Evaluación Experimental de la Profundidad Máxima de Socavación en Cuencos al Pie de una Presa, en Función del Tamaño del Enrocado de Protección

Hermosa D.*; Hidalgo X.*; Castro M.*; Ortega P.*

*Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental, Quito, Ecuador email:daniel.hermosa@epn.edu.ec;ximena.hidalgob@gmail.com; macd0706@gmail.com; patricio.ortega@epn.edu.ec

Resumen: Este artículo presenta el análisis realizado en modelo físico, escala 1:50, de la presa Toachi y sus obras anexas, para obtener experimentalmente la ubicación, forma, tamaño y profundidad máxima de los fosos de socavación que se conforman en el cuenco de disipación de energía al pie de la presa, como resultado del impacto de los chorros lanzados desde los saltos en esquí que se ubican al final de la rápida de descarga de los vertederos de excesos. La investigación experimental se realiza para tres tamaños representativos de material pétreo que conforman el cuenco amortiguador.

El modelo de la presa Toachi reproduce la descarga de los dos vertederos de excesos que se ubican en su tramo central. Los saltos en esquí disponen de dos deflectores que proyectan los chorros hacia la zona central del cuenco, en donde la inestabilidad de las márgenes obliga a centrar las fosas de socavación alejadas de los contornos laterales.

En conclusión en el presente estudio se determinan experimentalmente las máximas profundidades de socavación para cada tamaño de material y se los compara con valores calculados con once ecuaciones empíricas que la literatura técnica especializada reporta como las más exitosas. Finalmente se obtienen curvas adimensionales extrapoladas para el diseñó de cuencos de socavación en presas, siendo este el mayor aporte de esta investigación.

Palabras clave: Cuenco de Socavación, Profundidad de Socavación, Fosos de Socavación, Saltos en Esquí, Modelo Físico

Abstract: This article shows an analysis of the physical model, at 1:50 scale, of Toachi dam and its related works, to obtain experimentally the positioning, form, size and maximum depth of the scour pits that make up the energy stilling pool at the base of the dam, as a result of the impact of the ski-jump jets situated at the end of the outlet spillways. The experimental investigation is for three representative sizes of rocky materials that make up the stilling basin.

The Toachi Dam model reproduces the discharge from two outlet spillways situated on its middle section. The ski jump is made up of two flip buckets that deflect the stream flows towards the center of the stilling basin, where the instability of the banks forces to position the scour pits in the center, removed from the lateral edges.

This study determines experimentally the maximum depth of the scour pits for each material size and compares them with the calculated values of eleven empirical equations that specialized technical literature reports as being the most successful.

Keywords: Scour Basin, Scour Depth, Scour Pits, Ski-jumps, Physical Model.

1. INTRODUCCIÓN

El dimensionamiento de sistemas de aprovechamiento hídrico requiere frecuentemente de presas o diques de cierre para regular la disponibilidad de agua y garantizar su uso durante todo el año. Una estructura importante en la seguridad de las presas corresponde a los vertederos de excesos y a su disipador de energía, que durante las épocas de máximas precipitaciones, debe entregar el flujo descargado en forma adecuada y eficiente al tramo inferior del curso natural.

Frecuentemente se dimensiona al pie de la presa, un cuenco prexcavado, con la debida protección en el contorno interior

(enrocado), para que la descarga del vertedero de excesos impacte en la masa de agua retenida en el cuenco de disipación de energía. Este flujo de caída genera una importante turbulencia al pie de la presa, como se muestra en la Fig. 1, con flujos de recirculación cuyas velocidades son capaces de arrastrar el material de protección y de originar inestabilidad en los taludes del cuenco.

Consecuentemente, la máxima profundidad potencial de socavación es un parámetro relevante en el dimensionamiento de estos cuencos como un eficiente mecanismo de disipación de energía.



Figura 1. Vista desde aguas abajo, vertederos de excesos en funcionamiento e impacto de los chorros en el cuenco amortiguador, modelo físico de la presa Toachi.

Los resultados de la presente investigación experimental demuestran una vez más que la modelación física de fenómenos complejos, como son los procesos de socavación en cuencos de disipación de energía conformados con material suelto, es la mejor herramienta para garantizar el diseño de estas estructuras que son muy importantes para laseguridad del proyecto.

El modelo físico de la presa Toachi opera bajo el criterio de similitud de Froude y el material pétreo utilizado en el cuenco de disipación ha sido representado en forma y tamaño, de acuerdo a la escala geométrica seleccionada. La comparación de los resultados experimentales obtenidos para la ubicación y geometría de los fosos de socavación con el rango ensayado de caudales de operación, así como con los diferentes tamaños de material grueso en el cuenco permiten obtener criterios de diseño válidos, que garantizan el adecuado comportamiento de la estructura durante todo el período de vida útil del proyecto. De manera particular, en el proyecto Toachi-Pilatón, la ayuda del análisis experimental, ha permitido optimizar los diseños definitivos y asegurar la disipación de energía protegiendo al mismo tiempo las márgenes laterales del cuenco amortiguador. [1]

En la investigación se determinaron tendencias con respecto a la profundidad de socavación en función del caudal descargado, considerando al mismo tiempo las condiciones de flujo en el tramo de aguas abajo de la presa, impuestas por la geometría particular de las obras de restitución. Se reconoce que la calidad y características de los flujos de recirculación en el cuenco tienen una influencia importante en la conformación y profundidades máximas de las fosas de socavación, obteniéndose finalmente curvas adimensionales que relacionan la profundidad de socavación con la energía disponible, el tamaño del material pétreo y el caudal de descarga. [2]

2. OBJETIVOS

 Evaluar experimentalmente en base al esquema del problema físico, presentado en la Fig. 2, la ubicación, forma, tamaño, y profundidad máxima de los cuencos de socavación que se conforman al pie de la presa, como resultado del impacto de los chorros lanzados desde los saltos en esquí que se ubican al final de la rápida de descarga de los vertederos de excesos.

- Revisar y realizar el análisis crítico de las relaciones empíricas utilizadas y existentes para evaluar la forma y la profundidad máxima potencial en el cuenco de disipación de energía al pie de la presa Toachi, en particular, de aquellas que consideran el tamaño y la calidad del material de protección.
- Analizar los resultados experimentales sobre el desarrollo del cuenco socavado en el modelo, mediante la comparación de los resultados para tres tamaños del material de protección.

3. GENERALIDADES

3.1Análisis teórico básico sobre el chorro de salida desde el salto en el esquí

Los saltos en esquí son elementos muy importantes en una presa, debido a que éstas son las estructuras que funcionando con descarga libre tienen como principal función el lanzamiento del chorro hacia aguas abajo. [3] Existe íntima relación entre el salto en esquí y su correspondiente foso socavado, dado que la ubicación y dimensiones del cuenco pueden hacer fallar desde el punto de vista estructural a la presa. Por esta razón, el correcto pronóstico del foso socavado y su incidencia en la estabilidad de la presa, representa un aspecto esencial del diseño hidráulico del salto en esquí. [4]

3.2Desarrollo, profundidad y ubicación del cuenco socavado al pie de una presa

La socavación es un proceso extremadamente complejo, debido a la influencia de diversos factores hidráulicos, hidrológicos y geológicos; está principalmente relacionada con la calidad del material presente en la zona de impacto del chorro. Si el área en la que impacta el chorro tiene un comportamiento diferente a lo asumido en el diseño, la presa entera puede sufrir daños.

La mayoría de las fórmulas propuestas para la predicción de la profundidad máxima de socavación aguas abajo de las estructuras hidráulicas son empíricas. El desarrollo de la socavación puede ser estudiado en modelo físico.

La modelación física es la principal herramienta para el estudio de los fenómenos existentes en las estructuras hidráulicas. [5]



Figura 2. Esquema con la definición de las variables dinámicas y geométricas consideradas para la representación en el modelo físico.

3.2.1. Desarrollo del cuenco socavado

El chorro no impacta con el lecho rocoso cuando el calado en el cuenco amortiguador es mayor que la profundidad máxima a la que llega el chorro o profundidad de disturbio del chorro, por lo tanto el lecho del cuenco no se ve afectado. Si el nivel en el cuenco amortiguador es menor que la profundidad de disturbio del chorro, los materiales del lecho son excavados por el chorro sumergido.

El impacto del chorro proveniente del esquí en el cuenco amortiguador da lugar a la formación de un foso, el material granular se acumula aguas abajo del foso formando una montaña de pendiente muy pronunciada, que posteriormente fallará produciendo el colapso de las partículas, éstas se acumularán en la montaña y colapsarán de nuevo, este es el llamado proceso de socavación. Si ninguna de las partículas es llevada hacia la parte superior de la acumulación de los materiales del foso, la profundidad de socavación no aumentará, llegando a un estado de equilibrio cinético. [6]

3.2.2. Profundidad máxima del cuenco socavado

Existen muchos factores que influyen en la profundidad de socavación. Éstos se dividen en dos tipos:

- Factores activos: Caudal, diferencia entre el nivel máximo en el embalse y en el cuenco amortiguador, velocidad del chorro en el punto de incidencia del chorro, ángulo de salida del chorro, aireación del chorro, etc.
- Factores pasivos: Resistencia a la socavación del lecho rocoso, calado en el cuenco amortiguador, etc.

La resistencia del lecho rocoso es el factor más difícil de determinar, usualmente se la establece a partir de las características de las partículas del lecho. Es así que se puede determinar una profundidad de socavación de equilibrio para un tamaño de partícula dado, mediante la experimentación o fórmulas empíricas. En prototipos, la resistencia del lecho rocoso cambiará durante el proceso de socavación a largo plazo, debido a que en la parte más baja del foso, el chorro sumergido todavía tiene energía para afectar la roca, es decir, el tamaño de las partículas en el punto más bajo disminuirá progresivamente. Por lo tanto, las profundidades de socavación de equilibrio final, para diferentes resistencias de lecho rocoso, bajo un proceso de socavación a largo plazo e iguales características hidráulicas, son las mismas, la única diferencia es que el tiempo para conseguir esta profundidad no será igual. La profundidad de socavación para un tamaño de material pétreo dado, únicamente indica una etapa en todo el proceso de socavación. La profundidad de disturbio del chorro es la última profundidad de socavación.

Diversos investigadores han determinado ecuaciones para el cálculo de la profundidad máxima de socavación, dichas ecuaciones dan como resultado la profundidad desde el nivel en el cuenco amortiguador hasta el punto más bajo en el foso $(Y_o + Y_s)$. Las fórmulas más conocidas para el cálculo de esta profundidad son las que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Fórmulas pa	ra el cálculo de la	profundidad $(Y_o + Y_s)$.
----------------------	---------------------	-----------------------------

DUESTICADOD	1 ÑO	E CLU CLÓN
INVESTIGADOR	ANO	ECUACION
1. Schoklitsch	1932	$Y_s + Y_0 = 0.521 \frac{q^{0.57} H^{0.20}}{d_{90}^{0.32}}$
2. Veronese A	1937	$Y_s + Y_0 = 1.90q^{0.54}H^{0.225}$
3. Veronese B	1937	$Y_s + Y_0 = 0.202 \frac{q^{0.54} H^{0.225}}{d_m^{0.42}}$
4. Damle	1966	$Y_s + Y_0 = 0.55q^{0.50}H^{0.50}$
5. Zimmerman y Maniak	1967	$Y_s + Y_0 = 0.59 \frac{q^{0.20} Y_0^{0.93}}{d_{85}^{0.23}}$
6. Chee y Padiyar	1969	$Y_s + Y_0 = 0.202 \frac{q^{0.54} H^{0.225}}{d_m^{0.42}}$
7. Martins	1973	$Y_s + Y_0 = 1.50q^{0.60}z^{0.10}$
8. Chian Min Wu	1973	$Y_s + Y_0 = 1.18q^{0.51}H^{0.235}$
9. Machado	1980	$Y_s + Y_0 = 1.35 \frac{q^{0.50} H^{0.3145}}{d_{90}^{0.0645}}$
10. Mason y Arumugam A	1985	$Y_s + Y_0 = 3.27 \frac{q^{0.60} H^{0.05} Y_0^{0.15}}{g^{0.30} d_m^{0.10}}$
11. Mason y Arumugam B	1985	$Y_s + Y_0 = 22.88q^{0.60}H^{0.50}d_{90}^{0.40}$

Donde:

- \circ Y_s = Profundidad del foso [m]
- \circ Y_o = Calado en el cuenco [m]
- \circ q = Caudal unitario [m³/s/m]
- \circ H = Diferencia entre superficie libre en el embalse y superficie libre en el cuenco amortiguador [m]
- d_m = Diámetro medio de material suelto en el cuenco amortiguador [m]
- o g = Aceleración de la gravedad [m/s²]
- d₉₀ = Tamaño de las partículas de las cuales el 90% del material es más fino [m]
- z = Diferencia entre el nivel del embalse y el labio del esquí [m]
- d₈₅ = Tamaño de las partículas de las cuales el 85% del material es más fino [m]

3.2.3. Ubicación del cuenco socavado

La ubicación del cuenco de socavación es de vital importancia y debe estar situado en lo posible, en la parte central del cuenco a fin de no tener afectación a las márgenes naturales del río ni a los taludes del mismo, que produzcan a futuro afectaciones de erosión local que pueden poner en riesgo la estabilidad natural de la presa.

3.3. Análisis dimensional

Se aplica el análisis dimensional como herramienta para el planteamiento del estudio de los fenómenos hidráulicos a ser simulados en modelos físicos, de manera que los parámetros variables que generalmente son magnitudes físicas que intervienen en estos fenómenos pueden ser manejados con orden y lógica matemática.

Para llevar a cabo este análisis se emplea el Teorema π o de Buckingham, en donde es necesario conocer las variables que controlan al fenómeno físico.

El presente estudio se basa en el análisis del desarrollo de los cuencos de socavación producidos por los chorros provenientes de los vertederos de excesos de la presa Toachi, por lo que, el parámetro que se debe determinar es el correspondiente a la profundidad de socavación, incluyendo el valor del calado de agua presente en el cuenco amortiguador, es decir, la profundidad $Y_s + Y_o$.

En el estudio se debe tomar en cuenta que la profundidad de socavación no se puede determinar de una forma cuantitativa, sino de una forma cualitativa, ya que el material pétreo utilizado en el modelo es escalado geométricamente con respecto al del prototipo, y el peso específico, que es una de las propiedades dinámicas del material, no se puede escalar.

Después de realizar este análisis se puede determinar que la profundidad de socavación se encuentra en función del caudal unitario (q), la diferencia entre la superficie libre en el embalse y la superficie libre en el cuenco amortiguador (H), el diámetro del material (ϕ) y la aceleración de la gravedad (g). A partir de esto, se determinan las siguientes relaciones:

Caudal adimensional:
$$q/(\varphi^{3/2}g^{1/2})$$
 (1)

Profundidad de socavación adimensional: $(Y_s+Y_o)/\phi$ (2)

4. METODOLOGÍA

El estudio experimental se realiza en el modelo físico, escala 1:50, de una presa con dos vanos centrales para el vertedero de excesos y para los desagües de fondo, como se indica en la Fig. 3. La investigación en el laboratorio se realiza para tres tamaños representativos del enrocado de protección (2.0, 1.5 y 1.0 cm), donde se conforma el cuenco excavado como resultado del proceso requerido para la disipación de energía al pie de la presa.

El modelo de la presa reproduce la descarga de los dos vertederos de excesos que se ubican en el eje central; los deflectores de los saltos en esquí proyectan los chorros de agua hacia la zona central del cuenco.

La inestabilidad geotécnica de las márgenes en el cuenco obliga a centrar las fosas originadas por la socavación y alejarlas de los contornos laterales.

En la Fig. 4 se observa la geometría de la transición de salida hacia el río, la cual generará un control aguas abajo, influyendo en los niveles en el cuenco amortiguador.

Este trabajo de investigación se lo realiza, sobre la base del modelo físico ya construido de la Presa Toachi y Obras anexas, realizadas anteriormente en el laboratorio al cual se le incorporo tres distintos tamaños de material pétreo para que conformen el cuenco de socavación y poder observar su influencia en las características del foso de socavación.

Este material fue debidamente tamizado para los diámetros nominales requeridos, a fin de obtener una uniformidad de las características geométricas a lo largo de todo el cuenco de socavación. Los tres diámetros de material constituyen el eje principal del plan de pruebas de la investigación.

Se determinan experimentalmente las máximas profundidades de socavación para cada tamaño de material y se los compara con valores calculados aplicando once (11) ecuaciones empíricas, reportadas en la literatura técnica especializada como las más exitosas. Se analizan comparativamente los parámetros registrados en los cuencos para los tres tamaños del material pétreo utilizados en el modelo.



Figura 3. Vista desde aguas abajo, modelo físico de la presa Toachi utilizado en la investigación.



Figura 4. Modelo de la presa Toachi, cuenco amortiguador y zona de salida.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1. Resultados teóricos

Utilizando las ecuaciones empíricas desarrolladas por diversos investigadores, se determina la profundidad $Y_o + Y_s$, es decir, la diferencia entre la superficie libre del agua en el cuenco amortiguador y el punto de máxima socavación en el lecho rocoso para cada caudal ensayado en función del material presente en el cuenco. Las ecuaciones planteadas se obtuvieron a partir de estudios realizados en modelos físicos y en prototipo.

A partir de las ecuaciones mencionadas en la Tabla 1, se calcula la profundidad $Y_o + Y_s$ en función de los datos geométricos, del tamaño del material pétreo y los resultados obtenidos experimentalmente.

En base a los resultados de laboratorio, se determina que las ecuaciones que más se ajustan a los resultados experimentales son las propuestas por Schoklitsch (1932) [7] y Machado (1980) [8], con las cuales se tienen mejores resultados con respecto a los obtenidos con las demás ecuaciones propuestas. Se escogieron las fórmulas antes mencionadas debido a que los errores porcentuales obtenidos son los menores para la mayoría de los casos.

5.2. Resultados experimentales

En las Fig. 5 y 6 se muestran los resultados experimentales obtenidos en el modelo físico, para un caudal ensayado y un cierto diámetro de material pétreo presente en el cuenco. A partir de estos resultados se pueden observar las diferencias que existen entre los fosos socavados tanto en su forma, localización con respecto al pie de la presa y máxima profundidad de socavación. De esta manera se puede determinar que el tamaño del material presente en el cuenco amortiguador incide directamente en la conformación final del foso socavado, ya que al realizar las pruebas con un mismo caudal para los diferentes escenarios, los resultados son distintos en cada uno de ellos.



Figura 5. Fotografía de la conformación del foso socavado.



Figura 6. A. Levantamiento topográfico de la conformación del foso socavado. B. Corte longitudinal del foso socavado.

La relación de los resultados experimentales obtenidos para la ubicación y geometría de las fosas de socavación, en el rango de caudales ensayados, con los diferentes tamaños del material de enrocado permiten obtener criterios de diseño válidos, que garantizan el adecuado comportamiento de la estructura durante el período de vida útil del proyecto, así como, identificar criterios de diseño y obtener diagramas útiles para el dimensionamiento hidráulico de cuencos de disipación de energía al pie de una presa.

En la Fig. 7, se presentan las respectivas curvas adimensionalesdonde se nota que la profundidad de socavación aumenta a medida que el parámetro adimensional de las abscisas se incrementa, así también se puede observar que las líneas de tendencia representativas de cada escenario, al ser funciones logarítmicas, van a tener una asíntota en el eje de las ordenadas, es decir que para caudales muy grandes la profundidad de socavación se mantiene prácticamente constante.

Estas curvas obtenidas experimentalmente, relacionan la profundidad de socavación con la energía disponible, el tamaño del material pétreo y el caudal de descarga.



Figura 7. Diagrama adimensional para la definición de la profundidad potencial máxima de socavación en el cuenco al pie de la presa.

Para la aplicación en diseño de los resultados obtenidos en la investigación en modelo físico de la presa Toachi, se presenta la Fig. 8, en la cual se han extrapolado las curvas obtenidas, para cubrir el rango de cargas y tamaños de material pétreo en el cuenco de disipación de energía que resultan más frecuentes en los proyectos.

Este gráfico adimensional nos permite obtener la profundidad de socavación del cuenco de una presa determinada conociendo únicamente el caudal unitario, la energía disponible y el tamaño del material presente en el cuenco amortiguador, siendo una herramienta y aporte muy importante de esta investigación para el diseñador

6. CONCLUSIONES

Se observó que tanto el ancho como la longitud de los fosos socavados varían de acuerdo al material que se encuentra en el cuenco, con los caudales pequeños se obtienen menores valores de los parámetros antes mencionados, en presencia de material pétreo de diámetro nominal igual a 2 cm, al contrario, con los caudales mayores, los valores del ancho y largo de los fosos son menores con material pétreo de 1 cm de diámetro.



Figura 8. Curvas extrapoladas para diseño de cuencos de disipación de energía

Los resultados determinados experimentalmente muestran una mejor aproximación con las ecuaciones propuestas por Schoklitsch (1932) y Machado (1980). Entre los resultados experimentales y los calculados con las ecuaciones mencionadas, se puede observar un rango de variación que corresponde aproximadamente a \pm 20%, esta dispersión es aceptada, ya que al medir los caudales que ingresan al embalse se tiene un error probable admitido. Al realizar la corrección de los caudales mediante el análisis de sensibilidad, se ratifica la consistencia de los resultados de profundidad obtenidos.

En los gráficos adimensionales realizados se puede observar que para los mayores valores de caudal adimensional, las profundidades de socavación adimensionales experimentales son menores que los calculados con las ecuaciones empíricas propuestas, para los tres tamaños de material pétreo, esto se explica a partir de que las condiciones a la salida de la transición aguas abajo, en el modelo de la presa Toachi, imponen la condición de control para el cuenco de disipación de energía al pie de la presa, es por esto que se tiene un calado (Yo) mayor y por ende una menor afectación de los chorros, es decir, una menor socavación (Ys).

Los gráficos que representan el resultado del análisis dimensional realizado para definir la profundidad de socavación adimensional en función del caudal unitario adimensional y de la energía disponible adimensional, muestran que la profundidad de socavación es mayor a medida que estos dos parámetros se incrementan. A partir de esto se concluye que para el mismo rango de caudales ensayados, se tiene menor profundidad de socavación adimensional para los mayores tamaños de material pétreo.

La forma, ubicación y profundidad de los fosos se encuentran directamente influenciadas por el efecto de recirculación de flujo presente en el cuenco amortiguador, éste ocurre debido a la asimetría de la transición de salida y a que las paredes laterales del cuenco no se encuentran simétricamente situadas respecto al eje de la presa. Es por esto que el calado o profundidad de agua, presente en el cuenco amortiguador al momento de realizar cada ensayo, cobra gran importancia, ya que influirá directamente en la profundidad que alcanza el chorro y por ende en la socavación máxima producida. Se puede observar además, que con los tres tamaños de material pétreo ensayado, la máxima profundidad de socavación no ocurre con el caudal máximo.

Mediante la representación en modelo físico, se pueden observar tendencias que resultan de gran importancia y utilidad en el diseño hidráulico de cuencos de disipación de energía, además al conocer la ubicación, forma, ancho, longitud y profundidad de los fosos socavados en diferentes pruebas, para una geometría definida, se pueden determinar criterios que permitan orientar al diseñador sobre la solución óptima, tal que garantice la disipación de energía requerida en un cierto proyecto.

Para la aplicación en diseño de los resultados experimentales obtenidos en la presente investigación, se recomienda analizar en primer lugar si las condiciones de control aguas abajo del cuenco amortiguador al pie de la presa son similares a los que se tienen en el modelo de la presa Toachi, pues este control y la geometría del cuenco definen la forma de los flujos de recirculación, que son los responsables de la forma, ubicación y profundidades máximas de los fosos de socavación.

Se recomienda continuar la investigación ensayando materiales con diámetros nominales más finos en el cuenco amortiguador al pie de la presa, para verificar la extrapolación realizada, con el fin de ofrecer al diseñador una ayuda efectiva en la estimación de profundidades máximas de socavación en función de los tamaños de material.

REFERENCIAS

- Escuela Politécnica Nacional, HidrotoapiEP. "Estudio experimental en modelo hidráulico. Escala 1:50. Verificación experimental del diseño definitivo de la presa Toachi y obras complementarias. Informe Técnico Fase IV", 2013.
- [2] Hermosa, D. "Estudio experimental en modelo físico sobre el desarrollo del cuenco de socavación al pie de la presa Toachi", Tesis de Grado, Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador, 2013.
- [3] Elevatorski, E. "Hydraulic Energy Dissipators", McGraw-Hill, New York, 1959.
- [4] Pardo-Gómez, R. "Método propuesto para el diseño hidráulico de trampolines empleados como disipadores de energía en aliviaderos para presas, considerando la ocurrencia del cono de socavación al pie del mismo". Ingeniería hidráulica en México: Volúmen XXIII, 2008, pp. 111-121.
- [5] Alias, N., Mohamed, T., Ghazali, A., Mohd, M. "Impact of Takeoff Angle of Bucket Type Energy Dissipater on Scour Hole". American Journal of Applied Sciences, 2008, pp. 117-121.
- [6] Pan, G., Tian, C. "Research on the free jet ultimate scour below dams". The International Symposium on Hydraulics for High Dams, 1988, pp. 239-245.
- [7] Schoklitsch, A. "KolkbildungunterÚberfallstrahlen",Die Wasserwirtschaft, 1932, p.331.
- [8] López, R., Álvarez, J. "Erosión local aguas abajo de diques para el control de torrentes: Metodología de cálculo", Universidad de Lleida, Foresta, 2005, pp. 68-77.