveniente al utilizar el acelerómetro para medir ángulos de cabeceo y alabeo es la presencia de perturbaciones (vibraciones) y componentes de aceleración lineal en el caso de existir movimiento traslacional en dirección de cualquiera de sus ejes, portanto, la vibración y la aceleración lineal provocarían que al utilizar las expresiones (3) y (4) se obtengan medidas de ángulo alteradas.

En secciones posteriores se establece el modelo matemático necesario para la medición angular en base a las características del giroscopio y acelerómetro y su posterior implementación con el Filtro de Kalman.

2. FUSIÓN SENSORIAL CON FILTRO DE KALMAN

El FK es un estimador óptimo que puede implementarse de manera sencilla en sistemas de carácter tanto lineal como no lineal, y cuyo procesamiento de datos es de carácter recursivo [19]. El FK realiza un proceso de predicción y otro de corrección mediante la medición y observación de un

grupo de variables presentes en el sistema a tratar, dicho conjunto de variables forman el vector de estados y el observador. El algoritmo para el FK puede dividirse en dos grupos de ecuaciones a utilizarse [20]: las primeras son las ecuaciones que se actualizan en el tiempo o también llamadas de predicción y el segundo grupo se refiere a las ecuaciones de actualización mediante observaciones conocidas también como de corrección. Ambos grupos de Ecuaciones se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Ecuaciones de predicción y Corrección para el Filtro Discreto de Kalman, tomada de [20]

Ecuaciones de predicción	
$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k + w_{k-1}$	(5)
$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q$	(6)
Ecuaciones de actualización	
$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$	(7)
$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$	(8)
$P_k = (I - K_k H)P_k^-$	(9)

donde:

k = 0,1,2,3, *Instantes de tiempo*

\hat{x}_k^- = estado estimado para el instante *k*

\hat{x}_{k-1} = estado en el instante *k - 1*

A = Matriz de realimentación

B = Matriz de entrada

w_{k-1} = Representa el ruido inherente al proceso

P_k⁻ = Matriz estimada de covarianza en el instante *k*

P_{k-1}⁻ = Matriz de covarianza en el instante *k - 1*

Q = Matriz de covarianza de la perturbación del proceso

R = Matriz de covarianza de la perturbación de la observación

K_k = ganancia de Kalman

z_k = medida tomada por el observador

Del grupo de ecuaciones de la Tabla 3, la ecuación (5) representa el modelo de comportamiento del sistema que contiene las variables de estado a ser estimadas. La ecuación (6) representa la estimación de la matriz de covarianza del error. La ecuación (7) representa la denominada ganancia de Kalman “K” que busca minimizar la covarianza del error para la nueva estimación del estado mediante la expresión (9). Finalmente la Ecuación (8) representa la corrección del estado estimado \hat{x}_k^- en base a la ganancia de Kalman y a la innovación en la medida ($z_k - H\hat{x}_k^-$), dando como resultado un estado corregido \hat{x}_k .

La ecuación (10) representa la medición de las variables de estado por parte de un observador externo al sistema representado por la ecuación (5), siendo *v_k* el ruido presente en la medición para cada estado y *H* la variable que define la observabilidad de los estados.

$$z_k = H\hat{x}_k^- + v_k \tag{10}$$

Los vectores w y v son independientes el uno del otro y representan el ruido gaussiano blanco con media cero presente en el proceso y en las observaciones respectivamente. Además estos vectores w y v traen consigo asociadas las matrices de covarianza Q y R respectivamente que en general son diagonales, pudiendo también no serlo.

$$p(w) \sim N(0, Q)$$

$$p(v) \sim N(0, R)$$

En la práctica la matriz de covarianza de la perturbación del proceso Q y la matriz de covarianza de la perturbación de la observación R , pueden variar en el tiempo pero en general pueden ser consideradas como constantes [20], [21].

En el caso de la matriz de la covarianza, la estimación inicial con la cual dará inicio el filtro de Kalman puede ser la matriz identidad, mientras que en el caso de la estimación inicial para el estado, podría asignarse cualquier valor a conveniencia del proceso en donde se esté aplicando el filtro.

En el presente trabajo se ha asumido que el modelo de sistema en estudio es de carácter lineal y que está sometido únicamente a perturbaciones estáticas (vibraciones) más no a aceleraciones de tipo lineal. En el caso que se requiera tratar un modelo de tipo no lineal es necesaria la utilización del Filtro Extendido de Kalman (EKF) como se describe en [20] y una aplicación práctica se puede encontrar en [22].

Con los antecedentes mencionados sobre la medición de ángulos en cabeceo y alabeo en base a la utilización de sensores inerciales, se puede apreciar que tanto el giroscopio como el acelerómetro por sí solos presentan dificultades en el momento de obtener una medida angular.

Tómese como ecuación que describe la evolución del sistema (medida angular) a la expresión (2) más la presencia de deriva en el giroscopio a la que se denominará w_k . De igual manera sea la expresión (10) aquella que representa observaciones sobre el sistema en instantes definidos de tiempo (medidas angulares). Si el ángulo θ representa la variable de estado que se desea corregir entonces se tiene que:

$$\theta_k^- = A * \theta_{k-1} + B * \omega_k * dt + w_{k-1} * dt \quad (11)$$

$$z_k = H * \theta_k^- + v_k \quad (12)$$

donde:

$$A=1$$

$$B=1$$

$$dt = \text{periodo de muestreo [s]}$$

$$\omega_k = u_k = \text{rapidez angular}$$

$$\text{entregada por el giroscopio [°/s o rads/s]}$$

$$\theta_k^- = \text{ángulo estimado [° o rads]}$$

$$z_k = \text{medida angular dada por el acelerómetro [° o rads]}$$

$$w_{k-1} = \text{ZRO (zero rate output) [°/s o rads/s]}$$

Hay que tomar en cuenta que las expresiones (11) y (12) representan las ecuaciones que definen al sistema y al observador respectivamente, expresadas en términos de una sola variable de estado θ , por tanto, debido a que en el presente documento se desea fusionar las medidas en cabeceo y alabeo entre el giroscopio (modelo sistema) y el acelerómetro (observador) es necesaria la inclusión de un modelo que contenga dos variables de estado quedando matricialmente las expresiones de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \theta_k^- \\ \varphi_k^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{k-1} \\ \varphi_{k-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dt & 0 \\ 0 & dt \end{pmatrix} \omega_k + W_{k-1} \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} z1_k \\ z2_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_k^- \\ \varphi_k^- \end{pmatrix} + V_k \quad (14)$$

Donde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} dt & 0 \\ 0 & dt \end{pmatrix}$$

$$W_{k-1} = \begin{pmatrix} \text{ZRO} * dt * \text{rand}(-1,1) \\ \text{ZRO} * dt * \text{rand}(-1,1) \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} V_k = \begin{pmatrix} v_k \\ v_k \end{pmatrix}$$

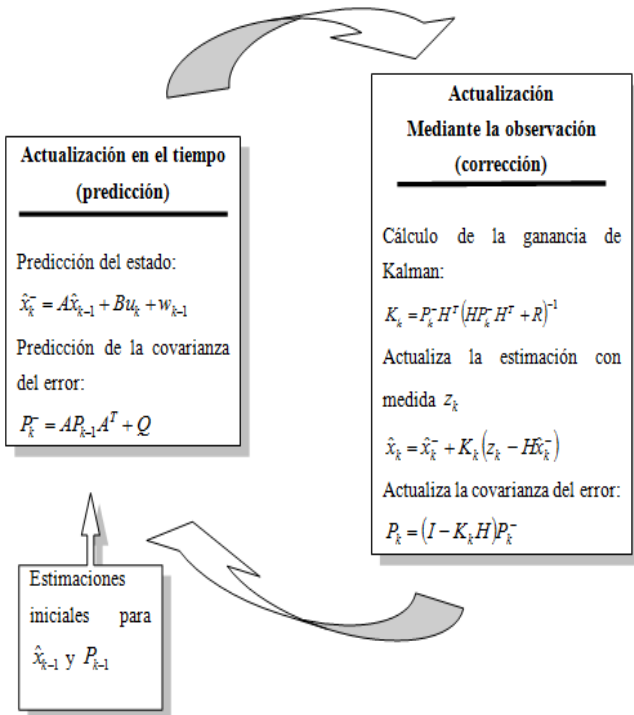


Figura 6. Operación completa del Filtro de Kalman

$$\hat{x}_k^- = \begin{pmatrix} \theta_k^- \\ \varphi_k^- \end{pmatrix} \hat{x}_{k-1} = \begin{pmatrix} \theta_{k-1} \\ \varphi_{k-1} \end{pmatrix} z_k = \begin{pmatrix} z1_k \\ z2_k \end{pmatrix}$$

Además se tiene que:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} v_k^2 & 0 \\ 0 & v_k^2 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} (ZRO * dt)^2 & 0 \\ 0 & (ZRO * dt)^2 \end{pmatrix}$$

Se logra conseguir de esta manera todos los parámetros para realizar la implementación de Filtro de Kalman basado en las expresiones de la Tabla 3.

Siendo R y Q funciones del ruido en la salida en el acelerómetro y ZRO en el giroscopio respectivamente y manteniendo su valor constante a lo largo del tiempo.

Nótese además que, en el caso del sistema propuesto las matrices de covarianzas R y Q son diagonales debido a que se asume que no existe correlación alguna entre las mediciones realizadas para los ángulos de alabeo y cabeceo. Si se conociera que una de las variables tiene influencia sobre la otra, entonces las matrices dejarían de ser diagonales y los elementos con “0” pasarían a tener valores dependientes de la covarianza entre las variables de estado. Q es una matriz que puede ser encontrada en base a modelamiento del comportamiento del sistema en estudio, normalmente es muy complicada de conseguir y muchas veces es colocada entre rangos ya establecidos previamente. Un criterio válido para colocar valores en la matriz Q sería en base a la suposición de que el sistema posee medidas muy fiables, caso en el cual los valores de Q serán pequeños caso contrario si se conoce que el proceso es poco fiable, entonces Q contendrá valores altos.

El término w_{k-1} en muchas ocasiones es despreciado en el momento de la implementación práctica ya que al representar el ruido en el proceso o sistema modelado es implícito a su comportamiento. Por otra parte, si se desea realizar una simulación del sistema modelado, el término w_{k-1} resulta de vital importancia ya que permite al algoritmo conocer que perturbaciones pueden presentarse en el sistema en la etapa de predicción y así poder compensarlos en la etapa de corrección. Sin embargo, ya sea de manera práctica o por simulación el término Q siempre debe estar presente en el algoritmo FK, ya que interviene de manera directa en la estimación de la covarianza del error.

La Covarianza del error estimado proviene del error que puede existir entre la variable estimada y su posterior corrección, siendo esto un factor preponderante en el cálculo de la ganancia K que sirve para corregir la variable estimada. Además, nótese que esta covarianza de error es nuevamente recalculada mediante la expresión (9), esta actualización o corrección de P_k^- para conseguir una nueva P_k implica que a lo largo de tiempo debe existir una tendencia a minimizar este parámetro cuyo caso ideal sería 0, pero que normalmente

y en un proceso donde todas las variables han sido correctamente modeladas puede llegar a valores muy pequeños. En muchos casos puede presentarse que P_k , además de llegar a tomar valores cercanos a cero, puede estabilizarse en un valor fijo después de varias iteraciones del algoritmo, es entonces cuando se puede decir que el Filtro a convergido a un valor estable de P_k , si esto sucede el proceso de predicción y corrección de P_k puede omitirse y las ecuaciones (6) y (9) pueden ser reemplazadas por una única constante P_k . El número de iteraciones necesarias para que se estabilice el Filtro depende en gran medida de R mientras más grande sea R mayor número de iteraciones se necesitarán para que P_k logre alcanzar un valor estable.

Por otra parte refiriéndose al término v_k , éste desaparece en el algoritmo presentado en la Figura 6, pero su acción queda representada por la matriz R que en la expresión (7) implica una variación en el comportamiento de K que no es más que un peso o ganancia que se da a la relación entre lo medido por el observador y lo estimado en la etapa de predicción como se puede apreciar en la expresión (8).

Si bien R es un término que puede ser obtenido mediante un proceso de pruebas en base a medidas del observador, también es factible que éste pueda ser variado de manera heurística en base a las necesidades del comportamiento del FK, tomando como referencia que mientras más alto sea el valor colocado en R menor será el peso que se da al término de innovación en la ecuación (8), viéndolo como algo práctico podría decirse que si R es alta entonces implicaría que el observador es muy poco confiable en sus medidas y por tanto se debe dar el mínimo peso posible al término de innovación, llegando al límite donde $K=0$, $R=\infty$ y el factor de innovación sea ignorado completamente, caso en el cual según la expresión (8) se presente que $\hat{x}_k = \hat{x}_k^-$.

3. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

Para realizar un estudio del comportamiento del Filtro para la fusión sensorial, la fase de experimentación se ha dividido en dos secciones; la primera se remite al análisis del comportamiento del FK mediante la simulación del modelo matemático representado por las expresiones (13),(14) y las ecuaciones de la Tabla 3, la segunda corresponde a la implementación del FK para la fusión sensorial entre el acelerómetro ADXL-203 y el giroscopio IDG-300 con el fin de obtener medidas angulares en cabeceo y alabeo en un sistema en reposo (sin aceleraciones debido a desplazamiento) pero que puede ser afectado Perturbaciones leves (Vibraciones).

3.1 Simulación del modelo

La simulación se ha realizado en el Software MATLAB y se ha tomado como información base para el FK las características técnicas de los sensores IDG-300 y ADXL-203 resumidas en la Tabla 4.

Tabla 4. Características principales de los sensores ADXL-203 e IDG-300

Acelerómetro ADXL-203	
Ancho de banda [23]	50 [Hz]
Ruido (rms) [24]	1 [mg]
Sensibilidad [24]	1000 [mV/g]
Giroscopio IDG-300	
Densidad de ruido[25]	0.014 [°/s/√Hz]
Ancho de banda externo [26]	2 [KHz]
ZRO [25]	± 100 [mV]
Sensibilidad [25]	2 [mV/°/s]

En el caso del acelerómetro dados los datos de la Tabla 4. y tomando en cuenta las expresiones (3) y (4) es posible obtener el ruido en la medida angular del sensor en alrededor de los 0,057 [°]. En el caso de Giroscopio se calcula la desviación como una medida de velocidad angular en base al ZRO y la sensibilidad dando aproximadamente un valor de 50 [°/s], por otra parte si se toma en cuenta la densidad de ruido mostrada en la Tabla 4, se observa que existe una presencia de ruido en la medida de velocidad angular de alrededor de 0,626 [°/s]. Comparando los valores del ZRO y la densidad de ruido dados por el fabricante, se aprecia que el ZRO influye de mayor manera en el comportamiento de la salida del sensor, por esta razón, para la implementación del modelo se ha tomado en cuenta únicamente éste valor. Sin embargo este parámetro es modificable conforme se explicó en el apartado 2.

En las Figuras 7,8,9,10 y 11 se muestran simulaciones del comportamiento del Filtro en una posición de reposo 0 [°] para los sensores inerciales y un horizonte de tiempo de 5 [s]; el acelerómetro está sometido a vibraciones de amplitud ±87mg con R distinto para cada caso. En azul se tiene la medida angular en base únicamente al modelo del giroscopio, en verde la medida angular perteneciente al acelerómetro sujeto a vibraciones y en rojo la medida angular obtenida mediante la fusión sensorial del FK.

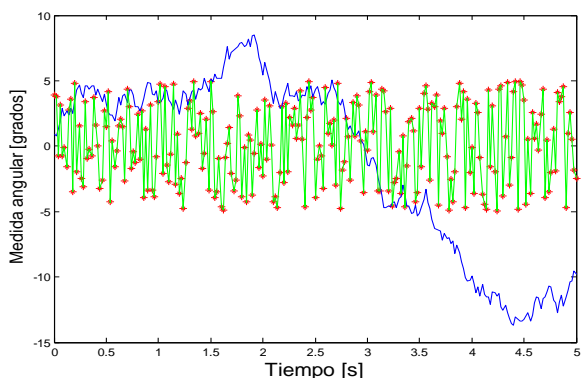


Figura 7. Simulación para $R = 0,0032$ y $Q = 50^2$

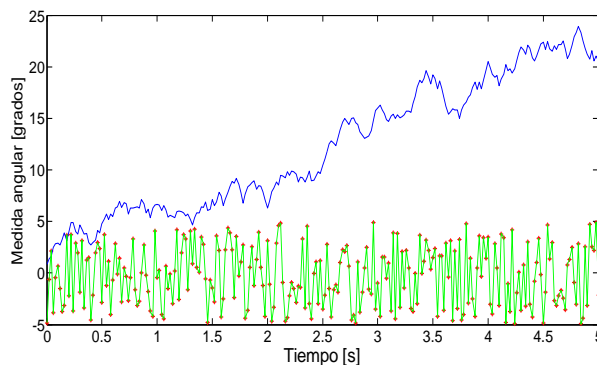


Figura 8. Simulación para $R = 0,01$ y $Q = 50^2$

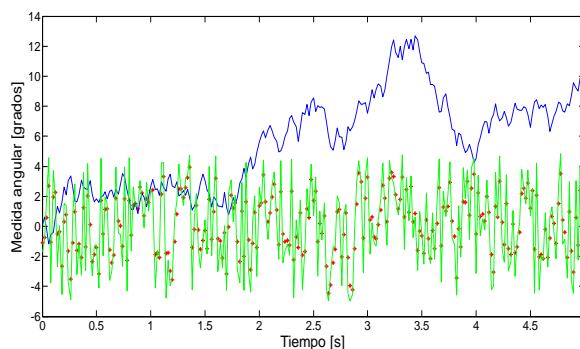


Figura 9. Simulación para $R = 1$ y $Q = 50^2$

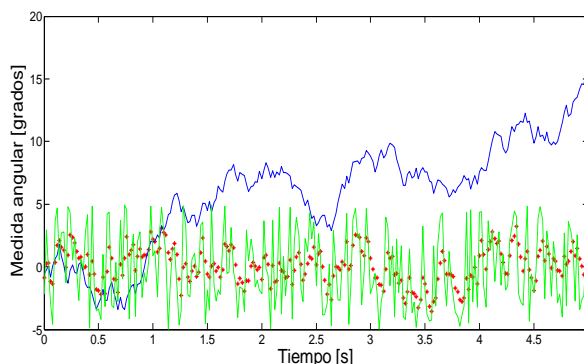


Figura 10. Simulación para $R = 100$ y $Q = 50^2$

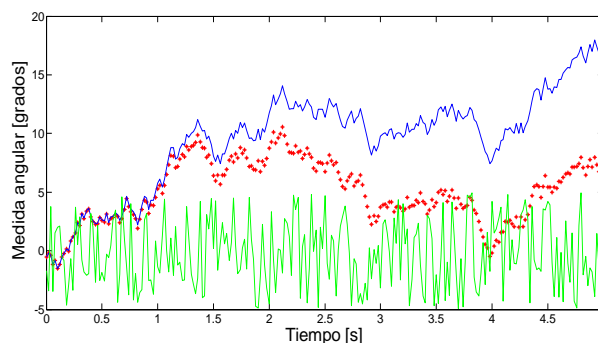


Figura 11. Simulación para $R = 900$ y $Q = 50^2$

La Fig. 7 representa el caso en el cual $R = v_k^2 = 0,057^2$ (dato del fabricante), se aprecia que el acelerómetro al ser sometido a vibraciones provoca que el ángulo conseguido mediante el FK se vea afectado, obteniendo como salida del Filtro una medida angular casi idéntica a la medida del acelerómetro (observador). Este comportamiento está plenamente justificado, pues como se explicó en el apartado 2 mientras más pequeño sea el valor de R más credibilidad se da a la medida del observador. En el caso de la Fig. 11, se ha fijado un valor de R alto equivalente a asumir que el acelerómetro tiene un ruido asociado de al menos ± 500 [mg], por tanto la medida angular entregada por el FK, tenderá a hacia la medida dada por el modelo del giroscopio y tendrá muy poca influencia por parte del acelerómetro. En la Fig. 10, se puede apreciar que el valor R propuesto logra que la señal entregada por el filtro no sea influenciada de mayor manera por vibraciones y que tampoco se vea desviada de su valor debido a la influencia del giroscopio.

En las Figuras 12, 13 y 14 se analiza el efecto del parámetro Q en el comportamiento del filtro, para ello se tomará como base el valor de R=100.

Claramente se puede apreciar que Q influye de manera drástica en el comportamiento del modelo del giroscopio representado por la expresión (11), además de que el Filtro responde de mejor manera cuando la deriva del giroscopio ZRO es pequeña. Como se mencionó en el apartado 2 el valor Q muchas ocasiones es complicado de obtener con certeza, razón por la cual normalmente se lo asigna de manera heurística, basados en un conocimiento básico del proceso o sistema a modelar.

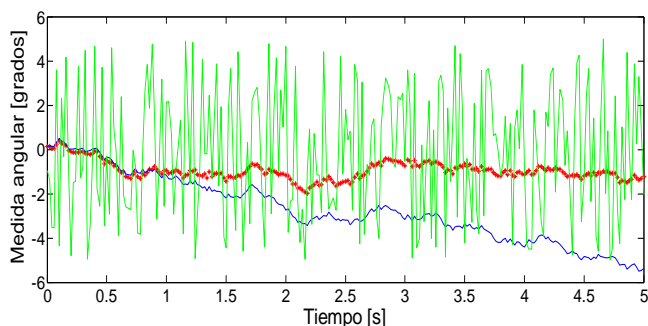


Figura 12. Simulación para $R = 100$ y $Q = 10^2$

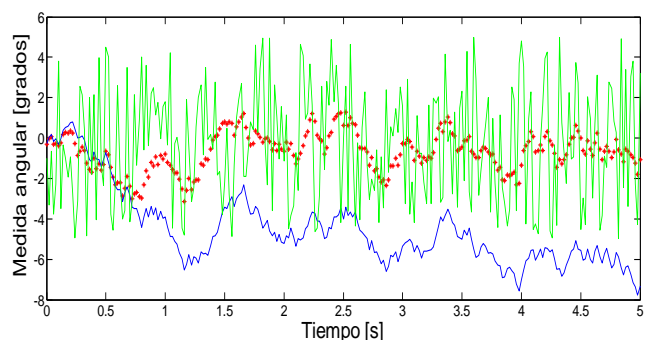


Figura 13. Simulación para $R = 100$ y $Q = 30^2$

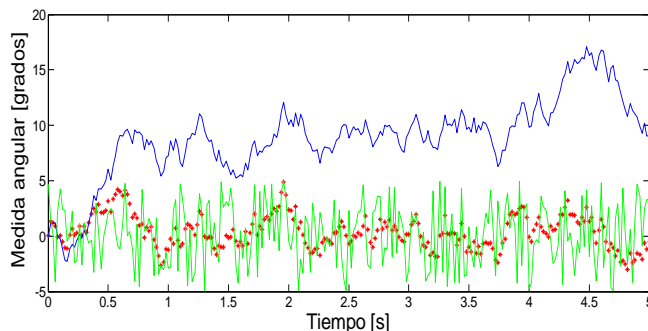


Figura 14. Simulación para $R = 100$ y $Q = 70^2$

3.2 Implementación del sistema de medición angular.

Con el fin de comprobar la eficacia del algoritmo presentado, se ha implementado un sistema basado en el acelerómetro ADXL-203 y el Giroscopio IDG-300, los cuales mediante un Filtro de Kalman procesado en un DSPIC30F4011, permiten obtener una medida angular tanto en cabeceo como alabeo.



Figura 15. Sistema Implementado.

El sistema implementado es de carácter didáctico y posee un sistema de visualización y manipulación de la variable R para observar el comportamiento de la medida angular cuando es sometida a pequeñas perturbaciones (vibraciones), además mediante un menú es posible observar independientemente los ángulos medidos, ya sean sólo del acelerómetro, sólo del giroscopio o los ángulos filtrados mediante fusión sensorial.

Con el fin de realizar las pruebas de medición de ángulo mostradas en las Figuras 16, 17, 18 y 19 se toma como valores referenciales los mencionados en el apartado 3.1 con $R=100$ y $Q=50^2$, siendo éstos manipulables. Además, se dispone de un instrumento Patrón (graduador) de medición angular marca CEMCO que sirve para establecer una comparación con el ángulo medido por el prototipo desarrollado.

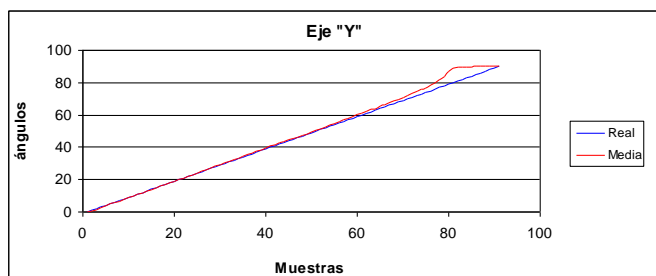


Figura 16. Comparación de la media del ángulo positivo en cabeceo medido por el prototipo y el valor real tomado del instrumento patrón.

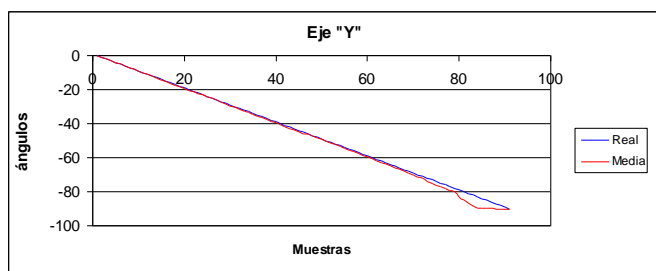


Figura 17. Comparación de la media del ángulo negativo en cabeceo medido por el prototipo y el valor real tomado del instrumento patrón.

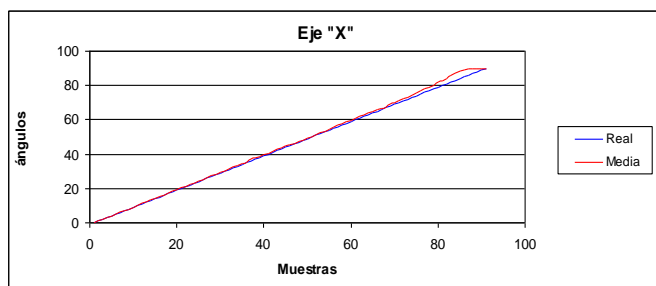


Figura 18. Comparación de la media del ángulo positivo en alabeo medido por el prototipo y el valor real tomado del instrumento patrón.

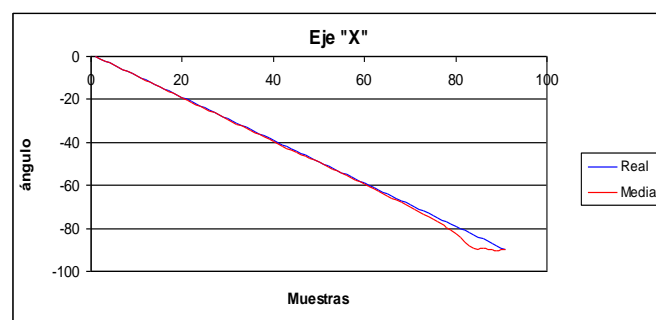


Figura 19. Comparación de la media del ángulo negativo en alabeo medido por el prototipo y el valor real tomado del instrumento patrón.

Además, en las Tablas 5 y 6 se muestra un resumen de los errores relativos existentes entre la medida dada por el instrumento patrón y la medida del prototipo.

El sistema implementado utiliza una fuente de 9V DC (batería), con una corriente de consumo de 108mA promedio. Experimentalmente se comprueba que el tiempo de funcionamiento óptimo del dispositivo con una batería

alcalina es de aproximadamente 1 hora y 15 minutos, después de lo cual las prestaciones del dispositivo comienzan a disminuir presentándose problemas especialmente con el rango de medición y la exactitud del ángulo que se está midiendo, esto debido a que la estabilidad de las señales de los sensores dependen en gran medida del voltaje de alimentación. Para comprobar que el sistema necesita un cambio de batería simplemente se debe colocar el mando en una posición de 90° o -90° ya sea en cabeceo o alabeo y si la medición tiene un error relativo porcentual de un 6% o superior, entonces un cambio de batería es necesario.

Tabla 5. Características principales de los sensores ADXL-203 e IDG-300

Rango ángulos en cabeceo	Error relativo en porcentaje (%)
De 1° a 50°	1,65
De 51° a 70°	1,86
De 71° a 80°	5,99
De 81° a 90°	5,36
De -1° a -50°	1,44
De -51° a -70°	1,29
De -71° a -80°	3,29
De -81° a -90°	4,66

Tabla 6. Características principales de los sensores ADXL-203 e IDG-300

Rango ángulos en alabeo	Error relativo en porcentaje (%)
De 1° a 50°	1,58
De 51° a 70°	1,27
De 71° a 80°	2,56
De 81° a 90°	3,37
De -1° a -50°	1,25
De -51° a -70°	1,08
De -71° a -80°	2,97
De -81° a -90°	4,54

4. CONCLUSIONES

La búsqueda de las variables a ser utilizadas en el Filtro de Kalman, requiere un amplio estudio matemático, especialmente en lo referente a los valores de Q y R, ya que el hecho de implementarlas por ensayo y error puede provocar que el conseguir una correcta calibración del FK se convierta en una tarea difícil y demorosa.

El parámetro R es de gran importancia para estimar el posible comportamiento del FK y que a más de brindar una medida de credibilidad al término de innovación mediante la ganancia K, también es necesario mencionar que la

disminución del valor de R en el sistema provoca que éste se vuelve vulnerable a las más leves vibraciones, dando como resultado que el ángulo medido tenga variaciones súbitas en su valor, sin embargo si R disminuye también se presenta la ventaja de que el sistema responde de manera más rápida al cambio en el ángulo convergiendo casi instantáneamente. Por otra parte cuando la variable R tiende a un valor alto el sistema es menos susceptible a vibraciones (acelerómetro) que son las causantes de una variación brusca en el ángulo medido, pero puede provocar que en cambios bruscos en la medida angular ésta converja de manera más lenta hacia el ángulo deseado, generando retardos en las medidas.

Se logra dar una metodología del uso y aplicaciones de los sensores inerciales así como de las principales diferencias presentes entre estos.

La utilización de la señal del giroscopio presenta un grave problema debido a la deriva propia de este tipo de sensores y al no poderse eliminar por completo implica que un giroscopio para una aplicación de inclinación no puede usarse solo. Por otra parte el acelerómetro es una estupenda solución para aplicaciones en donde se necesite tener una medida de inclinación, siempre y cuando el lugar donde se lo instale no esté sometido a vibraciones significativas o a movimientos que provoquen aceleraciones a lo largo de los ejes del sensor.

Si bien en el presente proyecto se presenta una aplicación de los sensores inerciales junto con el Filtro de Kalman orientado hacia el cálculo de un ángulo de inclinación, sería de gran importancia profundizar en el estudio y desarrollo de INS (Sistemas de navegación Inercial) que en la actualidad tienen gran importancia y gran número de aplicaciones.

REFERENCIAS

- [1] Curey, R.K.; Ash, M.E.; Thielman, L.O.; Barker, C.H., "Proposed IEEE inertial systems terminology standard and other inertial sensor standards," *Position Location and Navigation Symposium, 2004. PLANS 2004*, vol., no., pp.83,90, 26-29 April. 2004.
- [2] M. Kraft, "Micromachined Inertial Sensors State of the Art and a Look into the Future", University of Southampton, Highfield, Southampton, SO17 1BJ, 2000.
- [3] R. Feliz, E. Zalama, J. Gómez, G. Bermejo, "Pedestrian tracking using inertial sensors", *Journal of Physical Agents*, Vol. 3, No. 1, January 2009.
- [4] D. Roetenberg, H. Luinge, P. Slycke, "Xsens MVN: Full 6DOF Human Motion Tracking Using Miniature Inertial Sensors", *XSENS TECHNOLOGIES*, April 3, 2013.
- [5] D. Roetenberg, P. Slycke and Peter H. Veltink. "Ambulatory Position and Orientation Tracking Fusing Magnetic and Inertial Sensing", *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, Vol. 54, No. 5, May. 2007.
- [6] H. Zhou, H. Hu, "Inertial sensors for motion detection of human upper limbs", *Emerald Sensor Review*, 2007.
- [7] H. Chao, C. Coopmans, L. Di and Y. Chen, "A comparative Evaluation of Low-Cost IMUs for Unmanned Autonomous Systems", *IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*, University of Utah, Sept. 2010.
- [8] F. Li, C. Zhao, G. Ding, J. Gong, C. Liu, F. Zhao, "A Reliable and Accurate Indoor Localization Method using Phone Inertial Sensors", *Microsoft Research Asia*, Beijing, China, 2012.
- [9] M. Stuart, A. Friedland, C. Friendland, "A Survey of Unmanned Aerial Vehicle (UAV) Usage for Imagery Collection In Disaster Research And Management", Louisiana State university, 2011.
- [10] N. Yazdi, F. Ayazi and K. Najafi, "Micromachined Inertial Sensors", *IEEE, Proceedings*, Vol. 86, No. 8, 1998.
- [11] Lucian T. Grigorie, Ruxandra M. Botez, "Modeling and Numerical Simulation of an Algorithm for the Inertial Sensors Errors Reduction and for the Increase of the Strapdown Navigator Redundancy degree in a Low Cost Architecture", *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 34, No. 1, 2010.
- [12] Honghui Qi; Moore, J.B., "Direct Kalman filtering approach for GPS/INS integration," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol.38, no.2, pp.687,693, Apr 2002
- [13] Shaeffer, D.K., "MEMS inertial sensors: A tutorial overview," *Communications Magazine, IEEE*, vol.51, no.4, pp.100,109, April 2013.
- [14] Barbour, N.; Schmidt, G., "Inertial sensor technology trends," *Sensors Journal, IEEE*, vol.1, no.4, pp.332,339, Dec 2001
- [15] A. Manzanares del Moral, A. Luque, "Estudio de Modelos matemáticos de Acelerómetros Comerciales", Universidad de Sevilla, España, 2008.
- [16] Silicon Designs, Inc. Advanced Accelerometer Solutions, "Glossary", 2011. Disponible en: <http://www.silicondesigns.com/glossary.html>
- [17] MSY. SivaPrasad, P.V.R. Murthy, "Design Simulation & Fabrication of Micromachined Acceleration Sensor", PhD. Dissertation, Dept. Mech. Eng., Jawaharlal Nehru Technological University, Kukatpally, 2010.
- [18] A. Candelas, A. Corrales, "Giroscopios en el Sistema GypsyGyro-18", *Publicación interna No. 4.*, Grupo de Automática, Robótica y Visión Artificial, Universidad de Alicante, España, 2007.
- [19] Peter S. Maybeck., "Chapter 1: Stochastic models, estimation, and control", Volume 1. Department of electrical engineering air force institute of technology Wright-Patterson air force base, OHIO, 1979.
- [20] G. Welch, G. Bishop., "An Introduction to the Kalman Filter", Department of computer Science, University of North Carolina, Chapel Hill, EEUU., July, 2006.
- [21] A. Solera., "El Filtro de Kalman", Banco Central de Costa Rica, División Económica, Departamento de Investigaciones Económicas., Julio, 2003.
- [22] Begoña F. Aguado, Janelcy A. Castaño, Eduardo Z. Casanova, Jaime G. García-Bermejo., "Diseño y Simulación de un Filtro Kalman para un Robot Móvil", *XXV Jornadas de Automática*, Ciudad Real., Septiembre, 2004.
- [23] Dual Axis Accelerometer Evaluation Board ADXL203EB, Analog Devices, Norwood, U.S.A., 2004.
- [24] Precision $\pm 1.7 g$ Single -/Dual - Axis iMEMS® Accelerometer ADXL103/ADXL203, Analog Devices, Norwood, U.S.A., 2006.
- [25] Integrated Dual-Axis Gyro IDG-300, InvenSense Inc., Santa Clara, U.S.A., 2006.
- [26] IDG - 300 Dual - Axis Gyroscope Evaluation Board Specification, InvenSense Inc., Santa Clara, U.S.A., 2007.