

El Concepto del Riesgo de Valor y su Cuantificación Mediante la Estructura Estocástica de la Formación de Capital

Galvis Andrés^{1,2}; Galindo Edwin³

¹Universidad de las Américas, Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas, Quito, Ecuador

²Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, Departamento de Ciencias Exactas, Quito-Ecuador.

³Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ciencias, Quito, Ecuador.

Resumen: La valoración de activos es uno de los pilares fundamentales de la economía financiera, permitiéndoles a los agentes del mercado elaborar estimaciones insesgadas del precio y estructurar carteras de valores que maximizan la rentabilidad esperada del inversor. Debido a la ausencia de mercado, se propone un modelo basado en consumo intertemporal para estimar el valor corporativo, la base conceptual del modelo se enfoca en la aplicación de las series de tiempo estacionarias para estimar el flujo de caja libre y de los axiomas de Von Neumann-Morgenstern para cuantificar el factor de descuento estocástico. Por último, se define el Riesgo de Valor-RiskV como una medida de riesgo corporativo la cual mide la potencial destrucción de valor a consecuencia de la variabilidad de su estructura operacional y financiera, y de las posiciones estratégicas de la compañía.

Palabras clave: Valoración, Riesgo, Función de Utilidad, Series de Tiempo, Opciones Reales, Flujo de Caja Libre.

The Risk of Value and its Quantification by Capital Stochastic Structure

Abstract: The asset pricing is one of the fundamental pillars of the financial economics, allowing market players develop unbiased estimates of the price and will structure portfolios that maximize expected return of the investor. A consumption-based model is proposed to estimate corporate value when the company has a fixed component and a soft component due to the strategic opportunities available. The conceptual basis of the model focuses on the application of stationary time series to estimate the free cash flow and of the Von Neumann-Morgenstern axioms for quantifying the stochastic discount factor of both components. Finally, the RiskV value is defined as a measure of corporate risk which measures the potential destruction on corporate value as a result of the variability of its operational and financial structure, and strategic positions in the company.

Keywords: Asset Pricing, Risk, Utility Functions, Time Series, Real Options, Free Cash Flow.

1. INTRODUCCIÓN

Un gran número de investigadores, docentes y ejecutivos dedicados a la valoración de empresas y al estudio profundo de las fuentes de valor, han elaborado una densa bibliografía de teorías, artículos, opiniones y métodos que facilitan la valoración de proyectos y de empresas no financieras en determinados contextos políticos, económicos y sociales. La búsqueda de mejores modelos y métodos de valoración han ocasionado que el estado del arte se encuentre sumergido en un problema de superficialidad, discrecionalidad, subjetividad y arbitrariedad de la valoración. La incorporación de las Normas Internacionales de Información Financiera - NIIF y el cambio del paradigma de la ecuación patrimonial, han influido en la forma de estudiar la información financiera, dejando de lado el estudio de las transacciones estáticas para dar paso a un estudio de movimiento continuo y caótico.

Lo más notable en las investigaciones llevadas a cabo en la última década, es la marcada discrepancia entre los mismos profesionales. No existe un consenso en la definición de valor, ocasionando la formulación de hipótesis o supuestos, que luego tienen que encajar bruscamente en modelos inadecuados para el medio en donde se desempeña el proyecto y/o empresa, la transición de los métodos contables, pasando por el devaluado método de flujo de caja descontado, para aterrizar en el llamativo método de opciones reales. Han perjudicado notablemente la credibilidad y la precisión de las valoraciones de activos en los mercados financieros internacionales.

La formulación de modelos de riesgo privados y no bancarios, dará un impulso al análisis financiero moderno y permitirán una mejor estimación de parámetros de la compañía, cambiando la política de alcance de objetivos hacia una política en función de la capacidad productiva, involucrando factores de riesgo internos, externos, de liquidez, rentabilidad,

endeudamiento y por supuesto de flexibilidad. La formulación de un modelo de riesgo no necesariamente gaussiano, autoorganizado, bajo hipótesis de mercado semifuertes, utilizando la microeconomía como plataforma conceptual del estudio empresarial y evaluando los diferentes escenarios inciertos mediante simulación, permitirán que los métodos de valoración tengan convergencia y brinden la información pertinente y a tiempo continuo, para que los inversores tomen las decisiones de inversión y financiación óptimas que tengan como fin generar valor y riqueza a los propietarios.

La modificación del concepto de valor como una función del valor operacional y el valor de flexibilidad de un proyecto de inversión y financiación en tiempo discreto o continuo, además de obtener una medida de riesgo mediante el estudio de la distribución de probabilidad del valor de la compañía con el correspondiente estudio de los componentes del mismo; permitirá identificar, cuantificar y controlar los factores de riesgos, que con la estimación de su dinámica y el análisis de sensibilidad dará como resultado los intervalos de confianza de valor justo para la valoración de empresas.

2. MARCO TEÓRICO/METODOLOGÍA

2.1. La inversión y la financiación corporativa

La empresa puede definirse, desde un punto de vista económico, como un conjunto de factores productivos coordinados, cuya función es producir y cuya finalidad viene determinada por el sistema de organización social y económica en que se halle inmersa. El objeto formal de la Economía de la Empresa es formular leyes de equilibrio, pero no en sentido general y abstracto, sino en tanto es susceptible tal equilibrio de aplicaciones concretas en el orden microeconómico de la empresa (Suarez, 2003). Considerando que la empresa es una sucesión en el tiempo de proyectos de inversión y financiación, su longevidad está condicionada cuando la rentabilidad de las inversiones realizadas supere el costo de capital utilizado para su financiación. Sin embargo, el alcance de aquel objetivo requiere direccionar todas las áreas de la compañía de tal manera que se identifiquen las metas y restricciones, la naturaleza e importancia de los beneficios, comprender los incentivos y los mercados, considerar el valor del dinero en el tiempo y por último, aplicar el análisis marginal (Baye, 2006). Decidir qué proyectos de inversión debe realizar, considerando la limitación de los recursos y el costo de utilizarlos están determinados por los conceptos del Capital Budgeting o Presupuesto de Capital, Estructura de Capital y Capital de Trabajo (Ross et al., 2010). Sin embargo, la literatura en finanzas corporativas resta importancia a la relación entre los anteriores conceptos y en algunos casos se consideran independientes, en el presente trabajo se afirma que el presupuesto de capital es el eje central en la administración financiera puesto que permite evaluar la gestión gerencial y determinar el valor intrínseco de las compañías. La siguiente definición y proposición fue planteada en (Greenwood, 2010).

Definición 1. El flujo de Caja libre, FCF, es la cantidad de fondos disponibles en efectivo para todos los inversionistas de una empresa después de pagar impuestos y cumplir con las necesidades de inversión, ver Ecuación (1).

$$FCF_t = CF_t^{sales} - CF_t^g - Opex_t - Capx_t - CF_t^{taxes} \quad (1)$$

Donde CF_t^{sales} , CF_t^g , $Opex_t$, $Capx_t$ y CF_t^{taxes} es el movimiento de efectivo por las ventas, por costo de ventas, por el gasto de operación, por el movimiento de capital, y por el gasto en impuestos, respectivamente. Y cumple con:

Proposición 1. Una empresa privada con fines de lucro e independiente de su estructura financiera posee un Flujo de Caja Libre tal que, ver Ecuación (2):

$$FCF_t = (1 - \tau) \times EBIT_t + Dep_t - Capx_t - \Delta NWC_t \quad (2)$$

Dónde τ , tasa de impuestos; $EBIT_t$, utilidad antes de intereses e impuestos; Dep_t , depreciación, amortización, provisiones y movimientos no efectivos; $Capx_t$, gastos de capital; por último, ΔNWC_t , variación de capital de trabajo neto operativo.

2.2. Flujo de caja libre y la rentabilidad corporativa

Considerando la proposición (1) del flujo de caja libre, se puede apreciar que no es sólo el resultado de la aplicación del principio de causación contable, es más que eso, es el rendimiento financiero que se obtiene como consecuencia de una serie de inversiones realizadas por los dueños, en un periodo de tiempo determinado. Es decir, el FCF es el dinero disponible para los dueños y sus acreedores financieros como retorno de sus inversiones.

Proposición 2. Si una empresa posee flujo de caja libre, FCF, y además posee costos hundidos o inversiones previas, I , entonces la relación entre ambos rubros es una rentabilidad corporativa, Rc_t , tal que, ver Ecuación (3):

$$Rc_t = \frac{FCF_t}{I_{t-1}} \quad (3)$$

Sin embargo, si se tiene una secuencia de flujos de un proyecto cuya inversión inicial fue de I_0 unidades monetarias, entonces la rentabilidad intrínseca está dada por la Tasa Interna de Retorno-IRR (Hazel, 2003). De igual manera, Fisher popularizó en 1907 el concepto del capital ficticio formulado por Marx en el año de 1894, y lo denominó el Valor Presente Neto-NPV (Fisher, 1907).

Tales ideas, dotaron de herramientas a los economistas financieros de la época, los cuales lograron abordar los problemas alrededor de la valoración de activos. En 1938 John Burr Williams planteó el primer modelo de valoración de acciones utilizando el concepto del NPV a los dividendos esperados, refiriéndose a él como el valor intrínseco (Williams, 1938); luego, Harry Markowitz afirmó que el concepto de la teoría del portafolio que él formuló se debe a los trabajos de Williams (Markowitz, 1990); y por último, la fórmula de Gordon-Shapiro que es una extensión del modelo del NPV propuesto igualmente por Williams (Gordon y Shapiro, 1956). Pero sin lugar a dudas, el mayor aporte a la economía financiera de la empresa lo realizó Joel Dean (1951), cuando aplicó el concepto del NPV y de la IRR a los proyectos que llevan a cabo las empresas, definiéndolo como el Presupuesto de capital.

2.3. Presupuesto de capital

La toma de decisiones gerenciales gira alrededor de dos ejes fundamentales: la inversión y la financiación; de esta manera, evaluar la calidad de tales decisiones implica aplicar el criterio de NPV o IRR, permitiendo definir una medida de riqueza y de rentabilidad para aquellos proyectos disponibles para la compañía. No obstante, ambas medidas obligan al gerente no sólo a realizar estimaciones del flujo de caja libre y del costo de capital, sino también de la incertidumbre asociada a tales estimaciones futuras. Para llevar a cabo los planes de inversión, la compañía dispone de los recursos que puede obtener de la emisión de deuda, de las acciones preferentes, de las acciones comunes y de las utilidades retenidas y a cada una de ellas le corresponderá un costo de oportunidad r_d , r_p , r_{re} , r_s , respectivamente; que al final configurará la tasa promedio ponderada de capital WACC, r_w , de todas las fuentes de financiación de la compañía.

Definición 2. El Wacc Es un promedio ponderado entre un costo y una rentabilidad exigida, representa la tasa a la que se debe descontar el FCF para obtener el mismo valor de las acciones que proporciona el descuento de los flujos para el accionista, ver Ecuación (4):

$$R_w = w_d r_d (1 - \tau) + w_p r_p + w_e (r_{re} + r_s) \quad (4)$$

Donde, $\{w_d, w_p, w_e\}$ son los pesos de las fuentes de financiación y $w_d + w_p + w_e = 1$.

Considerando que el administrador financiero da prioridad a las inversiones más rentables y a las fuentes de financiación más baratas para la compañía, la empresa ira asignando recursos a tales proyectos hasta que el costo de adquirir aquellos recursos (WACC) iguale la rentabilidad de los mismos (IRR). A este problema se denomina el Presupuesto de Capital o Capital Budgeting.

La solución a tal problema de maximización implica establecer los siguientes supuestos: los proyectos no son necesariamente mutuamente excluyentes, todos los proyectos disponibles tienen niveles de riesgo diferentes, se dispone de los recursos para llevar a cabo el proceso de inversión, los flujos generados por un proyecto liberan recursos para llevar a cabo otros proyectos, el efecto de las decisiones estratégicas y de investigación y desarrollo se encuentran dentro del flujo de caja libre agregado de la compañía, el administrador selecciona los proyectos más rentables para la compañía, el flujo de caja descontado es el indicador por excelencia para evaluar los proyectos disponibles para la compañía debido al problema de escala y de temporalidad que presenta la IRR, y por último no se considera el efecto inflacionario. .

2.4. Teoría de precios de activos

La teoría del precio de los activos busca comprender el valor o el precio de un activo a partir de sus rendimientos inciertos, del horizonte de inversión y del riesgo involucrado en el mismo, siendo esto último lo que determina su interés y su intercambio. A principio del presente siglo el profesor

Cochrane de la Universidad de Chicago estableció la ecuación fundamental de valoración y su principio organizador, bajo el argumento de que los precios de los activos son iguales al valor esperado de sus flujos futuros de caja descontados (Cochrane, 2005). Esto es:

Definición 3. La Ecuación Fundamental de Valoración, BPA, se define como el valor esperado del producto entre el flujo de caja, x , y el factor de descuento estocástico, m , de cualquier activo, tal que, ver Ecuación (5):

$$p = E(mx) \quad (5)$$

Su simplicidad y universalidad, permiten separar los supuestos económicos de la representación empírica que se pretende analizar, esto permitirá hacer uso de la geometría estado-preferencia o media-varianza. Por su parte, los métodos empíricos tales como las series de tiempo, los métodos generalizados de momentos y de máxima verosimilitud, entre otros, ajustarán los parámetros libres del modelo de tal manera que se minimice el error de estimación del valor del activo. No obstante, una condición necesaria de optimalidad para tal modelo se le denomina la transversalidad.

Definición 4. La condición de transversalidad es una condición para garantizar tanto la optimalidad del proceso como la solución cerrada de modelos de optimización que dependen de horizontes de tiempo al infinito; específicamente para el modelo basado en consumo se define como, ver Ecuación (6):

$$\lim_{j \rightarrow \infty} E_t [m_{t,t+j} p_{t+j}] = 0 \quad (6)$$

2.3. Modelo de consumo intertemporal

En general, los modelos que representan el comportamiento de un consumidor racional buscan maximizar una función de utilidad de consumo intertemporal, la cual es cóncava, estrictamente creciente y diferenciable (Sargent, 1987). Esto es:

$$\text{Maximizar } E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \quad 0 < \beta < 1,$$

donde c_t es el consumo del individuo en tiempo t y β es la tasa de impaciencia. Un caso particular de la BPA proviene de la condición de primer orden para un problema de consumo intertemporal de un individuo poseedor de riqueza limitada; por ello, la decisión de invertir en un determinado activo depende de su utilidad marginal y de los flujos generados por aquel activo; por lo tanto, el precio de un activo está determinado por el valor esperado de sus flujos de caja, d , descontados al factor de impaciencia de consumo intertemporal, β , y la tasa marginal de sustitución de consumo intertemporal dada por la relación de utilidades marginales de consumo, $u'(c_t)$. Esto es, ver Ecuación (7):

$$p_t = E_t \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j \frac{u'(c_{t+j})}{u'(c_t)} d_{t+j}, \quad (7)$$

Siempre y cuando se cumpla la condición de transversalidad. Esto es:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} E_t \left[\beta^j \frac{u'(c_{t+j})}{u'(c_t)} p_{t+j} \right] = 0.$$

Se puede observar como el producto entre el factor de impaciencia y la tasa marginal de sustitución de consumo intertemporal representa el factor de descuento estocástico, $m_{t,t+j}$.

Por otra parte, la solución a tal problema de optimización revela dos resultados de suma importancia, el primero corresponde al principio de equivalencia financiera, mientras el segundo configura la tasa libre de riesgo (Cochrane, 2005).

Proposición 3. El precio de un activo en t es igual al valor esperado del producto entre el factor de descuento estocástico de t a $t + 1$ y la suma entre el precio del activo y el dividendo en el periodo $t + 1$. Esto es, ver Ecuación (8):

$$p_t = E_t [m_{t,t+1}(p_{t+1} + d_{t+1})]. \quad (8)$$

Proposición 4. Si un activo genera un flujo de caja cierto entonces existe una tasa de libre de riesgo representada por el recíproco del valor esperado del factor de descuento estocástico. Tal que, ver Ecuación (9):

$$R_{t,t+1}^f = \frac{1}{E_t [m_{t,t+1}]}. \quad (9)$$

Por otra parte, si se considera la existencia de un mercado en el cual el activo puede ser negociado y además los agentes que participan en aquel mercado son neutrales al riesgo, podemos concluir que la dinámica del precio del activo posee una estructura aleatoria; en particular, una martingala (Cochrane, 2005).

Proposición 5. Si un agente es neutral al riesgo, no posee impaciencia y no percibe dividendos entonces el precio de un activo mediante el enfoque basado en consumo seguirá una caminata aleatoria siempre y cuando los choques aleatorios posean media cero y varianza constante, ver Ecuación (10):

$$p_{t+1} = p_t + \varepsilon_{t+1}. \quad (10)$$

En general, la expresión (7) no asume: mercados completos, normalidad de factor y del flujo, funciones de utilidad cuadrática, mercados en equilibrio o que los inversionistas perciben una renta propia. De hecho, se aplica a cada inversor y activo en particular, sean bonos, acciones, proyectos, etc., independientemente de la presencia de otros inversores o activos, de una función de utilidad monótona y cóncava, o de la existencia de una ley de probabilidad para el retorno o el flujo de caja generado por aquel activo; en particular, el hecho de involucrar momentos condicionales no implica asumir que los retornos son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d).

La universalidad de tal ecuación ocasiona un pobre ajuste en la práctica, motivando la búsqueda de modelos alternativos a

partir de las especializaciones que se puedan realizar al factor de descuento estocástico, m , y al flujo de caja, d .

2.4. Ecuación de valor corporativo

Todo lo anterior, permite configurar una medida de valoración de empresas bajo un entorno de riesgo.

Definición 5. Se le denomina la ecuación de valor corporativo a la estimación del valor presente, V_t , de los flujos futuros de caja, CF , al factor de descuento estocástico, m , para un horizonte infinito de valoración.

Si una empresa es un activo que no posee un mercado en el cual su precio logre ser determinado por el libre juego de oferta y demanda, y además los pocos oferentes y demandantes del activo estructuran sus expectativas de consumo a partir de la generación de flujo de caja de la compañía, lo que implica que su poder de negociación se limita sólo al intercambio de tiempo, incertidumbre, opciones e información a través del flujo de caja, entonces el problema de valoración de empresas consiste en:

$$\text{Maximizar } E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u(c_{t+j}) \quad 0 < \beta < 1,$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} c_t &= e_t - V_t \xi \\ c_{t+j} &= e_{t+j} + CF_{t+j} \xi, \end{aligned}$$

donde el agente posee un nivel de renta, e , un nivel de consumo, c , un volumen de inversión, $V\xi$, y un retorno esperado de la inversión o flujo de caja, CF .

Proposición 6. Si una empresa genera flujo de caja y posee al menos una fuente de financiación la cual cumple con las condiciones de preferencias regulares y admite una función de utilidad entonces mediante el enfoque basado en consumo su medida de valor estará determinada por la Ecuación (11):

$$V_t = E_t \sum_{j=1}^{\infty} m_{t,t+j} CF_{t+j}. \quad (11)$$

Para $m > 0$ y $CF \in \mathbb{R}$ siempre y cuando se cumpla la condición de transversalidad.

De forma equivalente, podemos expresar el valor corporativo en t como el valor esperado del producto entre el factor de descuento y el valor corporativo en $t + 1$. Esto es, Ecuación (12):

$$V_t = E_t [m_{t,t+1}(V_{t+1} + CF_{t+1})]. \quad (12)$$

Además, cuando el activo es negociado en un mercado eficiente, el gran número de competidores y su poder de negociación conducen sus estimaciones del valor intrínseco, V_t , a un precio de equilibrio, p_t ; esto significa que ante información perfecta todos los agentes del mercado poseen la misma percepción del activo y su valoración difícilmente se

diferenciará de su competidor. La siguiente proposición nos indica que el valor esperado del valor corporativo debe aproximarse al precio de dicho activo.

Proposición 7. Sea \tilde{V}_t el valor particular de una realización w en el periodo t , ver Ecuación (13):

$$\tilde{V}_t(w) = \sum_{j=1}^{\infty} m_{t,t+j}(w)CF_{t+j}(w). \quad (13)$$

Si $w \in \Omega$, entonces $\tilde{V}_t(w)$ será una variable aleatoria en t y por lo tanto, ver Ecuación (14):

$$V_t = E_t[\tilde{V}_t] \rightarrow p_t, \quad (14)$$

siempre y cuando se cumpla la condición de transversalidad.

2.4. Supuestos de la BVE

Como cualquier modelo matemático, posee algunos supuestos básicos que facilitan su adaptación práctica, esto son: la información disponible determina la esperanza condicional, el factor de descuento estocástico está en función del riesgo sistemático y no sistemático del flujo de caja de la compañía, se cumple el principio de ausencia de arbitraje y la ley del precio único como una función lineal, y la ausencia de arbitraje está determinada por la no existencia de un mercado de negociación.

2.4. Flexibilidad de la BVE

A consecuencia de ello, se puede obtener cierta flexibilidad para incorporar características especiales tanto para el factor de descuento estocástico, m , como para al flujo de caja, CF .

Esto es:

Proposición 8. Si tanto $m_{t,t+j}$ como CF_{t+j} son valores conocidos para $j \geq 0$, entonces, ver Ecuación (15):

$$V_t = \sum_{j=1}^{\infty} m_{t,t+j}CF_{t+j}. \quad (15)$$

Proposición 9. Si CF_{t+j} son valores conocidos para $j \geq 0$, entonces, Ecuación (16):

$$V_t = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{R_{t,t+j}^f} CF_{t+j}. \quad (16)$$

Proposición 10. Si $m_{t,t+j}$ es un valor conocido para $j \geq 0$, entonces, Ecuación (17):

$$V_t = \sum_{j=1}^{\infty} m_{t,t+j}E_t[CF_{t+j}]. \quad (17)$$

Proposición 11. Si tanto $m_{t,t+j}$ como CF_{t+j} son variables aleatorias independientes, entonces, Ecuación (18):

$$V_t = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{R_{t,t+j}^f} E_t[CF_{t+j}]. \quad (18)$$

Proposición 12. Si tanto $m_{t,t+j}$ como CF_{t+j} son variables aleatorias no independientes, entonces, Ecuación (19):

$$V_t = \sum_{j=1}^{\infty} [E_t[m_{t,t+j}] + \beta_{CF_{t+j}}\lambda_{CF_{t+j}}] E_t[CF_{t+j}]. \quad (19)$$

La siguiente variante de la ecuación de valor corporativo coincide con la Ecuación (11).

Proposición 13. Si tanto $m_{t,t+j}$ como CF_{t+j} son variables aleatorias bajo ausencia de arbitraje y de un mercado de negociación de activos, entonces, Ecuación (20):

$$V_t = E_t \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j \frac{u'(c_{t+j})}{u'(c_t)} CF_{t+j}. \quad (20)$$

Un resultado fundamental en el proceso de valoración se encuentra en los trabajos de Ruback (1995), Fernández (2008), Mitra (2010) y, Adserá y Viñolas (2003), que demostraron la equivalencia entre diferentes planteamientos para valorar empresas, permitiendo con ello configurar una medida de valor corporativo que se ajusta a la información disponible para el analista. Su resultado más importante se le denomina la equivalencia en la valoración. Esto es, Ecuación (21) y (22):

Proposición 14. Si,

$$V_t = f(CF, m) = f(FCF, R^{wacc}). \quad (21)$$

Entonces,

$$V_t = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{R_{t,t+j}^{wacc}} E_t[FCF_{t+j}]. \quad (22)$$

Es decir, la ecuación de valor corporativo puede expresarse como el valor esperado de los flujos de caja libre descontados al costo promedio ponderado de capital. Por otra parte, con los trabajos de Black-Scholes-Merton en la década de los 70's, se abrió un vínculo notablemente explotado por Myers (1976), Trigeorgis y Manson (1987) y Pindyck (1988), el cual denominan el valor de la flexibilidad en los proyectos y que se basa en el concepto de la opción real.

Definición 6. Una opción real es una opción financiera bajo un contexto estratégico con valor, O_t , en función de su costo de inversión, X , del valor actual de sus flujos futuros de caja, V_T , y del factor de descuento estocástico tanto de la opción, m_T , como del proyecto, $m_{t,t+T}$; de tal manera que, Ecuación (23):

$$\text{Maximizar } O_t = E_t[m_{t,t+T}(V_T - X)^+]. \quad (23)$$

Sujeto a:

$$m_{t,t+T} > 0, \quad V_T = E_t[m_T CF_T], \quad 1 = E_t[m_T R^f]$$

Donde la primera restricción implica ausencia de arbitraje, mientras las dos restantes establecen la dinámica del valor actual de los flujos y la tasa libre de riesgo respectivamente.

En consecuencia, el valor global de una compañía está en función del valor proporcionado por la operación normal y el valor de las oportunidades estratégicas disponibles para el negocio y que son responsabilidad del equipo gerencial.

Definición 7. Se define el valor corporativo general, V_t^g , como un proceso aditivo entre el valor permanente, V_t , y el valor flexible otorgado por la oportunidad estratégica u opción real del negocio, O_t . Esto es, Ecuación (24):

$$V_t^g = E_t \sum_{j=1}^{\infty} m_{t,t+j} CF_{t+j} + m_{t,t+T} (V_T - X)^+. \quad (24)$$

Lo anterior implica que: dependiendo de la información disponible la BVEg se aplicará tanto en un espacio de tiempo discreto como continuo, el componente de opción real posee las características propias de una opción financiera call de tipo americano con dividendos, el valor de la opción real es independiente del valor corporativo, la ausencia de opciones reales o el no ejercicio de la opción real implican un valor cero en el término, y por último, dependiendo de la instrumentación financiera en el mercado es posible reemplazar la opción real por cualquier instrumento derivado.

2.5. Distribución de muestreo de la BVE

La siguiente proposición es el resultado de las investigaciones llevadas a cabo en las últimas décadas por Cochrane (2005), Myers (1976), Dufresne (1990) e Hillier (1963). Esto es:

Proposición 15. Sea $\tilde{V}_t(w)$ y $\tilde{O}_t(w)$ una estimación particular de la trayectoria w en el periodo t ,

$$\tilde{V}_t^g(w) = \tilde{V}_t(w) + \tilde{O}_t(w),$$

Si $w \in \Omega$, entonces $\tilde{V}_t(w)$ y $\tilde{O}_t(w)$ serán variables aleatorias en t y por lo tanto, Ecuación (25):

$$\tilde{V}_t^g = E_t[\tilde{V}_t + \tilde{O}_t], \quad (25)$$

y,

$$V_t^g = E_t[\tilde{V}_t^g] \rightarrow p_t,$$

siempre y cuando se cumpla la condición de transversalidad.

De la proposición (7) y de la ecuación de valor corporativo general (24) se tiene que \tilde{V}_t^g también es una variable aleatoria, tal que, Ecuación (26):

$$\tilde{V}_t^g \sim \mathcal{L}(\theta), \quad (26)$$

Esto es, la variable aleatoria \tilde{V}_t^g sigue una ley de probabilidad \mathcal{L} de parámetro θ .

Sea,

$$\tilde{V}_{i,t}^g = \tilde{V}_{m,t} + \tilde{O}_{n,t},$$

la representación del valor corporativo agregado para m proyectos permanentes y n proyectos flexibles, y

$$\Upsilon_{i,j} = \tilde{V}_{i,t}^g - \tilde{V}_{j,t}^g,$$

El cambio en el valor corporativo para dos portafolios cualesquiera de proyectos; entonces si \mathcal{A} es una familia de valores agregados, se puede definir una medida de riesgo sobre \tilde{V}_t^g .

El argumento lógico parte del hecho de que el valor corporativo es una variable aleatoria de tipo transversal la cual no es observable para periodos mayores a t ; es decir, la intención no radica en el estudio de la variabilidad entre periodos, sino en la variabilidad de la posición actual del portafolio de proyectos condicionado al componente permanente y al componente flexible.

2.6. Riesgo de valor corporativo

Definición 8. Una medida de riesgo es una función tal que,

$$\rho : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\tilde{V}_t^g \rightarrow \rho(\tilde{V}_t^g)$$

Definida con base en una medida de probabilidad, \mathbb{P} , y con \mathcal{A} como una familia de todos los posibles valores de \tilde{V}_t^g .

Además, se dice que es una medida coherente de riesgo si cumple con las propiedades de monotonía, subaditividad, homogeneidad positiva e invarianza bajo traslaciones.

La medida de riesgo que se propone en la presente investigación pretende ir más allá de lo establecido respecto a la valoración de empresas, permitiendo en una economía con ausencia de un mercado de valores y de derivados ajustar el perfil de riesgo y las preferencias de consumo de los inversionistas, accionistas y administradores financieros, los cuales demandan información de tales procesos de valoración con fines de enajenación, inversión, calificación de riesgos y gerencia del valor, entre otros; bajo un entorno de riesgo e incertidumbre.

Definición 9. El Riesgo de valor - RiskV, es una medida de riesgo basada en consumo en ausencia de un mercado de capitales desarrollado, cuantificando la potencial destrucción de valor corporativo a un nivel de confianza $(1 - \alpha)$ 100%, como consecuencia de la variabilidad de su estructura operacional y financiera, y de las posiciones estratégicas de la compañía en el futuro,

$$\rho(\tilde{V}_t^g) = RiskV_{1-\alpha}^{\tilde{V}_t^g} = \inf\{\tilde{v}_t^g \in \mathbb{R} | \mathbb{P}(\tilde{V}_t^g \leq \tilde{v}_t^g) \geq \alpha\}$$

de forma equivalente, Ecuación (27):

$$\mathbb{P} \left(\tilde{V}_t^g \leq RiskV_{1-\alpha}^{\tilde{V}_t^g} \right) = \alpha. \quad (27)$$

Sin embargo, no puede considerarse como una medida coherente ya que no cumple con la propiedad de subaditividad. Es decir, dado que las opciones reales están en función de un criterio subjetivo de selección por parte de los directivos de la compañía entonces el añadir opciones no siempre permitirá reducir el riesgo. Por tal motivo, se debe formular la medida condicionada del riesgo de valor, RiskV, de forma análoga al valor en riesgo condicional CVaR.

Definición 10. El Riesgo de valor condicional - CRiskV, es una medida coherente de riesgo complementaria al RiskV sin el problema de sub-aditividad,

$$\rho(\tilde{V}_t^g) = CRiskV_{1-\alpha}^{\tilde{V}_t^g} = E \left[\tilde{V}_t^g | \tilde{V}_t^g < RiskV_{1-\alpha}^{\tilde{V}_t^g} \right],$$

es decir, Ecuación (28):

$$CRiskV_{1-\alpha}^{\tilde{V}_t^g} = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha RiskV_{1-\beta}^{\tilde{V}_t^g} d\beta. \quad (28)$$

Su bondad se encuentra en la cuantificación de la severidad de una pérdida de valor corporativo y en la obtención de parámetros para la comparación entre diferentes estrategias empresariales; además, sirve como indicador corporativo de riesgo para la comparación entre empresas de un mismo sector e indicador de la exposición del riesgo corporativo global de una economía.

2.7. Estimación de parámetros del modelo

El Cash Flow como proceso estocástico de tipo binomial fue planteado por Kruschwitz y Loffler (2010). Esto es, si u ocurre con probabilidad p y d con probabilidad $q = 1 - p$, entonces, Ecuación (29):

$$E_t[CF_{t+k}] = (up + dq)^k CF_t. \quad (29)$$

Las consecuencias prácticas del anterior planteamiento permiten una flexibilidad entre la modelización probabilística objetiva y subjetiva, adaptándose fácilmente a la información disponible y al criterio de cada administrador financiero. Más adelante se presenta un tipo de estimación basada en procesos estacionarios de tipo ARMA cuyas propiedades cumplen con la condición de transversalidad.

Por otra parte, podemos admitir que el problema de valoración podría plantearse desde la perspectiva de la teoría de la decisión, específicamente, como un problema de lotería compuesta o multietápica, donde el propietario lleva a cabo una secuencia de decisiones de inversión y financiación. Este enfoque exige plantear unas reglas de comportamiento que definen una elección racional bajo riesgo.

Definición 11. Consideremos una estructura de preferencia (X, \succeq) y un conjunto de elección, $\mathcal{C}(B)$, constituido por los mejores elementos de B , con $B \subset X$. Esto es, Ecuación (30):

$$\forall b' \in B, b' \preceq x \Rightarrow x, \text{ máximo de } (X, \succeq). \quad (30)$$

Entonces se dice que un individuo realiza una elección racional cuando se produce entre los elementos del conjunto de elección, $\mathcal{C}(B)$.

Con base en lo anterior, el comportamiento de un individuo que posee determinadas preferencias respecto a las alternativas de elección, X , debe cumplir con las condiciones de completitud, reflexividad y transitividad, respectivamente. Además, la construcción de una función de utilidad implica que también se cumplan los supuestos de continuidad y de monotonicidad fuerte para las preferencias de un individuo, y que a su vez será una representación fiel e isótoma sobre el conjunto de elección.

Considerando su proceso de elección bajo un ambiente de riesgo las preferencias parten del supuesto de que las personas por lo general no están dispuestas a seleccionar alternativas simplemente por el criterio del valor esperado; por lo cual, se considera que las personas en su mayoría son adversas al riesgo. Esto sugiere que un individuo que acepte ciertas reglas de comportamiento con respecto al riesgo y cuya elección este basada en loterías, sus preferencias podrían representarse mediante una función de utilidad.

Ahora, considerando la existencia de un conjunto de elección que forma un espacio de mixtura, es posible definir un espacio de utilidad en el sentido de Luce y Raiffa facilitando la construcción de una función de utilidad.

Con base en las anteriores premisas, existe un individuo que siendo accionista de una empresa posee un nivel inicial de riqueza, además, se encuentra en el problema de continuar siendo accionista o ceder tal derecho mediante la venta de su posición. Es decir, debe elegir entre continuar con la lotería o venderla por una lotería degenerada. En definitiva, el mínimo valor para el cual el propietario de la empresa estaría dispuesto a venderla o continuar con ella sería un cierto equivalente que estará en función de su aversión al riesgo.

Suponiendo una tolerancia absoluta al riesgo de tipo lineal por parte del individuo (LeRoy y Werner, 2010), tal que:

$$T(x) = \eta + \frac{x}{\gamma},$$

se obtiene la medida de aversión relativa al riesgo,

$$rr(x) = x \left(\eta + \frac{x}{\gamma} \right)^{-1} = -x \frac{u''(x)}{u'(x)}$$

Luego, haciendo $\eta = 0$, se obtiene:

$$rr(x) = \gamma$$

Que corresponde a la situación donde la medida de aversión relativa al riesgo es constante e independiente del consumo (CRRA). Por último, la familia de funciones de utilidad de consumo basadas en tal medida están dadas por Ecuación (31):

$$u(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-\gamma} x^{1-\gamma}, & \text{si } \gamma \neq 1 \\ \ln x, & \text{si } \gamma = 0 \end{cases} \quad (31)$$

Proposición 16. El valor corporativo de una empresa es igual a la suma a perpetuidad del producto entre los flujos de caja y la tasa marginal de consumo intertemporal isoelástica. Esto es, Ecuación(32):

$$V_t = E_t \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j \left(\frac{c_{t+j}}{c_t} \right)^{-\gamma} CF_{t+j}. \quad (32)$$

El factor de descuento permite capturar el deseo por más consumo y su impaciencia intertemporal, más que un objetivo intermedio de media-varianza como se logra con el CAPM; las características de monotonía y concavidad de la función, reflejan un deseo por más consumo y un decrecimiento marginal de su utilidad por un consumo adicional. De igual forma, agrupa en una sola cifra la aversión al riesgo y la impaciencia intertemporal de un inversionista, expuesto a una economía con ausencia de un mercado de valores desarrollado.

Finalmente, El valor de flexibilidad representa un agregado de valor corporativo, y se le denominará opción real siempre y cuando se verifique la condición de un entorno incierto y la flexibilidad de los directivos respecto a una inversión (Titman y Martin, 2009). Además, se debe agregar que la incertidumbre debe impulsar el valor del proyecto, los directivos deben ser racionales y las estrategias deben ser creíbles y ejecutables (Mun, 2002).

Existe una amplia variedad de opciones reales que satisfacen tales condiciones, sin embargo la familia de opciones estratégicas call permite adaptar los supuestos en ausencia de un portafolio replicante y debido a un mercado de valores o de derivados ineficiente. En efecto, las opciones estratégicas brindan la posibilidad de expandir en escala como en alcance una inversión, de tal forma que una sucesión de inversiones le permitan pasar de ser una compañía sin valor a una que vale por sus oportunidades estratégicas.

De hecho, la misma naturaleza de las opciones reales, cuyo activo subyacente es un activo sin mercado, dificulta su valoración mediante los argumentos de duplicidad y no arbitraje que rigen a las opciones financieras; no obstante, el principio financiero es el mismo y como tal es posible generar argumentos de equivalencia financiera y equivalente cierto que permitan aproximar el valor del contrato. Las consecuencias de ello, una tasa neutral al riesgo mayor que la tasa libre de riesgo.

Puesto que en la determinación del precio de la opción real estratégica no se puede hacer uso de la teoría de juegos y la duplicación de carteras, se procede mediante el enfoque probabilístico. Esto es, Ecuación (33):

$$p = \frac{V_t e^{r(t+1)} - V_{2,t+1}}{V_{1,t+1} - V_{2,t+1}}, \quad (33)$$

Representa la probabilidad que se produzca el valor actual del proyecto, $V_{1,t+1}$, equivalente al rendimiento que se obtendría de una inversión más segura. Por lo tanto, el valor esperado de la opción estratégica de tipo call en el periodo t , queda determinada por Ecuación (34):

$$O_t = e^{-r(t+1)} \left[p(V_{1,t+1} - X)^+ + q(V_{2,t+1} - X)^+ \right], \quad (34)$$

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La información financiera proporcionada por la compañía, en unidades monetarias (u.m), corresponde a los registros mensuales comprendidos entre el 31 de Enero del 2001 al 31 de Diciembre del 2011; De igual forma, se conoce que la compañía posee una oportunidad estratégica valorada en una inversión de 400 u.m con opción de llevarla a cabo durante los siguientes 3 meses, al final de estos, los directivos retirarán la disponibilidad de este aumento de capital en caso de no ejercer la opción. Por otra parte, debido a la coyuntura del país, el acceso a los mecanismos de financiación para la compañía son muy limitados, a tal punto que depende de sus propietarios las futuras inyecciones de capital que permitan financiar las potenciales oportunidades de negocio disponibles para de la empresa. Esto implica que:

$$R_{t,t+j}^c = R_{t,t+j}^{wacc} \text{ y } CF_{t+j} = FCF_{t+j}$$

Por lo tanto, los directivos de la compañía están interesados en responder a las siguientes preguntas: ¿Cuál es el valor corporativo esperado si no existen oportunidades estratégicas?, ¿Cuál es el valor corporativo esperado si la empresa posee una posición estratégica?, ¿Qué tan severa es nuestra pérdida de valor? y ¿Existe algún mecanismo para mitigar la pérdida de valor corporativo?.

Mediante tales registros financieros y luego del análisis estructural, se obtiene la dinámica del Free Cash Flow la cual puede ser determinada por un proceso ARMA (1, 0) o ARMA(1, 2) a partir de la estimación de máxima verosimilitud condicional; ahora, considerando que ambos modelos poseen la propiedad de estacionariedad y aplicando la dinámica propuesta por Kruschwitz, se puede decir que mediante el principio de parsimonia la estructura ARMA más conveniente es la de orden (1,0); cuyo modelo de predicción está determinado por Ecuación (35):

$$FCF_{t+k} = 0,6047 * FCF_{t+k-1} + \varepsilon_{t+1}, \quad (35)$$

De hecho, si los errores se suponen normales, entonces:

$$\widehat{FCF}_t(k) \sim N \left(FCF_{t+k}; 30,31^2 \sum_{i=0}^{k-1} 0,6047^{2i} \right).$$

Por otra parte, el procedimiento para estimar el parámetro de aversión al riesgo, γ , y el factor subjetivo de descuento, β , parte del trabajo de Arango y Ramírez (2007), estableciendo con base en la información de consumo en Colombia un modelo lineal, tal que, Ecuación (36):

$$\ln\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right) = 0,018 - 0,1334 * \ln R_t^f \quad (36)$$

Observando, tenemos que aumentos en la tasa de interés ocasionan una reducción de la tasa de crecimiento del consumo, además se deduce que $\gamma = 8,5$ y $\beta = 0,87$, lo cual nos lleva a concluir que el inversionista colombiano es impaciente y amante al riesgo. Debido a la proximidad geográfica y las características económicas del país, suponemos que el inversionista ecuatoriano posee actitudes similares.

Debido a que la empresa no posee actualmente ningún tipo de apalancamiento, el factor de descuento estocástico queda determinado por:

$$0,80 < m_{t,t+1} < 0,87.$$

Por otra parte, si consideramos un proyecto cuya inversión inicial hoy se estima en X u.m y cuyo valor actual de sus flujos futuros de caja libre se estima en V u.m; además, el administrador no está obligado a llevar a cabo el proyecto de forma inmediata por lo cual dispone de 3 meses para tomar la decisión definitivamente. Entonces, su problema de decisión consiste en aceptar o rechazar el proyecto si las condiciones son las adecuadas para el mismo. Por lo tanto, aplicando el algoritmo Hull-White obtenemos que:

$$\sigma_{V_t} = 1,225 \equiv 125\%$$

Así que, $u = 3,51$ y $d = 0,28$. Ahora, considerando que las tasas de interés en Ecuador para depósitos a plazo superiores a 361 días se ubica en 5,31% anual, entonces:

$$p = 0,2232 \text{ y } q = 0,7768,$$

con lo que concluimos que la opción estratégica de la compañía se encuentra valorada en 300,01 u.m. Finalmente, y considerando la independencia entre el factor de descuento estocástico y el free cash flow, tenemos a un nivel de confianza del 95% que el riesgo de valor es de -123,43 u.m cuando sólo se evalúa el componente permanente; es decir, se espera con un nivel de confianza del 95% que la potencial destrucción de valor corporativo no exceda las 123,43 u.m debido a la variabilidad de su estructura operacional y financiera actual; lo cual implica que si la compañía no continua explotando oportunidades de negocio no generará valor a largo plazo y por lo tanto destruirá la riqueza de sus propietarios, ver Figura 1.

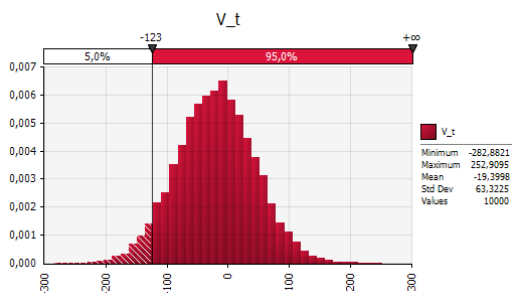


Figura 1. Distribución del valor corporativo del componente permanente.

Sin embargo, al considerar la oportunidad estratégica del taller metalmecánico el valor cerrado de la opción se ubica en 300,01 u.m y con ello, un nuevo riesgo de valor de 177,92. En este caso, la oportunidad estratégica es suficiente para cubrir el riesgo por pérdida de valor de la compañía; sin embargo, la compañía debe indagar por más oportunidades que le permitan mantener el valor a largo plazo. Es decir, el negocio vale por las oportunidades estratégicas que posee a través del tiempo, ver Figura 2.

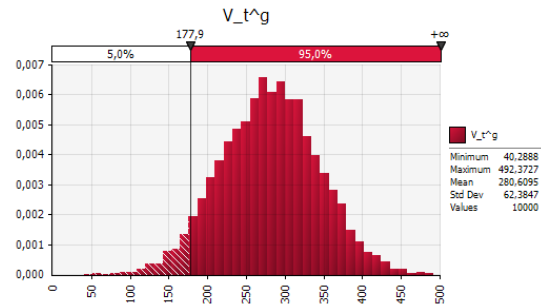


Figura 2. Distribución del valor corporativo general.

4. CONCLUSIONES

En general, la ecuación de valor corporativo parte del enfoque basado en consumo proporcionando flexibilidad en el uso de un factor de descuento estocástico que puede expresarse linealmente y adoptar formas alrededor de una media-varianza o estado-preferencia. De igual manera, el flujo de caja adquiere propiedades dinámicas bajo el enfoque, accediendo a características especiales que le permiten moverse en un espacio y tiempo determinado.

Por su parte, las medidas de flujo de caja libre y costo de capital corporativo se adaptan satisfactoriamente al enfoque basado en consumo, debido al vínculo que la valoración de empresas posee con el mercado de valores, permitiendo así definir una medida de valor en la cual los demás métodos de valoración convergen cuando conceptualmente son correctos; sin embargo, a pesar de la ausencia de un mercado organizado que deja inoperable algunos principios, el modelo basado en consumo facilita la construcción de un factor de descuento estocástico de acuerdo al perfil de riesgo y a la función de utilidad de cada inversionista.

Finalmente, lo más importante, la independencia entre el factor y el flujo de caja no son evidentes como nos presenta la literatura financiera, la relación que presentan no es de correlación constante a través del tiempo, más bien es una correlación dinámica; es decir, el aporte del factor de descuento al flujo de caja libre es un proceso estocástico.

A diferencia de la propuesta de Kruschwitz, la dinámica del flujo de caja podría ser modelada a partir de un proceso autoregresivo de media móvil ARMA(p, q), siendo los modelos AR(p) y MA(q) casos particulares del mismo. Tal argumento, se justifica con las propiedades de estacionariedad que posee el proceso de medias móviles-MA y por el teorema de Wold.

El riesgo de valor-RiskV no es una medida coherente de riesgo, no obstante, mide la potencial destrucción de valor

corporativo a consecuencia de la variabilidad de su estructura operacional y financiera, y de las posiciones estratégicas de la compañía en el futuro; se basa en el modelo de consumo intertemporal para una economía con ausencia de un mercado de capitales desarrollado, permitiendo ajustar el perfil de riesgo y las preferencias de consumo de los inversionistas, accionistas y administradores financieros, los cuales demandan información en un entorno de riesgo e incertidumbre.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Edwin Galindo, Juan Carlos García, Carlos Valladares y Ana María Aldás por sus valiosos comentarios en la revisión del documento, a la Universidad de las Américas y la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE por el valioso tiempo y el espacio que me brindaron para abordar tan profundo problema de investigación. Y por supuesto, le agradezco a toda mi familia que siempre han acompañado y apoyado mi labor docente e investigativa. A todos ellos gracias.

REFERENCIAS

- Adserá, X., y Viñolas, P. (2003). *Principios de valoración de empresas*. Madrid, España: Ediciones Deusto.
- Arango, M., y Ramírez, A. (2007). *Aversión al riesgo y tasa subjetiva de descuento: caso colombiano, 1970-2003*. Revista de Ingenierías Universidad de Medellín. 6(10), 93-99.
- Baye, M. (2006). *Managerial economics and business strategy, 5th ed.* New York, United States: McGraw-Hill.
- Cochrane, J. (2005). *Asset pricing*. Boston, United States: Princeton University Press.
- Dean, J. (1951). *Capital Budgeting*. New York, United States: Columbia University Press.
- Dufresne, D. (1990). *The Distribution of a Perpetuity, with Applications to Risk Theory and Pension Funding*. Scandinavian Actuarial Journal. 1(1), 39-79.
- Fernández, P. (2008). *Valoración de empresas por descuento de flujos: diez métodos y siete teorías*. Obtenido de la base de datos del IESE Business School.
- Fisher, I. (1907). *The rate of interest: its nature, determination and relation to economic phenomena*. New York, United States: The Macmillan Company.
- Gordon, M., y Shapiro, E. (1956). *Capital equipment analysis: the required rate of profit*. Management science 3(1), 102-110.
- Greenwood, R. (2010). *Calculating free cash flows*, Obtenido de la base de datos de Harvard Business School Publishing.
- Hazen, G. (2003). *A new perspective on multiple internal rates of returns*. The engineering economist. 48(1), 31-51.
- Hillier, F. (1963). *The derivation of probabilistic information for the evaluation of risky investment*. Management Science. 9(3), 443-457.
- Kruschwitz, L., y Löffler, A. (2006). *Discounted cash flow: a theory of the valuation of firms*. New York, United States: John Wiley & Sons, Ltd.
- LeRoy, S., y Werner, J. (2010) *Principles of financial economics*, 9th ed. New York, United States: Cambridge University Press.
- Markowitz, H. (1990). *Foundations of portfolio theory*. Journal of finance. 46(2), 469-477.
- Mitra, S. (2010). *Note on cash flow valuation methods: comparison of WACC, FTE, CCF, and APV approaches*. Obtenido de la bases de datos de Richard Ivey School of Business.
- Mun, J. (2002). *Valoración. Real options analysis: tools and techniques for valuing strategic investment and decisions*. New York, United States: John Wiley & Sons, Ltd.
- Myers, S. (1977). *Determinants of corporate borrowings*. Journal of financial economics. 5(2), 147-175.
- Pindyck, R. (1988). *Irreversible investment, capacity choice and the value of the firm*. American Economic Review. 78(5), 969-985.
- Ross, S., Westerfield, R., y Jordan, B. (2010). *Fundamentos de finanzas corporativas, 7ma ed.* México DF, México: McGraw-hill.
- Ruback, R. (1995). *An introduction to cash flow valuation methods*. Obtenido de la base de datos de Harvard Business School Publishing.
- Sargent, T. (1987). *Dynamic macroeconomic theory*. Cambridge, United States: Harvard University Press.
- Titman, S., y Martin, J. (2009). *Valoración. El arte y la ciencia de las decisiones de inversión corporativa*. Mexico DF, México: Pearson Learning.
- Trigeorgis, L., y Mason, S. (1987). *Valuing Managerial Flexibility*, Midland Corporate Finance Journal. 5(1), 14-21.
- Williams, J. (1938). *The theory of investment value*. Boston, United States: Harvard University Press.