

revista **politécnica**

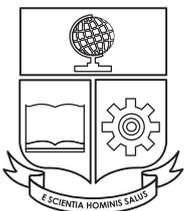


ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

ISSN: 1390-0129
eISSN: 2477-8990

Volumen 45, No. 1 Febrero · Abril 2020

revista
politécnica



ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

ISSN: 1390-0129
eISSN: 2477-8990

Volumen 45, No. 1 Febrero · Abril 2020

TEMÁTICA Y ALCANCE

La Revista Politécnica es una publicación periódica trimestral, editada por la Escuela Politécnica Nacional del Ecuador, cuyo objetivo es contribuir al conocimiento científico y tecnológico, mediante la publicación de estudios científicos relacionados a las áreas de ciencias básicas (física, química y matemática) e ingenierías (agroindustria, ambiental, civil, eléctrica, electrónica, geología, mecánica, petróleos, sistemas y química). La Revista Politécnica está dirigida a profesionales e investigadores que trabajan en estos campos del conocimiento.

EDITOR

Oscar Eduardo Camacho, Ph.D.
Escuela Politécnica Nacional
editor.rp@epn.edu.ec

CO-EDITORA

Jenny Gabriela Torres, Ph.D.
Escuela Politécnica Nacional
coeditor.rp@epn.edu.ec

CONSEJO EDITORIAL

Ph.D. José Aguilar
Universidad de los Andes, Venezuela

Ph.D. Santiago Arellano
Chalmers University of Technology, Suecia

Ph.D. Carlos Avila
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Leonardo Basile
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Silvia Calderón
Universidad de los Andes, Venezuela

Ph.D. Jean François Dulhoste
Universidad de los Andes, Venezuela
Dr. Pamela Flores
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Carlos Gallardo
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Victor Hugo Hidalgo
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Edinzo Iglesias
Universidad de los Andes, Venezuela

Ph.D. Francisco León
Universidad de los Andes, Venezuela

Ph.D. Orestes Llanes
Universidad Tecnológica de la Habana, Cuba

Ph.D. Diego Ordoñez
Universidad Tecnológica Equinoccial, Ecuador

Ph.D. Rui Pedro Paiva
University of Coimbra, Portugal

Ph.D. José Luis Paz
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Nelson Pérez
Universidad de los Andes, Venezuela

Ph.D. Franklin Rivas
Universidad Técnica Federico Santamaría, Chile

Ph.D. Andrés Rosales
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Gabriel Salazar
Organización Latinoamericana de Energía, Ecuador

Ph.D. Pablo Samaniego
Instituto de Investigación para el Desarrollo (IRD), Francia

Ph.D. Gustavo Scaglia
Universidad Nacional de San Juan, Argentina

Ph.D. Hebertt Sira-Ramirez
Center for Research and Advanced Studies of the National Polytechnic Institute, México

Ph.D. Carlos Smith
University of South Florida, Estados Unidos

Ph.D. Sebastian Taco
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Cristian Vallejo
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Marcos Villacis
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Cesar Witt
Université des Sciences et Technologies de Lille, Francia

La Revista Politécnica está incluida en Scientific Electronic Library Online (SciELO), Catálogo 2.0 de Latindex, Directory of Open Access Journals (DOAJ), Red Iberoamericana de Innovación y Conocimiento Científico (REDIB), Matriz de Información para el Análisis de Revistas (MIAR), Bielefeld Academic Search Engine (BASE), CiteFactor, PKP Index, Google Scholar, ResearchBib, International Institute of Organized Research (I2OR).

Se autoriza la reproducción total o parcial de su contenido siempre y cuando se cite la fuente. Los conceptos expresados son de responsabilidad exclusiva de sus autores.

Coordinador Técnico Operativo

Ing. Ricardo Villarroel
ricardo.villarroel@epn.edu.ec
Teléfono: (+593) 2976300 ext. 5220

Ing. Katherine Aro
katherine.aro@epn.edu.ec

Proofreader

MSc. María Eufemia Torres

Diseño de Portada
Ing. Cristian Basurto

AUTORIDADES

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

**Vicerrectora de Investigación,
Innovación y Vinculación**
Alexandra Alvarado, Ph.D.

Rectora
Florinella Muñoz, Ph.D.

Vicerrector de Docencia
Iván Bernal, Ph.D.

Palabras del Editor

La Revista Politécnica en este número presenta cinco trabajos asociados a diversas disciplinas del saber. Esperamos que estos trabajos logren servir de guía a investigadores, docentes y estudiantes. Un breve resumen de estos temas se indican a continuación:

El primer artículo es presentado por Vicente y colaboradores. En este trabajo se estudia la fiabilidad de la técnica de fotogrametría, mediante el uso de una cámara de bajo costo, denominado Kinect V1. La cámara Kinect adquirirá los parámetros cinemáticos del movimiento de flexo-extensión de la articulación del cuello y, técnicas de visión artificial y de procesamiento de imágenes de profundidad/color del sensor Kinect serán empleadas para obtener las trayectorias de los marcadores anatómicos y técnicos. Se utilizará un filtro de Kalman para corregir el seguimiento continuo de las trayectorias de los marcadores técnicos y, consecuentemente, las coordenadas espaciales de cada marcador. Los datos fueron obtenidos de siete sujetos de prueba, entre hombres y mujeres, físicamente sanos. Las edades de los sujetos están comprendidas entre 17 y 40 años. Asociados a las coordenadas de cada marcador técnico, se calculan los parámetros cinemáticos de velocidad angular, aceleración angular y desplazamiento angular, para obtener los parámetros de fiabilidad y correlación entre pruebas.

Bermeo, Sánchez y Placencia presentan el segundo trabajo. En este se trata sobre el comportamiento de conexión Losa-Columna en nudos Interiores de pórticos con losas planas y vigas embebidas, se presentan dos modelos de prueba a escala real. Se construyeron 2 nudos interiores de un edificio con losas planas y fueron ensayadas ante una combinación de cargas verticales y laterales para observar el comportamiento de la conexión losa columna. La carga horizontal fue aplicada de forma cíclica y se colocó una sobre carga en la losa para simular la carga vertical de una edificación en servicio normal. Estos experimentos mostraron que el tipo de falla que se produce en estructuras de hormigón con losas planas es frágil. En ninguno de los dos modelos se produjo el agotamiento por flexión, sin embargo, sí se evidenciaron daños por corte en dos direcciones o punzonamiento.

El tercer trabajo presentado por Tolentino Masgo tiene como objetivo evaluar cinco modelos de turbulencia: SST $k-\omega$, $k-\epsilon$ estándar, $k-\omega$ estándar, $k-k\ell-\omega$ de transición y RSM, para el flujo de aire con presencia de ondas de choque en un difusor transónico. Se realizaron simulaciones numéricas 2D del campo de flujo aplicando el modelo RANS en el código ANSYS-Fluent, el cual aplica el método de volumen finito. Se emplearon las ecuaciones gobernantes: conservación de la masa, cantidad de movimiento, energía y de estado; para la viscosidad en función de la temperatura la ecuación de Sutherland. Además, se consideró el análisis basado en densidad para un fluido compresible. Se obtuvieron resultados numéricos de perfiles de presión estática en las paredes y de la velocidad en diferentes posiciones en el difusor, así como, del campo de densidad, número de Mach, presión estática, velocidad y temperatura estática, para las relaciones de presión $rp=0,82$ y $rp=0,72$, los cuales fueron comparados con datos experimentales publicados en la literatura.

Tibanlombo y coautores presentan un artículo donde muestran una evaluación experimental del estado del aislamiento de un transformador trifásico de 50 kVA sumergido en aceite a través de la aplicación de impulsos atmosféricos estándar de alto voltaje y su respuesta en frecuencia realizando un Análisis de la Respuesta en Frecuencia al Impulso (IFRA). La evaluación se basa en tener dos estados representativos del aislamiento, por ejemplo, cuando el transformador usa aceite dieléctrico deteriorado y luego este aceite es reemplazado por uno nuevo, por lo que se realiza el cambio del aceite dieléctrico. Se lleva a cabo una valoración general del estado del transformador en ambos estados representativos mediante la ejecución de pruebas de rutina. El análisis de la respuesta en frecuencia se desarrolla mediante la obtención de la respuesta del transformador en los dos estados representativos del aislamiento y bajo diferentes configuraciones

de medición. Posteriormente se evalúa a través de una comparación gráfica entre las respuestas en frecuencia, valorando cualitativamente y cuantitativamente las figuras obtenidas; y relacionándolas con el estado del aislamiento.

Prado, Herrera y Menéndez en el quinto trabajo presentan un nuevo esquema de control robusto basado en un modelo no-lineal aplicado a un sistema de péndulo invertido rotacional. El péndulo rotacional está compuesto por un brazo mecánico unido a un péndulo de movimiento libre (ortogonal al brazo), conocido como el péndulo Furuta. En principio, un controlador Fuzzy permite que la barra del brazo robótico levante el péndulo giratorio a través del movimiento oscilatorio y alcance automáticamente la posición de equilibrio superior en un rango de operación de estabilización prescrito. Después de que el péndulo alcanza el rango de operación, un sistema de conmutación inteligente permite la transición entre el controlador basculante y un controlador predictivo robusto para mantener la posición angular del péndulo alrededor de la posición vertical ascendente. Para lograr un desempeño robusto, un marco centralizado del controlador propuesto combina unas tres acciones de control. El primero compensa las perturbaciones utilizando la trayectoria de regulación - control de adelanto. La segunda acción de control corrige los errores producidos por la discrepancia de modelado. El tercer controlador asegura robustez en el sistema de lazo cerrado mientras compensa las desviaciones de las trayectorias de estado con respecto a las nominales (es decir, sin perturbaciones). La estrategia de control proporciona factibilidad robusta a pesar de que las restricciones en la barra del brazo y los actuadores del péndulo son alcanzadas. Dichas restricciones se calculan en línea en base a conjuntos robustos positivamente invariantes caracterizados por conjuntos politópicos (tubos). El controlador propuesto se prueba en simulación y se valida de forma experimental en un entorno de simulación de alta fidelidad que incluye un péndulo invertido giratorio construido con fines educativos. Los resultados muestran que el rendimiento de control robusto se fortalece frente a perturbaciones del sistema de lazo cerrado en comparación con la de los controladores predictivos lineales y no lineales inherentemente robustos.

Oscar Eduardo Camacho Quintero, Ph.D.

EDITOR

Contenido
Vol. 45, No. 1
Febrero 2020 – Abril 2020

7

Vicente Kleber; Venegas William; Vasconez Christian; Zambrano Ivan

Análisis de Flexo-extensión del Cuello Mediante el Uso de Visión Artificial

Flexo-extension Analysis of the Neck Using Artificial Vision

17

Bermeo Carla; Sánchez Diego; Placencia Patricio

Comportamiento de Conexión Losa-Columna en Nudos Interiores de Pórticos con Losas Planas y Vigas Embebidas

Experimental Test of Slab – Column Connection on Frames with Hidden Beams.

25

Tolentino Masgo San Luis Baudilio

Evaluación de Modelos de Turbulencia para el Flujo de Aire en un Difusor Transónico

Evaluation of Turbulence Models for the Air Flow in a Transonic Diffuser

39

Tibanlombo Víctor; Ramírez Juan; Granda Nelson; Quilumba Franklin

Evaluación del Estado del Aislamiento en Transformadores a partir de Mediciones IFRA de Alto Voltaje

Transformer Insulation Condition Assessment by Evaluation of High Voltage IFRA Measurements

49

Alvaro Prado; Marco Herrera; Oswaldo Menéndez

Intelligent Swing-Up and Robust Stabilization via Tube-based Nonlinear Model Predictive Control for A Rotational Inverted-Pendulum System

Levantamiento Inteligente y Estabilización Robusta de un Sistema de Péndulo Invertido Rotatorio via Control Predictivo Basado en Modelo No-lineal y Tubos

Análisis de Flexo-extensión del Cuello Mediante el Uso de Visión Artificial

Vicente, Kleber^{1,3,*} ; Venegas, William¹ ; Vásquez, Christian L.² ; Zambrano, Iván¹ 

¹Escuela Politécnica Nacional, Departamento de Mecánica, Quito, Ecuador

²Escuela Politécnica Nacional, Departamento de Física, Quito, Ecuador

³Secretaría de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación, Área de Equipamiento EOD-PRETT, Quito, Ecuador

Resumen: En el tratamiento del dolor cervical se emplean equipos y técnicas que no miden la intensidad del dolor del paciente, sino que únicamente permiten observar los daños estructurales de dicha región. Sin embargo, la evaluación de éste dolor se puede llevar a cabo al analizar las variables cinemáticas de los tres movimientos de la articulación cervical: flexo-extensión, flexo-lateral y rotación. En este trabajo estudiaremos la fiabilidad de la técnica de fotogrametría, mediante el uso de una cámara de bajo costo, denominado Kinect V1. La cámara Kinect adquirirá los parámetros cinemáticos del movimiento de flexo-extensión de la articulación del cuello y, técnicas de visión artificial y de procesamiento de imágenes de profundidad/color del sensor Kinect serán empleadas para obtener las trayectorias de los marcadores anatómicos y técnicos. Se utilizará un filtro de Kalman para corregir el seguimiento continuo de las trayectorias de los marcadores técnicos y, consecuentemente, las coordenadas espaciales de cada marcador. Los datos fueron obtenidos de siete sujetos de prueba, entre hombres y mujeres, físicamente sanos. Las edades de los sujetos están comprendidas entre 17 y 40 años. Asociados a las coordenadas de cada marcador técnico, calculamos los parámetros cinemáticos de velocidad angular, aceleración angular y desplazamiento angular, para obtener los parámetros de fiabilidad y correlación entre pruebas. Esto último se realizó al analizar el error estándar medio, el índice de correlación múltiple y los índices de correlación de Pearson, empleados para análisis clínico. El alto índice de correlación entre los ensayos realizados nos permite ratificar la fiabilidad de nuestra metodología.

Palabras claves: flexo-extensión, fotogrametría, Kinect, filtro de Kalman, cinemática.

Flexo-extension Analysis of the Neck Using Artificial Vision

Abstract: In the treatment of cervical pain, several techniques that are commonly used cannot indicate the patient pain-intensity, but only can identify structural damage. The evaluation of this pain-intensity can be achieved analyzing the cervical joint kinematic variables of the three movements: flexo-extension, flexo-lateral and rotation. In this work we will study the reliability of the photogrammetry technique through a low-cost camera, i.e., Kinect V1. The Kinect camera will acquire kinematic parameters of the flexo-extension movement from the neck joint. We will use artificial vision and depth/color image techniques to obtaining the trajectories of the technical (and anatomical) markers. A Kalman filter is employed to correct the continuous tracking of the technical markers to obtaining the spatial coordinates of each marker. The data is obtained from seven test-subjects, men and women physically healthy. The ages of the test-subjects are between 17 and 40 years. We compute the kinematic parameters of angular velocity, angular acceleration and angular displacement, associated with the spatial-coordinates of each technical marker. Then, we obtain the parameters of reliability and correlation between tests through the mean-standard error, the multiple-correlation index and the Pearson-correlation indexes, commonly used for clinical analysis. The high values of these correlation indexes let us to remark the reliability of our methodology.

Keywords: flexo-extension, photogrammetry, Kinect, Kalman filter, kinematics.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes al estudio del dolor del cuello

El dolor de cuello (conocido también como columna cervical) es un trastorno musculoesquelético que afecta a la salud o al normal desenvolvimiento de un individuo. En la actualidad, no se conoce

sus precursores exactos y tampoco existen datos epidemiológicos locales (Robaina, 1998; ANT, n.d.). Por ello, las repercusiones a mediano y largo plazo son desconocidas. El sacrificio de la estabilidad del cuello a cambio de la movilidad (Magee, 2013), lo convierte en una zona vulnerable a lesiones, por lo que el estudio de este conjunto de articulaciones es un campo activo. Causas

vikle52@gmail.com

Recibido: 19/07/2019

Aceptado: 25/03/2020

Publicado: 31/04/2020

10.33333/rp.vol45n1.01

subyacentes, como choques del tejido nervioso, patología osteo-ligamentosa o anomalías del control neuromuscular (Moskovich , 1988; Pettersson et al. , 1997; Ellingson et al , 2013), han sido identificadas como causas del dolor de cuello. A su vez, estas causas pueden haber sido originadas por traumatismos provocados por accidentes, mala postura, infecciones, condiciones inflamatorias, enfermedades reumáticas o por enfermedades congénitas (Antonaci et al , 2000; De Koning et al. , 2008). La diversidad de precursores para el dolor del cuello dificulta el diagnóstico de la afección, el mismo que depende fuertemente de la metodología empleada para llevarlo a cabo, lo que redundará en un tratamiento inadecuado para tratar la afección (Baydal , 2013). A esta dificultad se le adicionan factores como la estructura anatómica, los movimientos compensatorios, el sexo, la edad, la rutina, entre otros (Antonaci et al , 2000).

1.2 Técnicas y medidas contemporáneas

El comportamiento del cuello se puede cuantificar a través del rango de movimiento cervical (cervical range of motion), ROM, cuya medición puede ser obtenida usando métodos invasivos o no invasivos. Entre estos últimos se obtienen datos suficientemente confiables con Rayos X (Williams et al. , 2010), tomografía computarizada y resonancia magnética (Yoganandan et al. , 2001), goniómetros, inclinómetros (Jordan , 2000; Snodgrass et al. , 2014), Cybex o análisis cinemático 3D (Roozmon et al. , 1993) y escáneres electroópticos (Antonaci et al , 2000).

La elección del método depende si el objetivo del mismo será de tipo cribado clínico o con fines investigativos sobre la funcionalidad del cuello. Notamos que el análisis de los movimientos de la columna cervical es más frecuentemente evaluado por motivos clínicos (Antonaci et al , 2000). En este contexto, los métodos más adecuados para una evaluación diagnóstica de la ROM son aquellos basados en inclinómetros, electrogoniometría y video/fotogrametría. Sin embargo, estos métodos son poco repetibles al depender de puntos anatómicos, los mismos que varían entre pacientes (Kraemer and Patris , 1989). Es necesario destacar los estudios realizados por Cescon et al. (2014), que emplean el sistema de detección *Virtual Reality Rehabilitation System* (VRRS) en Padova, Italia. El equipo VRRS tiene una precisión ± 0.2 , y sus sensores son colocados en una diadema, fijados con cinta para evitar tracción. En cuanto a las limitaciones de los equipos basados en inclinómetros, destacamos que aunque los movimientos de flexo-extensión y flexión lateral son adecuadamente medidos, las curvas de trayectoria (obtenidas con muestras de movimientos de rotación axial) son del todo no repetibles y, consecuentemente, no fiables (Willinger et al. , 2005).

Por su parte, los equipos de video y fotogrametría garantizan la repetitividad del muestreo, lo que les otorga fiabilidad. En la actualidad, estos sensores son los más empleados para realizar investigación (Baydal , 2013). La técnica de fotogrametría reconstruye coordenadas 3D a partir de coordenadas 2D, a través de la superposición de imágenes provenientes de al menos dos cámaras. Esto la convierte en una técnica de medición indirecta. Las imágenes 3D son construidas estereoscópicamente por triangulación de puntos homólogos (Sánchez , 2006).

En general, las técnicas empleadas basadas en inclinómetros o goniómetros son poco manejables para los operadores y desagradable para el paciente. Esto repercute negativamente en la fiabilidad de los datos obtenidos y dificulta una evaluación precisa. Entonces, es necesario identificar un método menos invasivo y cuya operación sea menos compleja, sin sacrificar su utilidad clínica (e.g. cámaras digitales). En este documento determinaremos la curva de flexo-extensión del cuello usando equipos de bajo costo como la cámara Kinect de Microsoft. En la Sección 2 explicaremos las características de la cámara Kinect, así como el sistema de referencia que usaremos para los marcadores ópticos. Detallaremos el procesamiento de las imágenes de color y profundidad recolectadas y el procedimiento para la adquisición de las coordenadas espaciales. Nuestros resultados experimentales de validación serán resumidos en la Sección 3 y nuestras conclusiones se expondrán en la Sección 4.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Sensores ópticos

La metodología se desarrolla en torno al uso de un sensor Kinect de Microsoft. El dispositivo cuenta con un proyector láser, una cámara infrarroja, una cámara RGB, micrófonos y un procesador personalizado de la marca *PRIMESENSEPS1080*. Además, el dispositivo tiene una cámara RGB con sensor CMOS (con un filtro de Bayer) con una resolución de 640×480 pixels, operando a 30fps. Finalmente, tiene una cámara de profundidad basada en un emisor infrarrojo y una cámara infrarroja con sensor CMOS monocromático cuya resolución es de 640×480 pixels, operando a 30fps. La profundidad de las imágenes se determina en función del tiempo que se demora en reflejar la luz infrarroja (Ladino y Monsalve , 2015; Nuño , 2012). La imagen RGB está compuesta por un conjunto de pixels, compuestos de cuatro componentes: rojo, verde, azul y transparencia (alfa), respectivamente. El último canal funciona también como RGBa y como vacío para imágenes RGB. Cada componente tiene un valor entero de 0 a 254 (correspondiente a byte), por lo que cada pixel posee cuatro bytes. En el caso de la cámara de profundidad, cada pixel almacena un valor de intensidad almacenado en dos bytes, lo que provee 2048 niveles de sensibilidad en profundidad. Éste valor establece la distancia entre el sensor en milímetros (kinectformatlab , n.d.).

2.2 Marcadores técnicos, anatómicos y de referencia

Para determinar una adecuada toma de muestra establecemos la ubicación de los marcadores tomando en consideración resultados previos. La cantidad de marcadores varía en cada metodología, aún cuando existen ciertas similitudes entre diversos autores. En particular, podemos resaltar el trabajo realizado recientemente usando técnicas similares de fotogrametría. Baydal (2013) expone la utilización de un casco con cuatro marcadores reflectantes equidistantes en la cabeza. Cada marcador se encuentra a 20cm del casco con los objetivos de aumentar la inercia del modelo tipo sólido rígido y disminuir el error en el cálculo de las variables cinemáticas. Para establecer los ejes de referencia locales de cada individuo, se coloca un marcador a la altura de la cervical C7 y dos marcadores situados sobre los lóbulos auditivos.

Por su parte, Bertomeu y Jaén (2007) usa dos marcadores anatómicos colocados en la espalda (a la altura de la cervical C7), dos marcadores anatómicos (a la altura de los lóbulos auditivos) y tres marcadores técnicos (en la cabeza) empleados durante el movimiento. Díaz-Rodríguez et al (2016) emplea seis marcadores técnicos que se encuentran ubicados en la diadema con cuernos, tres en cada cuerno. Para la etapa de referencia emplea marcadores anatómicos en los lóbulos auditivos y dos en el tórax. La medición de parámetros inerciales se realiza con dos marcadores infraorbitales (ubicados en el punto por debajo de la órbita de los ojos) dos puntos trágiones (aleta de la oreja, sobre el trago) y un marcador Sellion, ubicado en el punto de apoyo de las monturas de las gafas sobre la nariz (McConville et al , 1980).

En el caso de Grip et al. (2007) se utiliza un protocolo con 13 marcadores. Cinco marcadores son colocados en la cabeza, en forma de racimo rígido, un marcador se coloca en la escotadura supraesternal, tres marcadores en una placa rígida en la parte posterior del torso, un marcador en cada hombro y uno en cada fosa mandibular. Los últimos dos marcadores se emplean para estimar la altura cervical y son eliminados antes de la prueba de reposicionamiento. (Grip et al. , 2008) también emplean cinco marcadores en forma de racimo en la cabeza. Además, un marcador en la muesca supraesternal, tres en una placa rígida en la parte posterior, una en cada hombro, una en cada fosa mandibular y cuatro en una placa rígida en cada brazo superior. La placa posterior se la coloca a la altura de las vértebras torácicas T6-T8. Lo que totaliza 21 marcadores, analizados con ProReflex del laboratorio Qualisys Medical AB, utilizando cinco cámaras infrarrojas para un muestreo a 120Hz. Ohberg et al. (2003) presentan un tipo de disposición de marcadores diferente: tres marcadores en la cabeza colocadas con unas barras de 11cm y separado a 13cm uno de otro consecutivamente. En el tórax del paciente se colocó un chaleco ortoplastico con tres marcadores, dos a la altura de la clavícula y uno a la altura de la muesca supraesternal.

La Figura 1 muestra la disposición de los marcadores usados en nuestro estudio. La detección usa cinco marcadores: tres marcadores técnicos ubicados en una diadema a 20cm de la cabeza, MT1, MT2 y MT3 (con el fin de aumentar la inercia del modelo del sólido rígido y disminuir el error en el cálculo de las variables cinemáticas, e.g., (Baydal , 2013)). Como marcadores anatómicos, colocamos un marcador a la altura del lóbulo auditivo, MA1, que sirve como un punto de referencia inicial (Díaz-Rodríguez et al , 2016). Así mismo, usamos un punto de referencia en la silla, MS1, para detectar movimientos de la misma en el muestreo.

2.3 Procedimiento para toma de datos

Hemos establecido que el número mínimo de sujetos de prueba sean 7 y que el número de muestras por sujeto sean 3, similar al trabajo de Ruíz (2018). Las personas de prueba varían en peso y talla, y sus edades se encuentran entre 17 a 40 años. Todos los sujetos se encuentran aparentemente sanas, sin ningún trauma o enfermedad en las articulaciones del cuello. Se realizan dos muestreos a cada sujeto de prueba en tres sesiones. En el primer caso el paciente no se mueve y se registra las ubicaciones de los cinco marcadores. El segundo muestreo se realiza con

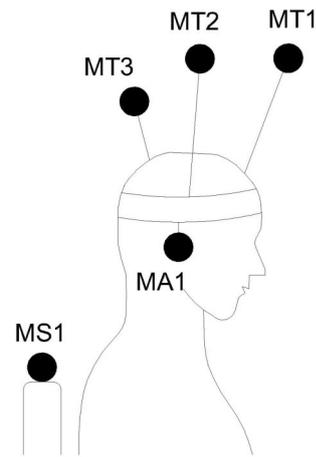


Figura 1. Ubicación de marcadores en el sujeto de prueba. MT1, MT2 MT3 son los marcadores técnicos, colocados a 20cm de la cabeza. MA1 es el marcador anatómico, ubicado en el lóbulo auditivo. MS1 es el marcador de referencia de la silla donde se ubica el paciente.

movimientos armónicos y naturales de flexo-extensión para registrar la trayectoria de los tres marcadores técnicos.

La cámara Kinect se coloca a $\sim 1,90\text{m}$ desde la pared y a una altura de $\sim 1,05\text{m}$. La disposición de la cámara cubre totalmente el campo visual donde se ejecutará la prueba. en peso y talla. El centro de coordenadas $(0,0)$ se obtiene de una imagen de 640×480 pixels, localizada en $x_0 = 640/2$ y $z_0 = 480/2$. Gracias al acelerómetro del Kinect podemos controlar por software la inclinación de la cámara. De igual manera, verificamos la perpendicularidad de la cámara al plano de muestreo al comprobar los valores de profundidad con las cuatro esquinas de la habitación donde se toma el muestreo.

2.4 Adquisición de videos RGB y de profundidad

La obtención y almacenamiento de las muestras cinemáticas del cuello se llevó a cabo mediante tres programas. El primer programa almacena simultáneamente videos de las imágenes RGB y de profundidad. En este programa hemos tomado las siguientes consideraciones:

- El video para la imagen RGB es almacenado con formato **Uncompressed AVI**, con extensión “.avi” y con una frecuencia de 30fps.
- La imagen de profundidad se almacena con formato **Motion JPEG 2000**, con extensión “.mj2”. y con una frecuencia de 30fps. Debemos considerar que cada pixel tiene 16 bits.

El segundo programa procesa los videos para obtener las trayectorias de los marcadores. El programa realiza un procesamiento con visión artificial de la imagen RGB utilizando herramientas de binarizado y operaciones morfológicas, presentes en el programa Matlab. Realizamos este procesamiento en cada frame, tanto de la imagen RGB, como de profundidad. En la Figura 2 podemos apreciar el desfase entre las dos imágenes, propio del arreglo de las cámaras internas del sensor Kinect. En particular, de la imagen RGB obtenemos los valores de las componentes X y Y , mientras

que de la imagen de profundidad obtenemos la componente Z .



Figura 2. Desplazamiento entre las imágenes de color o RGB (círculos blancos) y de profundidad (círculos gris) causado por la ubicación de las cámaras en el sensor Kinect.

El seguimiento de objetos en movimiento es un tema fundamental dentro de la visión artificial y ampliamente utilizado en muchos campos como la medicina, proyectos militares, vídeo vigilancia, navegación robotizada, entre otros; aunque el seguimiento de múltiples objetos sigue siendo un desafío (Park et al. , 2012; Li et al. , 2010). Para corregir el desplazamiento se utilizó el filtro Kalman, que es un algoritmo que estima el estado del sistema a partir de los datos medidos y luego estimar los estados a partir del error. El filtro permite predecir cuál será la siguiente posición de cada marcador basándose en la posición anterior de cada marcador (Patel y Thakore , 2013), lo que habilita el seguimiento del mismo. Este procedimiento se basa en 1) la predicción del estado del sistema, que se predice con el modelo dinámico y en 2) el paso de corrección, que se corrige con el modelo de observación, de tal modo que el error de la covarianza del estimador es minimizada con un estimador óptimo (Ali y Hassan , 2014; Mathworks , n.d.).

Considerando un sistema de seguimiento, donde X_k es el vector de estado que representa el comportamiento dinámico del objeto, nuestro objetivo es estimar X_k a partir de la medición de Z_k , donde el subíndice k indica el tiempo discreto (Li et al. , 2010). La descripción matemática se divide en cuatro pasos:

1. Ecuación del proceso

$$x_k = Ax_{k-1} + w_{k-1}, \quad (1)$$

donde A representa la matriz de transición y x_k el estado al tiempo $k-1$ o k , El vector w_{k-1} es el ruido del proceso, con una distribución de probabilidad Gaussiana $p(w) \sim N(0, Q)$.

2. Ecuación de medición

$$z_k = Hx_k + v_k, \quad (2)$$

donde H es la matriz de medición y z_k es la medida observada al tiempo $k-1$ o k , respectivamente, El vector v_k es el ruido del proceso, con una distribución de probabilidad Gaussiana $p(v) \sim N(0, R)$.

3. Actualización de ecuaciones del proceso

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + w_k; \quad (3)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q. \quad (4)$$

Con el valor de z_k , actualizamos los valores desconocidos de x_k . La estimación del estado *a priori* \hat{x}_k^- y el error de covarianza \hat{x}_k serán obtenidos en el siguiente paso k .

4. Actualización de ecuaciones de medición

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}; \quad (5)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-); \quad (6)$$

$$P_k = (1 - K_k H)P_k^-. \quad (7)$$

El objetivo de este sistema de ecuaciones es la estimación *a posteriori* a través de x_k , que es una combinación lineal de la estimación previa y la nueva medición de z_k . K_k es la ganancia de Kalman, que se calcula en función de las ecuaciones de medición actualizadas, después que la estimación de estado \hat{x}_k *a posteriori* y la estimación de error P_k *a posteriori* son calculadas a partir de z_k . Las ecuaciones de tiempo y de medición se calculan recursivamente con las estimaciones posteriores para predecir una nueva estimación anterior. Este comportamiento recursivo de estimar los estados es uno de los aspectos más destacados del filtro de Kalman (Li et al. , 2010).

Para obtener los centroides de los marcadores en la imagen de profundidad, convertimos a la imagen a una escala de grises y luego la binarizamos tomando en cuenta los umbrales promedio de intensidad, tal como se muestra en la Figura 3. Los umbrales de intensidad se obtienen directamente de la imagen adquirida (en ~ 11 capas). En esta escala, los tonos azules son la primera capa y representan los errores de lectura del sensor Kinect, debido a los problemas de reflectancia localizados en los bordes. Los umbrales del 6 al 11 son los más representativos para la lectura de los marcadores y están ordenados como: cian, verde, amarillo, naranja, naranja-rojizo y rojo. Los umbrales del 6 al 9 contienen a los marcadores y son extraídos empleando operaciones morfológicas. Las capas 1, 10 y 11 son descartadas porque pertenecen a las lecturas erróneas y al fondo de la imagen, respectivamente. Con la obtención de los centroides de los marcadores adquirimos en cada punto la componente Z que nos entregará el valor de profundidad expresado en milímetros. Notamos además que ésta variable tiene formato **uint16**.

La conversión de unidades de las variables X , Y y Z a centímetros se lleva a cabo tomando en consideración las características de

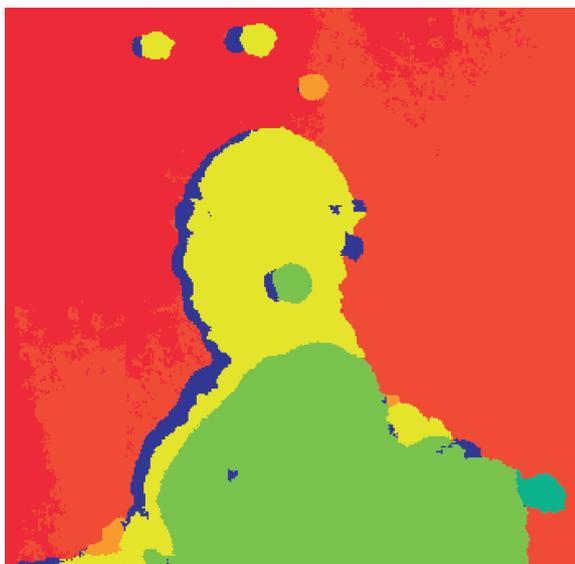


Figura 3. Multi umbrales de intensidad para binarizado de imagen de profundidad. Cada color representa un umbral de intensidad, que nos permite binarizarlo individualmente. Los umbrales de intensidad tienen 11 capas (en promedio). Los tonos azules son la primera capa y representan las lecturas no leídas por el sensor Kinect. Los umbrales del 6 al 11 son los más representativos para la lectura de los marcadores y están en el siguiente orden: cian, verde, amarillo, naranja, naranja-rojizo y rojo. Los umbrales cian, verde, amarillo y naranja contienen a los marcadores que nos proveerán de sus centroides. Hemos descartado las capas 1, 10 y 11.

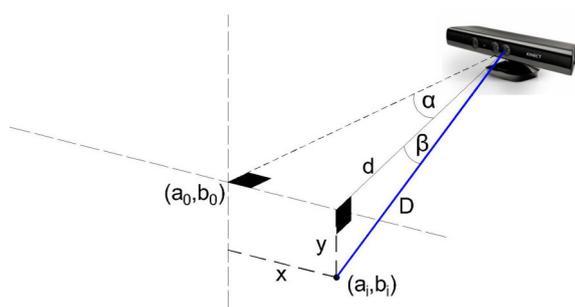


Figura 4. Ubicación del sensor Kinect respecto al plano que contiene las coordenadas espaciales $X - Y$ de los marcadores. Los ángulos de apertura α y β son utilizados para convertir de píxeles a centímetros cualquier punto coordinado (a_i, b_i) , cuyo vector posición es \mathbf{D} , y su proyección al eje horizontal ($Y = 0$) es \mathbf{d} .

nuestro sensor óptico. La cámara Kinect tiene un ángulo de visión de 57° en horizontal y 43° en vertical, con una resolución de 640×480 pixels. En nuestro caso de estudio, la disposición geométrica del sensor Kinect se presenta en la Figura 4. El Kinect y la imagen obtenida son perpendiculares por lo que establecemos el centro de la imagen como nuestro punto de referencia $(0,0)$, con lo que $a_0 = 320$ y $b_0 = 240$. En el punto $(0,0)$ los ángulos de apertura $\alpha = \beta = 0$ (García y González, 2016). De manera general,

$$\beta = (b_0 - b_i) \frac{43^\circ}{480 \text{ pixel}}; \quad (8)$$

$$\alpha = (a_0 - a_i) \frac{57^\circ}{640 \text{ pixel}}. \quad (9)$$

Por su parte, las variables X , Y y Z toman en consideración la inversión vertical que se aprecia en la misma Figura 4.

$$x = -D \sin(\alpha) \cos(\beta); \quad (10)$$

$$y = D \sin(\beta); \quad (11)$$

$$z = D, \quad (12)$$

Donde $D = |\mathbf{D}|$.

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Al observar la Figura 5 apreciamos que las trayectorias de los 3 marcadores técnicos son continuas y se asemejan al movimiento realizado por los sujetos de prueba. La elección del filtro de Kalman resulta ser idónea. Tal como se muestra en la Figura 6, la trayectoria de los marcadores es continua para los 3 componentes y no existe mezcla de datos en el tiempo. Esto podría ocurrir cuando los marcadores se encuentran en el punto de máxima flexión o en el punto de máxima extensión. En los paneles a) y b) se aprecian el punto de máxima extensión en ~ 25 s y el punto de máxima flexión en ~ 11 s, respectivamente, en las componentes X e Y . El panel c) evidencia los pequeños desplazamientos en la componente Z , cuyos valores pueden interferir en el cálculo de las componentes cinemáticas.

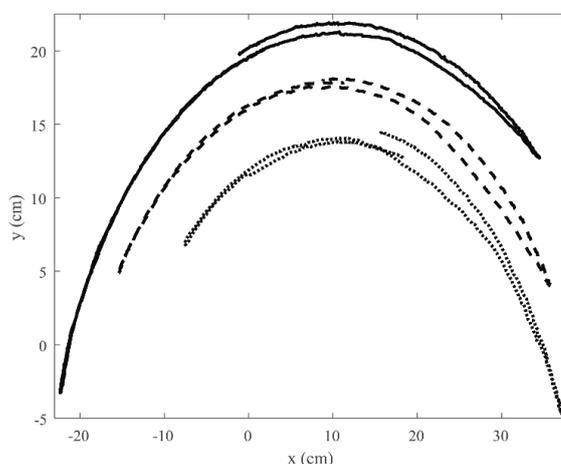


Figura 5. Trayectoria de los tres marcadores técnicos en el plano $X - Y$. La línea continua representa al marcador MT1, la línea segmentada al marcador MT2 y la línea punteada al marcador MT3.

La Tabla 1 recoge las variables cinemáticas más importantes, i.e., ángulo máximo, rango de movimiento (ROM), velocidad angular media ($\bar{\omega}$) y armonía (definida como la pendiente que forma la aceleración angular $\dot{\omega}$ con la posición angular ϕ), obtenidas del análisis de flexo-extensión del cuello para los siete sujetos de prueba y en tres sesiones diferentes.

Tabla 1. Valor medio y desviación estándar (std) de las variables cinemáticas del movimiento de flexo-extensión. Los valores fueron obtenidos de los ensayos realizados a todos los sujetos de prueba, en tres sesiones cada uno.

Variable	Media	Std
Ángulo máximo ($^\circ$)	37.36	17.32
ROM ($^\circ$)	92.38	15.88
$\bar{\omega}$ ($^\circ/s$)	0.79	1.96
Armonía ($^\circ/s^2/^\circ$)	0.46	0.09

La comparación directa de las variables cinemáticas nos muestra que el valor de armonía es inferior a 0.70, correspondiente a

trayectorias no lineales y poco reproducibles. Los parámetros de ángulo máximo y ROM tienen alta desviación estándar (Std), lo que confirma que, a pesar de existir buen control en el muestreo, existen parámetros externos que influyen y afectan al sujeto de prueba.

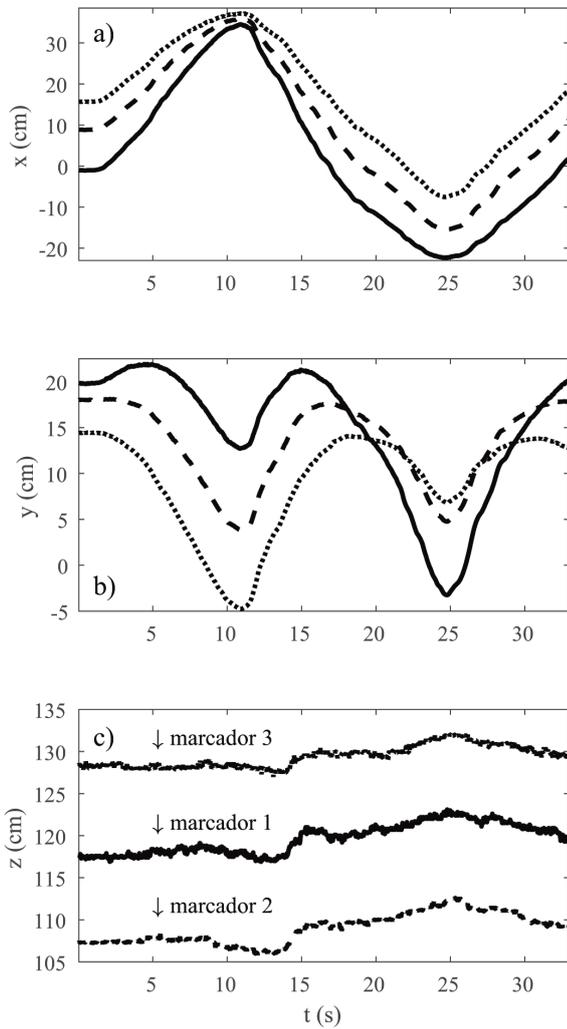


Figura 6. Descomposición X (a), Y (b) y Z (c) de cada trayectoria en función del tiempo t . La línea continua representa al marcador MT1, la línea segmentada al marcador MT2 y la línea punteada al marcador MT3.

El análisis de fiabilidad lo realizamos mediante la correlación de las muestras entre sesiones. En nuestro caso, analizamos la correlación entre ϕ (o ROM) respecto a $\bar{\omega}$ y a la posición de referencia concerniente al marcador MA1 (RO). Observamos que para el caso de la correlación respecto a ϕ , el error estándar medio (SEM) es alto, $SEM \in [10.0, 18.0]$, pero para la correlación de $\bar{\omega}$ es menor a 7.25, lo que se puede considerar como un valor aceptable. Los valores de coeficiente de correlación múltiple (CMC) y de Pearson son ~ 1 . Todo esto indicaría que existe un alto índice de correlación entre las diferentes sesiones (tres por cada individuo). Las Tablas 2, 3, 4 y 5 muestran un alto índice de correlación entre las sesiones y los parámetros cinemáticos de obtenidos de cada sujeto de prueba.

Tabla 2. Valores estadísticos, SEM, CMC y de Pearson, obtenidos de la correlación del ángulo ϕ .

Variable	SEM	CMC	Pearson
Sesiones 1 & 2	18.41	0.846	0.826
Sesiones 1 & 3	14.13	0.923	0.899
Sesiones 2 & 3	10.32	0.848	0.930

Tabla 3. Valores estadísticos, SEM, CMC y de Pearson, obtenidos de la correlación de la velocidad angular media $\bar{\omega}$.

Variable	SEM	CMC	Pearson
Sesiones 1 & 2	6.61	0.872	0.845
Sesiones 1 & 3	7.25	0.802	0.845
Sesiones 2 & 3	4.15	0.854	0.906

Tabla 4. Valores estadísticos, SEM, CMC y de Pearson, obtenidos de la correlación de RO en función de la posición cartesiana en X.

Variable	SEM	CMC	Pearson
Sesiones 1 & 2	2.52	0.832	0.898
Sesiones 1 & 3	3.17	0.859	0.815
Sesiones 2 & 3	1.51	0.857	0.908

Tabla 5. Valores estadísticos, SEM, CMC y de Pearson, obtenidos de la correlación de RO en función de la posición cartesiana en Y.

Variable	SEM	CMC	Pearson
Sesiones 1 & 2	1.85	0.821	0.803
Sesiones 1 & 3	3.34	0.808	0.873
Sesiones 2 & 3	0.84	0.823	0.857

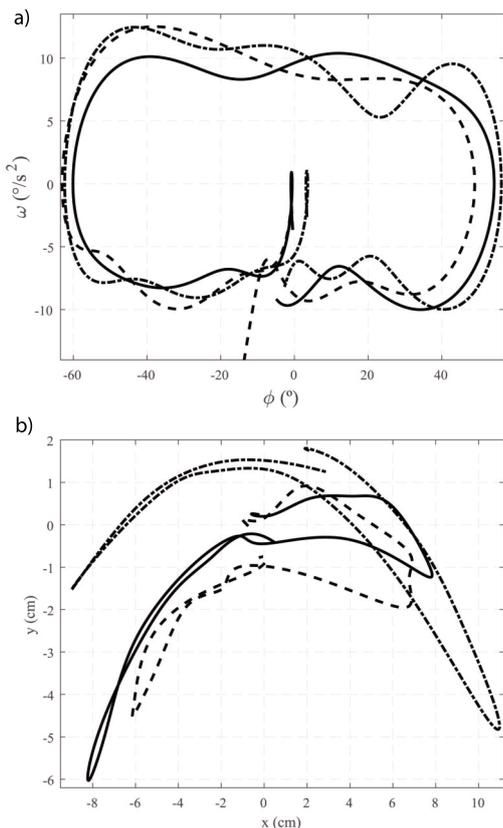


Figura 7. El panel a) se muestra el gráfico fasorial de ω en función de ϕ . En el panel b) la curva de desplazamiento suavizada de x en función de y , con centro de referencia en el marcador MA1 (ubicado en el lóbulo auditivo). La línea continua representa la sesión 1, la línea segmentada la sesión 2 y la línea punteada la sesión 3.

Las Figuras 7 muestran la evolución de la correlación de ω , en función de ϕ para cada uno de las 3 sesiones (panel a)). Se evidencia la no-linealidad del sistema por presencia de factores extrínsecos a las pruebas, y por efecto placebo de los pacientes. En el panel b) observamos la correlación de las variables X y Y al mover el sistema de referencia hacia el marcador MA1 (lóbulo auditivo). Hemos suavizado las curvas por cada sesión. Evidenciamos que el SEM de la posición, respecto a la variable X e Y , es pequeño (< 2.70). Los valores de coeficiente de correlación múltiple (CMC) y de Pearson son ~ 1 , lo que indicaría un alto índice de reproducibilidad e implica que la correlación múltiple entre todos los ensayos es elevada. Asimismo, el CMC es alto y cercano a la unidad, lo que implica que la correlación múltiple entre todos los ensayos es elevada. Comparativamente, los valores reportados de SEM, CMC y de Pearson son aceptables. Por ejemplo, Weir (2005) y Schwenk et al. (2012) establecen como un SEM aceptable cuando los valores de intraprueba son similares entre sujetos. Asimismo, Bahat et al. (2014) y Atkinson y Nevill (1998) se refieren al coeficiente de correlación de Pearson como la técnica más común para evaluar la fiabilidad, y consideran valores aceptables del coeficiente cuando es > 0.8 .

Complementariamente, Kadaba et al (1989) sugiere que $CMC > 0.8$ es un valor aceptable, basado en la repetibilidad de las sesiones entre sujetos. Notamos que los sujetos 5 y 7 alteran los datos

obtenidos (no mostrado aquí), pero a su vez nos permiten validar el experimento con un nuevo equipo, con prestaciones aceptables.

4. CONCLUSIONES

La medición de los parámetros cinemáticos del cuello, y su correlación, es de particular valor en la actualidad. Un método que sea confiable y reproducible es necesario.

La técnica presentada en este documento se basa en video y fotogrametría adquiridos con una cámara Kinect. Si consideramos los valores de SEM (< 2), CMC (> 0.7) e índice de correlación de Pearson (> 0.8) de nuestras medidas cinemáticas, podemos concluir que la técnica es fiable.

El analizar la ubicación de los marcadores técnicos, anatómicos y de referencia presentada en este trabajo es importante para la reproducción de la técnica. En particular, la ubicación de marcadores anatómicos como en el lóbulo auditivo son necesarios para aquellos estudios dinámicos porque serviría como referencia para el cálculo de variables, tales como el eje instantáneo de rotación.

Los datos de profundidad obtenidos con el sensor Kinect, y analizados en la Sección 2, mantienen una buena resolución en el rango de los milímetros, pero se ve afectado por los factores de reflectancia de los objetos cercanos, los que producen datos erróneos. Notamos que es probable que éste error se haya corregido con el software y/o hardware del Kinect V2. El panel c) de la Figura 6 evidenció que existen variaciones en el eje Z al momento de adquirir las muestras. Esto nos permitió tomar medidas correctivas para el preprocesamiento de datos.

Al comparar el panel b) de la Figura 7 y la Figura 5, comprobamos que los datos obtenidos poseen una alta correlación para cada sujeto de prueba y entre sesiones. Concluimos que nuestra técnica reproduce adecuadamente la curva de trayectoria del cuello para el movimiento de flexo-extensión. Sin embargo, a pesar de ésta alta correlación, la no-linealidad se debe corregir mejorando el protocolo de medición y capacitando de una mejor manera a los sujetos de prueba para evitar errores por placebo e involuntarios.

La implementación de los filtros de Kalman fue adecuada para el procesamiento de datos en los algoritmos de visión artificial. Estos filtros evitaron la contabilización de falsos positivos cuando se tomaron datos de imagen binarizada.

Finalmente, resaltamos que nuestra técnica implementa un sistema de fotogrametría tridimensional fiable y de bajo costo.

REFERENCIAS

- Ali, N. H., and Hassan, G. M. (2014). *Kalman filter tracking*. International Journal of Computer Applications, 89(9).
- ANT. (n.d.). Estadística de accidentes ANT. Obtenido de: <https://www.ant.gob.ec/index.php/descargable/category/79-estadisticas>. (Marzo, 2019).

- Antonaci, F., Ghirmai, S., Bono, G., and Nappi, G. (2000). *Current methods for cervical spine movement evaluation: A review*. *Clinical and experimental rheumatology*, 18(2; SUPP/19), S–45.
- Atkinson, G., and Nevill, A. M. (1998). *Statistical methods for assessing measurement error (reliability) in variables relevant to sports medicine*. *Sports medicine*, 26(4), 217–238. <https://doi.org/10.2165/00007256-199826040-00002>.
- kinect for matlab (n.d.). Primeros pasos con Kinect. Obtenido de: <https://kinectformatlab.es/tl/primerospasosconkinect.htm>. (Marzo, 2019).
- Ocularis Project. (n.d.). la vision tridimensional. Obtenido de: <https://ocularis.es/la-vision-tridimensional/>. (Marzo, 2019).
- Bahat, H. S., Weiss, P. L. T., Sprecher, E., Krasovsky, A., and Laufer, Y. (2014). *Do neck kinematics correlate with pain intensity, neck disability or with fear of motion*, *Manual therapy*, 19(3), 252–258. <https://doi.org/10.1016/j.math.2013.10.006>
- Baydal Bertomeu, J. M. (2013). *Cinemática del raquis cervical. Definición de patrones de movimiento para la valoración funcional en el síndrome del latigazo cervical* Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España. [PhD Thesis].
- Bertomeu, J. M. B., and Jaén, J. D. G. (2007). *NedCerv/IBV. Nuevo sistema para la valoración cervical*. *Revista de biomecánica*, 47, 13–16.
- Cescon, C., Cattrysse, E., and Barbero, M. (2014). *Methodological analysis of finite helical axis behavior in cervical kinematics*. *Journal of Electromyography and Kinesiology*, 24(5), 628–635. <https://doi.org/10.1016/j.jelekin.2014.05.004>
- De Koning, C. H., van den Heuvel, S. P., Staal, J. B., Smits-Engelsman, B. C., and Hendriks, E. J. (2008). *Clinimetric evaluation of active range of motion measures in patients with non-specific neck pain: A systematic review*. *European Spine Journal*, 17(7), 905–921. <https://doi.org/10.1007/s00586-008-0656-3>
- Díaz-Rodríguez, M., Valera, A., Page, A., Besa, A., and Mata, V. (2016). *Dynamic parameter identification of subject-specific body segment parameters using robotics formalism: Case study head complex*. *Journal of biomechanical engineering*, 138(5), 051009. <https://doi.org/10.1115/1.4032997>
- Ellingson, A. M., Yelisetti, V., Schulz, C. A., Bronfort, G., Downing, J., Keefe, D. F., and Nuckley, D. J. (2013). *Instantaneous helical axis methodology to identify aberrant neck motion*. *Clinical Biomechanics*, 28(7), 731–735. <https://doi.org/10.1016/j.clinbiomech.2013.07.006>
- García Preciado, P. A., and González Forero, S. N. (2016). *Reconocimiento de color y posición con un sensor Kinect para aplicación de robótica móvil*, [B.S. thesis]. Facultad de Ingeniería. Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia.
- Grip, H., Sundelin, G., Gerdle, B., and Karlsson, J. S. (2007). *Variations in the axis of motion during head repositioning –a comparison of subjects with whiplash-associated disorders or non-specific neck pain and healthy controls*. *Clinical Biomechanics*, 22(8), 865–873. <https://doi.org/10.1016/j.clinbiomech.2007.05.008>
- Grip, H., Sundelin, G., Gerdle, B., and Karlsson, J. S. (2008). *Cervical helical axis characteristics and its center of rotation during active head and upper arm movements—Comparisons of whiplash-associated disorders, non-specific neck pain and asymptomatic individuals*. *Journal of biomechanics*, 41(13), 2799–2805. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2008.07.005>
- Jordan, K. (2000). *Assessment of published reliability studies for cervical spine range-of-motion measurement tools*. *Journal of manipulative and physiological therapeutics*, 23(3), 180–195. [https://doi.org/10.1016/S0161-4754\(00\)90248-3](https://doi.org/10.1016/S0161-4754(00)90248-3)
- Kadaba, M., Ramakrishnan, H., Wootten, M., Gainey, J., Gorton, G., and Cochran, G. (1989). *Repeatability of kinematic, kinetic, and electromyographic data in normal adult gait*. *Journal of Orthopaedic Research*, 7(6), 849–860. <https://doi.org/10.1002/jor.1100070611>
- Khoshelham, K., and Elberink, S. O. (2012). *Accuracy and resolution of kinect depth data for indoor mapping applications*. *Sensors*, 12(2), 1437–1454.
- Kraemer, M., and Patris, A. (1989). *Radio-functional analysis of the cervical spine using the Arlen method. A study of 699 subjects. Part One: Methodology*. *Journal of neuroradiology*. *Journal de neuroradiologie*, 16(1), 48–64.
- Ladino Agudelo, L. and Monsalve Lesmes, E. (2015). *Programa de Procesamiento de Imágenes Adquiridas por Medio el Sensor Kinect para Determinar La Posibilidad una Víctima en Determinada Zona* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. [B.S. thesis].
- Li, X., Wang, K., Wang, W., and Li, Y. (2010). *A multiple object tracking method using Kalman filter*. The 2010 IEEE international conference on information and automation, 1862–1866.
- Magee, D. J. (2013). *Orthopedic physical assessment*. Elsevier Health Sciences.
- Mathworks. (n.d.). Diseño y utilización de filtros de Kalman en MATLAB y Simulink. Obtenido de: <https://la.mathworks.com/discovery/kalman-filter.html>. (mayo, 2018).
- McConville, J. T., Clauser, C. E., Churchill, T. D., Cuzzi, J., and Kaleps, I. (1980). *Anthropometric relationships of body and body segment moments of inertia*. ANTHROPOLOGY RESEARCH PROJECT INC YELLOW SPRINGS OH. Ohio, USA.
- Microsoft. (n.d.). Usar las cámaras del sensor. Obtenido de: <https://blogs.msdn.microsoft.com/esmsdn/2011/07/20/reto-kinect-usar-las-cmaras-del-sensor/>. (mayo, 2018)
- Moskovich, R. (1988). *Neck pain in the elderly: Common causes and management*. *Geriatrics (Basel, Switzerland)*, 43(4), 65–70.

- Nuño Simón, J. (2012). *Reconocimiento de objetos mediante sensor 3D Kinect* [B.S. thesis]. Universidad Carlos III, Madrid, España.
- Ohberg, F., Grip, H., Wiklund, U., Sterner, Y., Karlsson, J. S., and Gerdle, B. (2003). *Chronic whiplash associated disorders and neck movement measurements: An instantaneous helical axis approach*. IEEE transactions on information technology in biomedicine, 7(4), 274–282.
- Park, S., Yu, S., Kim, J., Kim, S., and Lee, S. (2012). *3D hand tracking using Kalman filter in depth space*. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2012(1), 36.
- Patel, H. A., and Thakore, D. G. (2013). *Moving object tracking using kalman filter*. International Journal of Computer Science and Mobile Computing, 2(4), 326–332.
- Pettersson, K., Hildingsson, C., Toolanen, G., Fagerlund, M., and Björnebrink, J. (1997). *Disc pathology after whiplash injury: A prospective magnetic resonance imaging and clinical investigation*. Spine, 22(3), 283–287. <https://doi.org/10.1097/00007632-199702010-00010>
- Robaina, F. (1998). *Cervical whiplash. General features and medicolegal aspects*. Rev Soc Esp Dolor, 5, 214–223.
- Roozmon, P., Gracovetsky, S., Gouw, G., and Newman, N. (1993). *Examining motion in the cervical spine I: imaging systems and measurement techniques*. Journal of biomedical engineering, 15(1), 5–12.
- Ruíz Cruz, C. A. (2018). *Fiabilidad de la técnica de video-análisis en el análisis cinemático de la flexo-extensión del cuello*. [B.S. thesis]. Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
- Salvatore, J., Osio, J., and Morales, M. (2014). *Detección de objetos utilizando el sensor Kinect*. Guayaquil, Ecuador, LACCEI.
- Sánchez, J. (2006). *Introducción a la fotogrametría*. ETSI Caminos, canales y Puertos. Cátedra de Topografía, Argentina.
- Schwenk, M., Gogulla, S., Englert, S., Czempik, A., and Hauer, K. (2012). *Test-retest reliability and minimal detectable change of repeated sit-to-stand analysis using one body fixed sensor in geriatric patients*. Physiological measurement, 33(11), 1931. <https://doi.org/10.1088/0967-3334/33/11/1931>
- Snodgrass, S. J., Cleland, J. A., Haskins, R., and Rivett, D. A. (2014). *The clinical utility of cervical range of motion in diagnosis, prognosis, and evaluating the effects of manipulation: A systematic review*. Physiotherapy, 100(4), 290–304. <https://doi.org/10.1016/j.physio.2014.04.007>
- Venegas-Toro, W., Page Del Pozo, A. F., Zambrano, I., and Ruiz, C. (2018). *Análisis del eje instantáneo de rotación del movimiento de flexo-extensión del cuello mediante video análisis: Fiabilidad y análisis de errores*. 3C Tecnología, 7(1), 79–92.
- Weir, J. P. (2005). *Quantifying test-retest reliability using the intraclass correlation coefficient and the SEM*. The Journal of Strength and Conditioning Research, 19(1), 231–240. <https://doi.org/10.1519/15184.1>
- Williams, M. A., McCarthy, C. J., Chorti, A., Cooke, M. W., and Gates, S. (2010). *A systematic review of reliability and validity studies of methods for measuring active and Passive cervical range of motion*. Journal of manipulative and physiological therapeutics, 33(2), 138–155. <https://doi.org/10.1016/j.jmpt.2009.12.009>
- Willinger, R., Bourdet, N., Fischer, R., and Le Gall, F. (2005). *Modal analysis of the human neck in vivo as a criterion for crash test dummy evaluation*. Journal of sound and vibration, 287(3), 405–431. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.11.008>
- Yoganandan, N., Cusick, J. F., Pintar, F. A., and Rao, R. D. (2001). *Whiplash injury determination with conventional spine imaging and cryomicrotomy*. Spine, 26(22), 2443–2448. <https://doi.org/10.1097/00007632-200111150-00010>

BIOGRAFÍAS

Kleber Reynaldo Vicente Romero, Nació en Quito en 1982, Recibió su título de Ingeniero en Electrónica y Control (febrero, 2009) y Magister en Diseño, Producción y Automatización Industrial (diciembre, 2019) en la Escuela Politécnica Nacional (EPN) Quito-Ecuador, Actualmente colabora en el proyecto EOD-PRETT de la Secretaría de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación, su campo de interés es la instrumentación biomédica y biomecánica. Identificador digital ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1648-8237>



William Ricardo Venegas Toro, is a doctoral student at the Universitat Politècnica of València (Spain) and an assistant professor at the Escuela Politécnica Nacional (Quito) in the area of computational mechanics and Finite elements. His research is focused on biomechanics models for functional assessment and multiphysical design applications by Finite Elements. Identificador digital ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3446-7445>



Christian Leonardo Vásquez Vega, Profesor Agregado del Departamento de Física, de la Escuela Politécnica Nacional, desde 2016. Doctor en Física de Sistemas Complejos, con especialización en Plasmas Astrofísicos, por la Universidad de Calabria, Italia. Físico de la Escuela Politécnica Nacional. Del 2007 al 2016, miembro del Observatorio Astronómico de Quito, de la Escuela Politécnica Nacional. Identificador digital ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4128-3524>





Iván Zambrano Orejuela, Máster en Métodos Numéricos y Diseño en Ingeniería, Máster en Informática e Ingeniero Mecánico. Actualmente desempeña el cargo de Jefe de Departamento de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Escuela Politécnica Nacional. Sus áreas de interés son diseño y producción, automatización industrial, robótica y mecatrónica. Identificador digital ORCID:

<https://orcid.org/0000-0003-3859-7984>

Comportamiento de Conexión Losa-Columna en Nudos Interiores de Pórticos con Losas Planas y Vigas Embebidas

Bermeo Carla¹ ; Sánchez Diego^{1*} ; Placencia Patricio¹ 

¹Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental, Quito, Ecuador

Resumen: Las losas planas con vigas embebidas en estructuras de hormigón armado son ampliamente usadas en el Ecuador debido a su bajo costo, facilidad de construcción y aspecto arquitectónico. Las losas planas han demostrado que tienen un buen comportamiento ante cargas verticales, sin embargo, se han reportado numerosos colapsos estructurales en edificaciones con este sistema constructivo durante eventos sísmicos. El colapso producido en este tipo de estructuras es preocupante pues las fallas se han producido debido al punzonamiento de las losas alrededor de las columnas. Este tipo de falla ocurre de forma repentina y por lo tanto es necesario evitarla. No existe en el ACI la recomendación para el diseño de la conexión Losa – Columna, cuando se trata de pórticos sin muros o paredes estructurales. En este estudio, se construyeron dos modelos de prueba a escala real. Se construyeron 2 nudos interiores de un edificio con losas planas y fueron ensayadas ante una combinación de cargas verticales y laterales para observar el comportamiento de la conexión losa columna. La carga horizontal fue aplicada de forma cíclica y se colocó una sobre carga en la losa para simular la carga vertical de una edificación en servicio normal. Estos experimentos mostraron que el tipo de falla que se produce en estructuras de hormigón con losas planas es frágil. En ninguno de los dos modelos se produjo el agotamiento por flexión, sin embargo, sí se evidenciaron daños por corte en dos direcciones o punzonamiento.

Palabras clave: Conexión losa columna, hormigón armado, Diseño sismo resistente, punzonamiento.

Experimental Test of Slab – Column Connection on Frames with Hidden Beams.

Abstract: Flat slabs with hidden beams are widely used in reinforced concrete construction in Ecuador because of their low cost, short construction time and architectural appearance. Hidden beams are referred to beams that are as high as the flat slab. This kind of flat slabs has a good performance for vertical loads, however, several structural collapses have been reported during seismic events. These failures are commonly referred to as “punching shear” failures as the column appears to punch through the slab as the latter drops away from the failure surface around the column. These failures appear suddenly; therefore it is necessary to prevent them. In this experiment, two full scale specimens were constructed. Two interior slab - column connections were tested under gravity and seismic load to evaluate the slab column connection performance. The results showed that the failure of this structural system is fragile. In both specimens flexural yielding was not developed before the failure due to the punching shear.

Keywords: Seismic design, punching shear, reinforced concrete, slab-column connection.

1. INTRODUCCIÓN

En el Ecuador es muy común que se construyan edificios de hormigón armado con losas planas y vigas embebidas para edificaciones de pequeña y mediana altura. Este sistema estructural es usado en viviendas, edificios de oficinas, estacionamientos y centros comerciales.

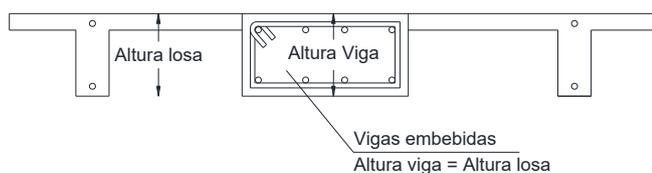


Figura 1. Losa plana alivianada con vigas embebidas.

Los edificios con losas planas y vigas embebidas son vulnerables al momento desbalanceado. El momento desbalanceado está presente en el nudo incluso cuando no existan fuerzas sísmicas. En este caso el momento desbalanceado se produce debido a la diferencia de longitud entre vanos contiguos, cargas diferentes a cada lado del nudo, diferencias de temperatura, etc. Cuando se produce un movimiento sísmico se incrementa el momento desbalanceado debido a las cargas laterales que afectan a la estructura. La combinación que se produce entre la carga vertical (peso propio y carga viva) y la carga horizontal debido al sismo causa que el punzonamiento sea asimétrico. Este efecto puede producir un daño severo a la estructura.

2. IMPORTANCIA DEL ESTUDIO

En la Norma Ecuatoriana de la Construcción o NEC, está permitido el diseño y la construcción de edificios de hormigón armado con losas planas y vigas embebidas. El código NEC (2015) incluso otorga un factor de reducción de respuesta sísmica para edificios con losas planas y vigas embebidas. De acuerdo a la norma NEC (2015), el espesor mínimo de losa para edificios con losas planas alivianadas y vigas embebidas debe ser 250mm. El código NEC (2015) establece que los requisitos de diseño que se deben tomar en cuenta para edificios con losas planas y vigas embebidas son los mismos que se deben utilizar para edificios con vigas peraltadas. Adicionalmente a los requisitos para vigas peraltadas, el código recomienda que se realice un chequeo a punzonamiento en losas. Para realizar el chequeo el código NEC (2015) establece que se debe obtener un momento desbalanceado considerando la máxima capacidad a flexión en ambos lados del nudo, esta es una de las recomendaciones de la referencia 6

El Ecuador está localizado es una zona de alto peligro sísmico. Esto se evidenció recientemente. El 16 de abril de 2016 a las 18:58:37 se produjo un sismo de magnitud 7.8Mw en Pedernales. Luego del evento sísmico se pudo evidenciar que varios edificios con losas planas y vigas embebidas llegaron al colapso, la mayoría de estos edificios no se diseñaron tomando en cuenta las recomendaciones del código de construcción vigente en Ecuador NEC 2015.



Figura 2. Vivienda con vigas embebidas en Manta afectada por el terremoto del 16 de abril de 2017.

Por lo expuesto anteriormente es importante realizar estudios experimentales para determinar el comportamiento de la conexión losa columna que se han diseñado y construido usando las recomendaciones de la Norma Ecuatoriana de la Construcción.

3. DESCRIPCIÓN DEL ENSAYO

3.1 Edificio tipo

Para llegar a determinar conclusiones y recomendaciones relevantes respecto al sistema estructural de losas planas con vigas embebidas será necesario realizar una gran cantidad de ensayos considerando variables como altura de losa, condiciones de carga vertical, refuerzo usado en la zona de punzonamiento, etc. Sin embargo, para una fase inicial, en este estudio se han considerado dos modelos representan un nudo interior de un edificio de 5 pisos. El edificio tipo es un edificio de hormigón armado con losas planas alivianadas y que

contienen vigas embebidas que actúan como el sistema de soporte de cargas verticales. Las columnas serán las encargadas de resistir las fuerzas horizontales. El espesor de la losa alivianada es de 250mm, al tener vigas embebidas, la altura de las mismas es también de 250mm. Existen cuatro vanos en cada dirección de 4000mm de longitud. La altura de entrepiso es de 2700mm. Las columnas son cuadradas de 400mm de lado. La carga muerta de servicio es de 6 962,0Pa. La carga viva de servicio es de 2 451,0Pa. La carga horizontal aplicada se obtuvo del espectro de diseño en aceleraciones que se establece en el código NEC.

3.2 Descripción del espécimen

Se construyeron dos modelos a escala real. La longitud de losa en las dos direcciones es de 4000mm, la altura total de la columna es de 2700mm. La longitud de losa y de columna se construyó considerando que los puntos de inflexión ante carga lateral se encuentran en la mitad del vano y en la mitad de la altura de entrepiso. La distancia de centro a centro en los nervios de la losa es de 500mm.

Para obtener la cantidad de refuerzo longitudinal, en el primer ensayo, se realizó el análisis estructural del edificio tipo. Para el cálculo del acero transversal, se utilizaron las recomendaciones contenidas en la referencia 6. Según el cálculo realizado, cada rama de estribos debe tener una sección de 0.23cm². La cantidad de refuerzo transversal colocada es de 0.79cm².

En cuanto al segundo ensayo, por fines didácticos, se incrementó la cantidad de acero longitudinal. Esto debido a que, al aumentar la cantidad de acero longitudinal, se incrementa el problema de punzonamiento por momento desbalanceado. Al cambiar la cantidad de acero longitudinal, se hizo un recalcu de la cantidad de acero transversal. En este caso, según las recomendaciones de la referencia 6, se necesita que cada rama tenga una sección de 1.04cm². La cantidad de acero colocada es de 0.79cm².

El refuerzo usado en el primer ensayo consistió en colocar en las vigas embebidas un área de acero longitudinal de: $A_{s_{sup}}=15.27 \text{ cm}^2$ y $A_{s_{inf}}= 9.24 \text{ cm}^2$ con 1EØ10mm@5cm, según especificaciones de la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC-15). Para el segundo ensayo se colocó en las vigas embebidas un área de acero longitudinal de: $A_{s_{sup}}= 25.13 \text{ cm}^2$ y $A_{s_{inf}}= 16.08 \text{ cm}^2$ con 1EØ10mm@10cm.

El refuerzo utilizado tiene un esfuerzo mínimo de fluencia de 462,51MPa y un esfuerzo máximo de tensión de 607,14MPa. La resistencia del hormigón para el primer ensayo es de 24MPa. La resistencia del hormigón del Segundo ensayo es de 18MPa. Adicional al peso propio de los modelos, se colocó una carga adicional de 3825N sobre la losa. Esta carga se colocó para considerar la carga vertical normal que un edificio de oficinas podría tener antes de que se produzca un movimiento sísmico. Los efectos producidos por un evento sísmico se produjeron por dos gatos hidráulicos colocados en los bordes de las vigas embebidas en la dirección de análisis (ver Figura 3)



Figura 3. Losa con carga vertical y gatos hidráulicos colocados en la dirección de análisis.

3.3 Instrumentación

Para el primer ensayo se colocaron 40 Strain gauge para obtener la deformación unitaria del acero de refuerzo, su ubicación. Se colocaron dos LVDT en los bordes sobre las vigas embebidas.

Para el segundo ensayo se colocaron 38 Strain. Se colocaron dos LVDT en los bordes sobre las vigas embebidas.

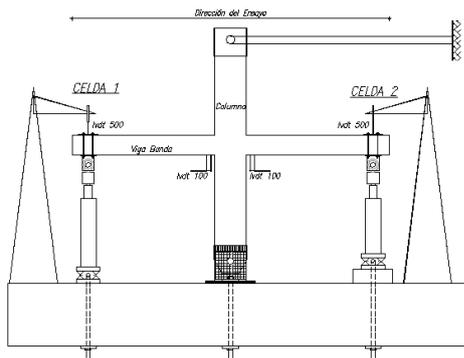
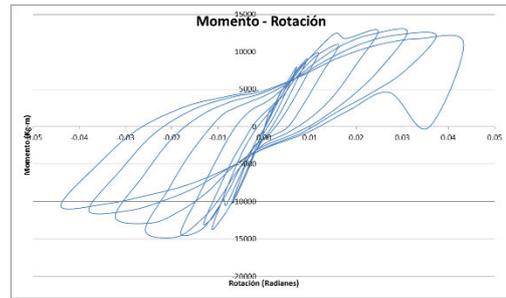


Figura 4. Esquema de instrumentos para el ensayo de la conexión losa-columna.

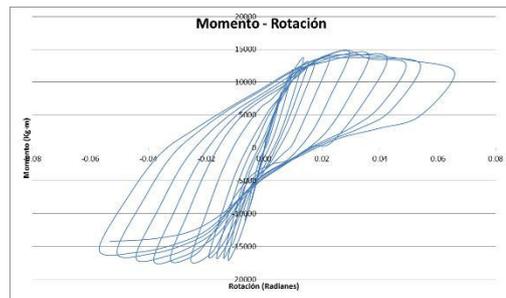
4. RESULTADOS ESPERADOS

4.1 Curva momento rotación

La curva momento rotación de la sección se obtuvo usando el software con licencia académica denominado "Seismostruct". La curva momento rotación del primer y segundo ensayo se muestran en la figura 5.



(A)



(B)

Figura 5. Curvas de momento-rotación esperadas según "Seismostruct"
A) Prototipo 1, B) prototipo 2.

4.2 Momento de fluencia y momento máximo

Los momentos de fluencia y máximo se obtuvieron mediante la ecuación (1).

$$M_p = A_s * \alpha * f_y * \left(d - \frac{A_s * \alpha * f_y}{1,7 * f'c * b} \right) \quad (1)$$

Donde M_p es momento probable (T-m), A_s es el refuerzo longitudinal (cm²), α es el factor de sobre resistencia del acero (sin unidades), f_y es el esfuerzo de fluencia (Kg/cm²), d es la distancia de la fibra extrema en compresión al centroide del refuerzo de acero en tensión (cm), b ancho de compresión (cm), $f'c$ resistencia de compresión del hormigón (Kg/cm²).

Para obtener el momento de fluencia, se aplica la fórmula (1) con un valor $\alpha = 1,0$. Para obtener el momento máximo se aplica la fórmula (1) con un valor $\alpha = 1,3$.

En la siguiente tabla se da a conocer los valores de los momentos que se espera de los prototipos.

Tabla 1. Resultados de momentos máximos y de fluencia de los prototipos.

DESCRIPCIÓN	PROTOTIPO I		PROTOTIPO II	
	Toda la losa	Franja de columna	Toda la losa	Franja de columna
Momento de Fluencia (-)	16440	12480,8	22231,3	17730,0
Momento de Fluencia (+)	11140	8015,92	15738,5	13,410,0
Momento de resistencia última (-)	20737	15663,1	27011,2	21010,0
Momento de resistencia última (+)	14400	10255,0	19743,5	16930,0

fuerza desplazamiento de la celda 2 que se muestra en la Figura (8).

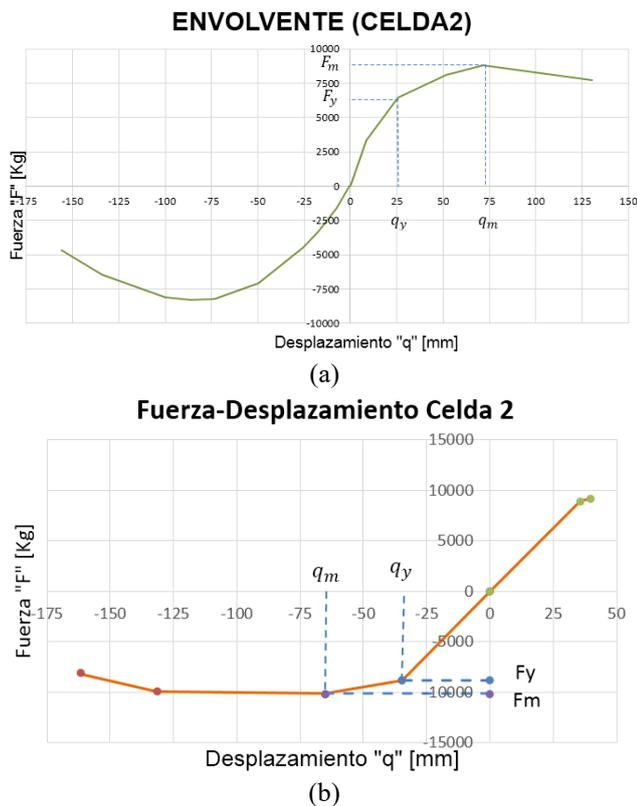


Figura 8. Envolvente de Fuerza-Desplazamiento, a) prototipo1, b) prototipo2.

La energía disipada se obtiene de la ecuación (3) (Aguiar, 2012).

$$E_D = 4 * (F_y * q_u - F_u * q_y) \quad (3)$$

Donde E_d es la energía disipada (Kg-mm), F_y es la fuerza de fluencia (Kg), q_u es el desplazamiento último (mm), F_u es la carga máxima aplicada en el ciclo de histéresis (Kg) y q_y es el desplazamiento en el punto de fluencia (mm).

La energía disipada para el primer ensayo es 960123.81 Kg-mm.

La energía disipada para el segundo ensayo es 875573.585 Kg-mm.

La energía elástica está dada por la ecuación (4) (Aguiar, 2012).

$$E_s = \frac{F_u q_u}{2} \quad (4)$$

Aplicando la ecuación, la energía elástica para cada prototipo, los resultados son para el primer ensayo E_s es 315740.196 Kg.mm y para el segundo ensayo E_s es 329316,815 Kg.mm El amortiguamiento equivalente viscoso, está dado por la siguiente ecuación (5) (Aguiar, 2012).

$$\zeta_{eq} = \frac{E_D}{4\pi E_s} \quad (5)$$

El amortiguamiento equivalente ζ_{eq} del primer ensayo es 0.21 y del segundo ensayo es 0.19

5.5 Agotamiento del sistema

A continuación, se muestran fotografías que se tomaron luego de la falla del modelo. El área de punzonamiento de la unión losa-columna se refleja en la siguiente figura.

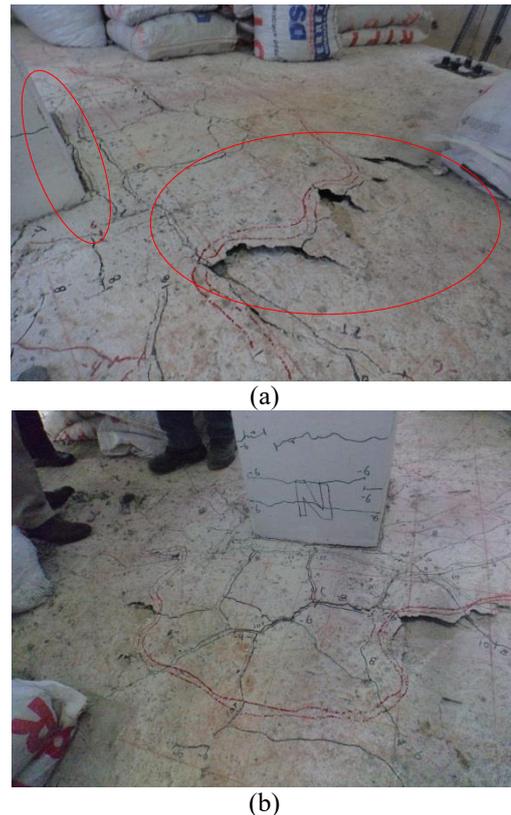


Figura 9. Zona de agotamiento, falla por punzonamiento. (a) Área de punzonamiento, (b) Fisura alrededor de columna.

El agotamiento produce un asentamiento en la losa debido al movimiento producido por las fuerzas proporcionadas de los gatos hidráulicos



Figura 10. Losa agotada alrededor de la columna.

El agotamiento de la estructura por punzonamiento, produce el desprendimiento de la losa con respecto a la columna en forma cónica desde la unión inferior de la unión losa-columna hacia la zona superior de la losa a una distancia no mayor al peralte de la viga (d).



Figura 11. Efecto del corte de la losa debido a la falla por punzonamiento.

6. CONCLUSIONES

Se construyeron dos prototipos a escala real de un nudo interior de una estructura compuesta por losas planas. El primer ensayo consistió en colocar en las vigas embebidas un área de acero de: $A_{S_{sup}}=10.16 \text{ cm}^2$ y $A_{S_{inf}}=6.16 \text{ cm}^2$ con $1E\emptyset 10\text{mm}@5\text{cm}$, según especificaciones de la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC-15).

El segundo ensayo consistió en colocar en las vigas embebidas un área de acero de: $A_{S_{sup}}=18.84 \text{ cm}^2$ y $A_{S_{inf}}=12.06 \text{ cm}^2$ con $1E\emptyset 10\text{mm}@10\text{cm}$, según criterios de cálculo del folleto “Diseños de edificios con vigas banda” por el Ing. Patricio Placencia. Cabe señalar que en el Ecuador, las vigas embebidas se conocen como vigas banda.

De los resultados se puede concluir:

La ductilidad de desplazamiento $\mu=2.7$, obtenida en el primer ensayo es similar a la ductilidad de desplazamiento $\mu=2.5$, que se calculó de forma teórica.

La ductilidad de desplazamiento $\mu=1.75$, obtenida en el segundo ensayo es aproximadamente la mitad de la ductilidad de desplazamiento $\mu=3.4$, que se calculó de forma teórica.

La diferencia entre la ductilidad de desplazamiento teórica y la experimental obtenida en el segundo ensayo se debe a que el prototipo tuvo una falla por punzonamiento poco después de que se inicie la fluencia en las varillas de refuerzo.

La ductilidad de desplazamiento obtenida en los dos prototipos está en un rango inferior al que se considera como mínimo para diseños sismo resistente ($\mu \geq 4.0$).

En el primer ensayo el momento de fluencia y el momento máximo teóricos están muy cerca a los obtenidos de forma práctica.

En el prototipo 2 los momentos de fluencia obtenidos de forma teórica son similares a los momentos de fluencia obtenidos de forma experimental.

En el prototipo 1, se realizó en chequeo de la losa a punzonamiento ante carga vertical y momento desbalanceado provocado por la acción sísmica, este chequeo permitió que el prototipo presente resultados (ductilidad y resistencia) muy similares a los que se calculó de forma teórica.

La falla por punzonamiento en la losa se produjo de forma repentina.

En el segundo ensayo se tomó la medida del cono de la falla por punzonamiento en el nivel superior de la losa, el valor medido fue 14cm, esto corresponde aproximadamente a $2d/3$.

El amortiguamiento en el rango elástico de los prototipos 1 y 2 es de 0.16.

El amortiguamiento de los prototipos 1 y 2 aumenta un poco cuando se encuentran trabajando en el rango inelástico, a un valor de 0.18 y 0.175 respectivamente.

Los prototipos ensayados pueden clasificarse como estructura tipo B de acuerdo a la clasificación determinada por el ATC-40, se considera a este tipo de estructuras en el rango intermedio para un buen desempeño ante solicitaciones sísmicas.

Las losas planas o losas construidas con vigas embebidas son buenas ante carga vertical y no tienen buen comportamiento ante carga lateral debido a que no son suficientemente dúctiles.

La norma NEC-15 proporciona un valor para coeficiente de reducción sísmica (R) igual a 5 para edificios con vigas embebidas, pero no proporcionan un método de diseño de la unión losa-columna que es la zona donde se presentan mayores esfuerzos.

La investigación actual se realizó en base al artículo “Diseño sismorresistente de edificios con losas con vigas banda (embebidas)” presentado en las “XI Jornadas de Ingeniería

Estructural” que tuvieron lugar en la Universidad Santiago de Guayaquil en el año 1997, realizado por parte del Ing. Patricio Placencia.

Según las recomendaciones de este artículo, el primer ensayo cumplía con los requisitos de diseño a punzonamiento, el resultado mostró que los valores de resistencia a momento y ductilidad están cercanas a las obtenidas de forma teórica. No se evidenció falla por punzonamiento. El modelo tampoco se agotó en flexión. El ensayo tuvo que detenerse debido a problemas con las celdas de carga. El desplazamiento de la celda de carga no fue suficiente para agotar el sistema. Sin embargo, si se pudo apreciar fisuras alrededor de la zona de columna. Este es un signo de que se puede presentar una falla a punzonamiento.

En el segundo modelo, el diseño no era aceptable, se produjo falla por punzonamiento y no se obtuvieron valores de resistencia ni ductilidad cercanos a los teóricos. Por este motivo se recomienda que en el caso de que diseñe edificios con vigas embebidas, se realice el chequeo a punzonamiento usando la teoría que se presenta en la referencia 6.

Con este estudio se pretende iniciar un proceso investigativo de construcciones de edificios con vigas embebidas y verificar su comportamiento en zonas de alto peligro sísmico. Además es importante determinar si es posible mejorar el comportamiento del sistema para que pueda ser utilizado de forma segura.

AGRADECIMIENTO

Se agradece de manera especial al Ing. Patricio Placencia por haber apoyado y colaborado con sus conocimientos a esta investigación, así mismo un agradecimiento para quienes forman parte del Centro de Investigación de la Vivienda de la Escuela Politécnica Nacional, por su colaboración en las diferentes actividades antes y durante el ensayo de los prototipos.

REFERENCIAS

- ACI318-14. (2015). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-14)*. Farmington Hills, USA: IHS.
- AGUIAR, R. (2012). *Dinámica de Estructuras con CEINCI-LAB*. Quito: Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército.
- Cuevas., O. M. (2005). *Apectos fundamentales del concreto reforzado*. México: Limusa.
- NEC. (2015). *Peligro Sísmico, Diseño Sismoresistente (NEC_SE_DS)*. Quito: Dirección de Comunicación Social, MIDUVI.
- NEC. (2015). *Hormigón armado (NEC_SE_HM)*. Quito: Dirección de Comunicación Social, MIDUVI.
- PATRICIO PLACENCIA, (1997). *"Diseño Sismorresistente De Edificios Con Losas Con Vigas Banda"*. XI Jornadas de Ingeniería Estructural. Universidad Católica Santiago de Guayaquil.

Park, R. y Paulay, M. (1973) *Reinforced Concrete Structures*. New York.

BIOGRAFÍAS



Carla Bermeo Fárez, Ingeniera Civil, Universidad Católica de Cuenca. Master en Estructuras, Escuela Politécnica Nacional, Quito. Profesora de Bachillerato del Colegio Nacional Camilo Gallegos Toledo. Profesora Titular de Pregrado de la carrera de Arquitectura de la Universidad Católica de Cuenca desde el 2016 hasta 2019. Consultora en el departamento de planificación del Gobierno Autónomo

Descentralizado de Gualaquiza. Consultora estructural de la empresa Astec Cia. Ltda.



Diego Sánchez Oñate, Ingeniero Civil, Universidad Central del Ecuador. Magister en Estructuras, Escuela Politécnica Nacional. Profesor en la Universidad Central del Ecuador desde 2018. Consultor estructural para el diseño de 30 edificios públicos y privados en el Ecuador entre los que se encuentran hospitales, iglesias, centros comerciales, conjuntos habitacionales, escuelas y colegios. Consultor estructural para el reforzamiento de estructuras en la ciudad de Quito. Constructor de proyectos públicos y privados.



Patricio Andrade Placencia, Ingeniero Civil, Escuela Politécnica Nacional. Master of Science in Civil Engineering, U. Texas, en Austin, Estados Unidos. Fue Profesor Principal en la Escuela Politécnica Nacional, Quito, de cursos de pregrado y postgrado, desde 1979 hasta su jubilación en el 2014. Desde 2014 hasta la fecha sigue dando cursos como

Profesor Honorario contratado. Formuló el proyecto de creación del Laboratorio de estructuras “Centro de Investigación de la Vivienda”, siendo su Director hasta 2014. Impulsó y coordinó la creación del Postgrado de Ingeniería Estructural en la EPN. Ha sido el autor de artículos técnicos urgentes en su momento, como Metodología para estudio estructural de monumentos históricos, Diseño sismo resistente de edificios aporticados, Diseño sismo resistente de edificios con vigas banda, Diseño sismo resistente de edificios con muros, Vulnerabilidad sísmica en el Ecuador – mejores sistemas constructivos, Estructuras con mampostería enchapada. Ha escrito otros artículos técnicos de interés científico. Ha sido consultor estructural para el diseño estructural de más de 100 estructuras nuevas. Ha sido consultor estructural para el diagnóstico de la seguridad sísmica y su diseño del reforzamiento de más de 100 edificaciones existentes, entre edificios nuevos, antiguos, iglesias, casas, etc. Es consultor estructural de la OPS, PNUD, BID, Banco Mundial. Fue miembro del comité ACI 318-L, que elabora el Código ACI, desde 2005 hasta 2015.

Evaluación de Modelos de Turbulencia para el Flujo de Aire en un Difusor Transónico

Tolentino-Masgo, San Luis B.^{1,2,*} 

¹Universidad Nacional Experimental Politécnica "Antonio José de Sucre" Vice-Rectorado Puerto Ordaz, Centro de Estudios Energéticos, Bolívar, Venezuela

²Universidad Nacional de Ingeniería, Grupo de Modelamiento Matemático y Simulación Numérica, Lima, Perú

Resumen: El campo de flujo con presencia de ondas de choque, turbulencia y separación de flujo se estudia mediante el empleo de equipos experimentales y puede reproducirse utilizando códigos computacionales. En el presente trabajo el objetivo es evaluar cinco modelos de turbulencia: **SST $k - \omega$** , **$k - \epsilon$** estándar, **$k - \omega$** estándar, **$k - kl - \omega$** de transición y **RSM**, para el flujo de aire con presencia de ondas de choque en un difusor transónico. Se realizaron simulaciones numéricas 2D del campo de flujo aplicando el modelo RANS en el código ANSYS-Fluent, el cual aplica el método de volumen finito. Se emplearon las ecuaciones gobernantes: conservación de la masa, cantidad de movimiento, energía y de estado; para la viscosidad en función de la temperatura la ecuación de Sutherland. Además, se consideró el análisis basado en densidad para un fluido compresible. Se obtuvieron resultados numéricos de perfiles de presión estática en las paredes y de la velocidad en diferentes posiciones en el difusor, así como, del campo de densidad, número de Mach, presión estática, velocidad y temperatura estática, para las relaciones de presión **$rp = 0,82$** y **$rp = 0,72$** , los cuales fueron comparados con datos experimentales publicados en la literatura. Se concluye que el modelo de turbulencia **SST $k - \omega$** de Menter se ajusta más a los datos experimentales de presión y de velocidad para el flujo con presencia de ondas de choque.

Palabras clave: Difusor transónico, Flujo de aire, Modelo de turbulencia, Onda de choque, Separación de flujo

Evaluation of Turbulence Models for the Air Flow in a Transonic Diffuser

Abstract: The flow field with the presence of shock waves, turbulence and flow separation is studied through the use of experimental equipment and can be reproduced using computational codes. In the present work the objective is to evaluate five turbulence models: **SST $k - \omega$** , **$k - \epsilon$** standar, **$k - \omega$** standar, transition **$k - kl - \omega$** and **RSM**, for the air flow with the presence of shock waves in a diffuser transonic. 2D numerical simulations of the flow field were performed by applying the RANS model in the ANSYS-Fluent code, which applies the finite volume method. The governing equations were used: conservation of mass, momentum, energy, and state; for viscosity versus temperature the Sutherland equation. In addition, density-based analysis for a compressible fluid was considered. Numerical results of static pressure profiles in the walls and of the velocity in different positions in the diffuser were obtained, as well as, of the density field, Mach number, static pressure, velocity and static temperature, for the pressure ratios **$rp = 0,82$** and **$rp = 0,72$** , which were compared with experimental data published in the literature. It is concluded that the Menter **SST $k - \omega$** turbulence model is more in tune with the experimental pressure and velocity data for the flow with the presence of shock waves.

Keywords: Transonic diffuser, Air flow, Turbulence model, Shock wave, Flow separation

1. INTRODUCCIÓN

Las ondas de choque y la interacción de la capa límite turbulenta están presente en los flujos de gas a alta velocidad, para un flujo interno o externo. Una onda de choque se produce por un cambio brusco de la presión de un fluido gas

en contacto con un cuerpo que se desplaza a una velocidad mayor a la velocidad del sonido. En la región del choque, las magnitudes termodinámicas de temperatura, densidad, entre otros parámetros, varían drásticamente.

En la literatura están reportados trabajos sobre la capa límite de flujo compresible (White, 1991), donde las curvas teóricas de la ley de pared y de la ley logaritmo son comparados con datos experimentales de velocidad (Lee et al., 1969); la capa límite con diferentes condiciones de gradiente de presión (Schlichting, 1979); la teoría de las ondas de choque normal, oblicuas y de las ondas expansivas de Prandtl-Meyer (Anderson, 2007; White, 2008); la teoría de la turbulencia

sanluist@gmail.com
 Recibido: 23/02/2019
 Aceptado: 11/03/2020
 Publicado: 31/04/2020
 10.33333/rp.vol45n1.03

(Kármán, 1937); el modelado de la turbulencia (Wilcox, 2006); así como, el principio y aplicaciones de la dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés) (Blazek, 2005; Anderson et al., 2012).

Una de las maneras de estudiar el comportamiento del campo de flujo compresible a velocidad subsónica, transónica y supersónica es mediante el empleo de equipos experimentales, tales como los difusores y las toberas; donde, por las variaciones de la densidad del flujo, las formas de las ondas de choque y las turbulencias son captadas en imágenes mediante la técnica Schlieren. La técnica Schlieren fue propuesto por el físico alemán August Toepler en 1864 (Krehl y Engemann, 1995) y fue el primero en visualizar la geometría de la onda de choque; y esta técnica se emplea de manera recurrente para visualizar el campo de flujo.

Un tipo de difusor transónico, clasificado como modelo G, también conocido como difusor Sajben, inicialmente fue empleado por Sajben et al. (1981) para realizar ensayos experimentales de flujos transónicos con presencia de choque débil para el flujo con $r_p = 0,82$ para Mach 1,235, y choque fuerte para el flujo con $r_p = 0,72$ para Mach 1,353. Las configuraciones de las formas de las ondas de choque fueron captadas con la técnica Schlieren, así como, el inicio de la separación de flujo y la recirculación de flujo aguas abajo después del choque. Donde, para el choque fuerte se presentó un frente de onda normal y choque oblicuo adyacente a la pared superior.

Posteriormente, el difusor transónico fue empleado por Salmon et al. (1983), quien utilizó un velocímetro laser Doppler para medir la velocidad del flujo en diferentes regiones. Bogar et al. (1983) estudió el flujo temporal e inestable en función del número de Mach en secciones transversales a lo largo del difusor; además, Bogar (1986) realizó también mediciones con un velocímetro laser Doppler al campo de flujo.

Se señalan a algunos autores de trabajos relevantes que han empleado la geometría del difusor transónico Sajben para simular el campo de flujo aplicando la CFD, para evaluar diferentes modelos de turbulencia y comparar los resultados numéricos con datos experimentales: Liou et al. (1981) emplearon el método híbrido MacCormack's y el modelo original de Wilcox-Rubesin para representar la viscosidad de remolino; Hsieh et al. (1987) utilizaron una versión modificada del método híbrido MacCormack's, así como, el modelo de Wilcox-Rubesin, y simularon el campo de flujo con el código NASA-ARC-Cray/XMP; Georgiadis et al. (1994) emplearon el código PARC, y para la simulación de la turbulencia del flujo utilizaron los modelos: Thomas, Baldwin-Lomax, MMLT, Chien $k - \epsilon$ y Speziale $k - \epsilon$; Bush et al. (1998) emplearon tres códigos computacionales: el código NPARC y el modelo de turbulencia Baldwin-Lomax, y para los códigos WIND y NXAIR recurrieron al modelo Spalart-Allmaras; Yoder y Georgiadis (1999) emplearon el código WIND y el modelo de turbulencia de Chien $k - \epsilon$; Xiao y Tasai (2003) utilizaron el modelo $k - \omega$; Wüthrich (2007) simuló el flujo con el código OpenFOAM; Vlahostergios y Yakinthos (2015) utilizaron los modelos RSM, NLEVM y LEVM; Biswas y Jimbo, (2015)

emplearon un modelo de turbulencia de dos ecuaciones, $k - \epsilon$; Liu et al. (2016) utilizaron los modelos de turbulencia: Spalart-Allmaras, $k - \epsilon$ estándar, RNG $k - \epsilon$, $k - \epsilon$ realizable, $k - \omega$ estándar, SST $k - \omega$, $\overline{v^2} - f$ y RSM, y el código ANSYS-Fluent. Además, Tolentino y Caraballo (2017) emplearon el modelo SST $k - \omega$, y para la simulación el código ANSYS-Fluent.

La CFD ha alcanzado gran aceptación en las simulaciones del campo de flujo compresible, empleando el modelo de las ecuaciones de Navier-Stokes de número de Reynolds promedio (RANS, por sus siglas en inglés), el cual requiere de modelos de turbulencia.

Los modelos de turbulencia permiten reproducir la turbulencia del flujo en dominios computacionales que tienen geometrías complejas, por lo cual, determinan las magnitudes de los parámetros termodinámicos que no es posible obtener por medios experimentales. Son tomados en cuenta de acuerdo al comportamiento del régimen de flujo, y de las condiciones de gradientes adversos de presión y de otros parámetros termodinámicos del fluido, dentro y fuera de la capa límite, antes y después del choque. Con el pasar de los años, se han formulado nuevos modelos de turbulencia y, en base a esto, de manera recurrente, se continúa evaluando diferentes modelos de turbulencia para determinar cuáles de los modelos tienen las mejores prestaciones en reproducir diferentes condiciones del régimen del flujo para diferentes casos en específicos.

En el presente trabajo, el objetivo es evaluar cinco modelos de turbulencia para el flujo de aire para $r_p = 0,82$ y $r_p = 0,72$, para la geometría de un difusor transónico experimental, modelo G (Sajben et al., 1981), con el fin de determinar cuál de los modelos de turbulencia empleados se ajusta más a los datos experimentales de presión y de velocidad que están reportados en la literatura. Así como, determinar los espesores de la onda de choque débil y onda de choque fuerte que se presentan en el flujo. Para lograr la meta trazada, se realizó las simulaciones en 2D del campo de flujo y se comparó los resultados numéricos con los datos experimentales de presión estática y de velocidad. En base a los resultados, el modelo de turbulencia SST $k - \omega$ (Menter, 1994) se ajustó más a los datos experimentales.

En la sección 2 se presentan las ecuaciones empleadas, el dominio computacional, el dominio mallado y el método de solución computacional. En la Sección 3 se exponen los resultados obtenidos y las discusiones. En la sección 4 se exponen las conclusiones del análisis realizado.

2. METODOLOGÍA

2.1. Fundamento matemático

En el presente trabajo, para la solución numérica del campo de flujo compresible se empleó el modelo RANS.

Las ecuaciones gobernantes empleadas, son: la Ecuación (1) de la conservación de la masa, la Ecuación (2) de la cantidad de movimiento, la Ecuación (3) de la conservación de la

energía y la Ecuación (4) de estado. La simulación computacional se consideró para flujo en estado estacionario, y las ecuaciones antes mencionadas en su forma compacta, se expresan como

$$\nabla \cdot (\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

Donde, la densidad es ρ ; y la velocidad u .

$$\nabla \cdot (\rho u_i u_j) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \nabla \cdot (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (2)$$

Donde, la presión es p ; el tensor de tensiones $\bar{\tau}$. Esta Ecuación (2) está cerrada, ya que incluye el término de tensiones de Reynolds, que se expresa como $-\rho \overline{u'_i u'_j}$.

$$\nabla \cdot (u_i (\rho E + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T + (\bar{\tau}_{eff} \cdot u_i)) \quad (3)$$

Donde, la energía total es E , la temperatura T , la conductividad térmica efectiva k_{eff} , y el tensor de tensiones efectivo $\bar{\tau}_{eff}$.

$$p = \rho RT \quad (4)$$

Donde, la constante del gas es R . Por despeje, la densidad se expresa como $\rho = p/RT$.

La Ecuación (5) de relaciones de presión, y la Ecuación (6) de relaciones de temperatura, se expresan como

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5)$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M^2 \quad (6)$$

Donde, la presión total es p_0 , la temperatura total T_0 , la relación de calor específico γ ; y el número de Mach M , el cual es el parámetro dominante para flujo compresible. El rango de número de Mach, se clasifica como: para flujo incompresible $M < 0,3$; flujo subsónico $0,3 < M < 0,8$; flujo transónico $0,8 < M < 1,2$; flujo supersónico $1,2 < M < 3$; flujo hipersónico $M > 3$. Para el flujo con velocidad sónica $M = 1$ (White, 2008). Es importante acotar, White (2008) considera que a partir de un valor mayor de Mach 3 el flujo es hipersónico y Anderson (2007) considera a partir de Mach 5.

La Ecuación (7), es la variación de la viscosidad para gases en función de la temperatura, se expresa como un aproximado de acuerdo a la ley de Sutherland (White, 2008)

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (7)$$

Siendo la viscosidad de referencia $\mu_0 = 1,716 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$, la temperatura de referencia $T_0 = 273,11 \text{ K}$, y la temperatura efectiva $S = 110,56 \text{ K}$.

Los cinco modelos de turbulencia empleados en la simulación del flujo, los cuales fueron ensamblados de

manera individual al modelo RANS, son las siguientes: SST $k - \omega$ (Menter, 1994), $k - e$ estándar (Launder y Spalding, 1972), $k - \omega$ estándar (Wilcox, 1988), $k - kl - \omega$ de transición (Walters y Cokljat, 2008), donde, estos cuatro modelos de turbulencia son modelos de viscosidad turbulenta y están sustentados por la hipótesis de Boussinesq. Y el quinto, el modelo de turbulencia RSM (Launder et al., 1975) para la tensión lineal de presión y efectos de reflexión de la pared (Gibson y Launder, 1978; Launder, 1989), la cual está sustentando en los modelos de tensiones de Reynolds.

Los modelos de turbulencias, son ecuaciones de transporte semiempírica que modelan el mezclado y difusión que se incrementan a causa de remolinos turbulentos, los cuales están en función de la viscosidad del fluido y de la viscosidad turbulenta, entre otras variables. Wilcox (2006) reporta diferentes modelos de turbulencia, y cuyas formulaciones semiempírica están sustentadas en base a las primeras investigaciones de la turbulencia desarrolladas por Kolmogorov (1941) en base a los resultados de Reynolds en 1883.

2.2. Dominio computacional

El dominio computacional 2D de la geometría del difusor transónico experimental, modelo G (Sajben et al., 1981), que se consideró para el estudio del flujo, se muestra en la Figura 1. La pared inferior tiene una base recta en toda su longitud, y en la pared superior es recta en los extremos y, en la parte media es curva.

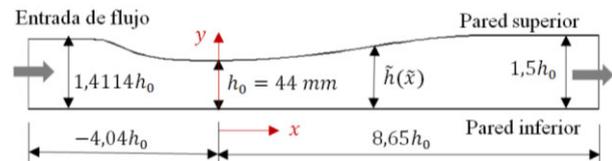


Figura 1. Geometría del dominio computacional del difusor transónico. Construido a partir del esquema reportado por Sajben et al. (1981).

Las restricciones para las condiciones de borde (C.B.) en el dominio computacional se señalan en la Figura 2. Se estableció para dos casos: un caso para el flujo con onda de choque débil y el otro caso para el flujo con onda de choque fuerte.

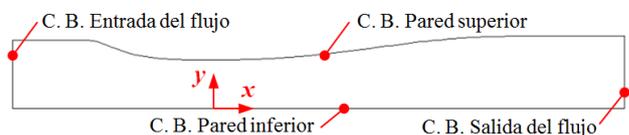


Figura 2. Condiciones de borde en las paredes, en la entrada y salida del flujo en el dominio computacional 2D.

Condiciones de borde aplicadas para el flujo con onda de choque débil, para $rp = 0,82$:

Presión de entrada: 135004,1 Pa (19,58 psi)

Temperatura de entrada: 300 K (540 R)

Presión de salida: 110664,8 Pa (16,05 psi)

Temperatura de salida: 300 K (540 R)

Condiciones de borde aplicadas para el flujo con onda de choque fuerte, para $rp = 0,72$:

Presión de entrada: 135004,1 Pa (19,58 psi)
 Temperatura de entrada: 300 K (540 R)
 Presión de salida: 97219,5 Pa (14,1 psi)
 Temperatura de salida: 300 K (540 R)

Para ambos casos, la velocidad del flujo en las paredes es nula, por la condición de no deslizamiento. Además, las paredes se consideraron adiabáticas.

Cabe señalar, los datos de presión para el caso del flujo con onda de choque débil y choque fuerte fueron obtenidos del trabajo de Bogar et al. (1983), y la temperatura total 300 K (540 R) del trabajo de Georgiadis et al. (1994).

2.3 Mallado del dominio

El dominio computacional mallado se muestra en la Figura 3. Se aplicó una tecnología de mallado estructurado con celdas cuadriláteras, en la dirección horizontal 179 celdas y en la dirección vertical 100 celdas, para un total de 17900 celdas cuadriláteras; siendo un mallado final luego que se refinó tres veces. Se refinó las regiones adyacentes a las paredes superior e inferior con mayor densidad de celdas, por la presencia del esfuerzo cortante y de la capa límite, así como, se refinó la región donde se presenta la onda de choque. El dominio se discretizó mediante la interacción ICEM-CFD, en la plataforma ANSYS-Meshing.

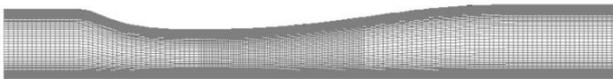


Figura 3. Dominio computacional mallado con 17900 celdas cuadriláteras.

Cabe resaltar, el estudio de independencia de mallado para los tres casos de refinamiento de la malla, consistió en tomar en cuenta como parámetro de control la caída de presión en la pared inferior, para el flujo con $rp = 0,82$. Para las soluciones numéricas del refinamiento del mallado, se aplicó el método de solución computacional, considerando los cinco modelos de turbulencia.

En la Tabla 1 se presenta la cantidad de celdas de la malla para los tres casos de estudio: 15300 celdas, 16625 celdas y 17900 celdas; así como las caídas de presión; en la Figura 4 se muestra una gráfica correspondiente a los datos de la Tabla 1.

Se determinó el error porcentual, considerando como valor fijo para la caída de presión para la malla con 17900 celdas, para cada modelo de turbulencia, en función de las presiones con menor densidad de malla. El error porcentual para SST $k - \omega$ arrojó valores menores de 0,00147%, para $k - e$ menor de 0,00034%, para $k - \omega$ menor de 0,00048%, para $k - kl - \omega$ menor de 0,00166%, y para RSM menor de 0,00131%, respectivamente.

En base a los resultados numéricos de los errores porcentuales, las tres mallas están refinadas con alta densidad en las paredes del difusor transónico; donde, la densidad para los tres casos de mallado en un dominio 2D se obtuvo $y^+ < 1$. Cabe destacar, es muy común refinar en las regiones de las

paredes para el flujo compresible cuando existe separación de flujo y presencia de ondas de choque.

Tabla 1. Densidad de la malla, para el flujo con $rp = 0,82$. Las caídas de presión corresponden para la pared inferior, al inicio de la separación del flujo.

Celdas:	15300	16625	17900
Relación de presión, P/P_0			
SST $k - \omega$	0,4258087	0,4258120	0,425815
$k - e$	0,3911357	0,3911364	0,391137
$k - \omega$	0,4085790	0,4085800	0,408581
$k - kl - \omega$	0,3726328	0,3726361	0,372639
RSM	0,3965598	0,3965625	0,396565

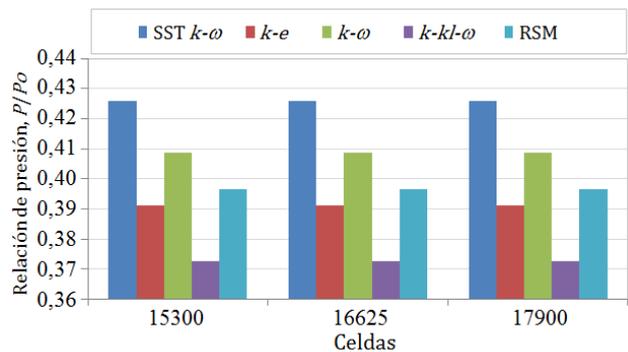


Figura 4. Caídas de presión versus densidad de la malla, evaluados para cinco modelos de turbulencia. Gráfica correspondiente a los datos numéricos de la Tabla 1.

2.4 Método de solución computacional

Se empleó el código ANSYS-Fluent Versión 12.1 que aplica el método de volumen finito (MVF) para las simulaciones numéricas. Dentro de las diferentes alternativas de solución, se seleccionó la opción de análisis basado en densidad para fluido compresible; dominio 2D en el plano cartesiano; sustancia de trabajo: aire. Para cada simulación se empleó un solo modelo de turbulencia, en el siguiente orden: SST $k - \omega$, $k - e$ estándar, $k - \omega$ estándar, $k - kl - \omega$ de transición y RSM. Para la viscosidad del fluido en función de la temperatura se seleccionó la ecuación de Sutherland. En las condiciones del flujo, la turbulencia de la energía cinética y el tipo de disipación específica, se seleccionó la opción: Second Order Upwin. En el monitor residual se determinó para la convergencia numérica, un valor fijo de 0,00001, tanto para continuidad, velocidad y energía. Se obtuvo el rango de 3900-5000 iteraciones para las simulaciones del flujo, para $rp = 0,82$ y $rp = 0,72$, para los cinco modelos de turbulencias empleados.

Para el procesamiento de datos de la simulación del flujo, se empleó un equipo con las siguientes características: Laptop marca Siragon, modelo M54R, Intel Core 2 Duo, dos procesadores de 1,8 GHz, y memoria RAM de 3 GB.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección, para el régimen del flujo con onda de choque débil para $rp = 0,82$ y choque fuerte para $rp = 0,72$, se presenta y discuten los resultados numéricos para la densidad, presión estática y velocidad, empleando los cinco modelos de turbulencia: SST $k - \omega$, $k - e$, $k - \omega$, $k - kl - \omega$ y RSM; los cuales son comparados con datos

experimentales. Así como, los resultados numéricos obtenidos con el modelo de turbulencia SST $k - \omega$ para el número de Mach y la temperatura estática.

3.1. Campo de densidad y número de Mach

Las simulaciones numéricas de las distribuciones de la densidad del flujo, para el flujo con relación de presión $rp = 0,82$ se muestran en la Figura 5, y para $rp = 0,72$ en la Figura 6, respectivamente. Donde, los resultados numéricos de las formas de la onda de choque para el campo de densidad son comparadas con las ondas de choque experimentales reportados en el trabajo de Bogar et al. (1983), previo sustento de análisis con la magnitud del número de Mach.

Las variaciones de la densidad en el campo de flujo muestran en que regiones el flujo está comprimido y descomprimido, para el flujo de aire con choque débil, para $rp = 0,82$ (Figura 5). Se muestra que la geometría de la forma de la onda de choque es normal en el frente, y tiende a curvarse hacia las adyacencias de las paredes, tal como se aprecia por el gradiente de densidad, y están definidos por las líneas de contorno. Donde se produce la caída de presión, al inicio del choque, la magnitud de la densidad es mínima, al final del choque la magnitud es máxima. Donde se produce la separación del flujo, adyacente a ambas paredes, aguas abajo disminuye la densidad hasta cierta distancia, para luego incrementar su magnitud. Las formas de las ondas de choque débil son similares entre sí para los cinco modelos de turbulencia; para $k - e$, $k - \omega$, $k - kl - \omega$ y RSM, la posición de las ondas están desplazados hacia el extremo derecho de la posición para SST $k - \omega$.

Así mismo, para la densidad flujo de aire con choque fuerte para $rp = 0,72$ (Figura 6), el perfil de la onda de choque fuerte es más curvada que en el caso anterior, y se observa cómo está configurada, donde en la pared inferior se muestra el desprendimiento de la capa límite, mientras que en la pared superior el desprendimiento de la capa límite es mayor, incluso se tiene la presencia de choque oblicuo y reflejado. En la pared superior, aguas abajo del inicio de la separación del flujo, se muestra como el flujo se separa, por lo cual, está acompañado de una recirculación del flujo por los gradientes adversos de la presión en esa región. Las posiciones de las ondas están ligeramente cercas entre sí para SST $k - \omega$, $k - \omega$ y RSM, y desplazados hacia el extremo derecho para $k - e$ y $k - kl - \omega$.

Al comparar, ambos casos del flujo, para $rp = 0,82$ (Figura 5) y $rp = 0,72$ (Figura 6), el perfil geométrico de la pared superior de la sección divergente del difusor contribuye con mayor intensidad en el desprendimiento de la capa límite, con respecto a la pared inferior, además, las ondas de choque no tienen una posición fija, sino, están desfasados unos respecto del otro.

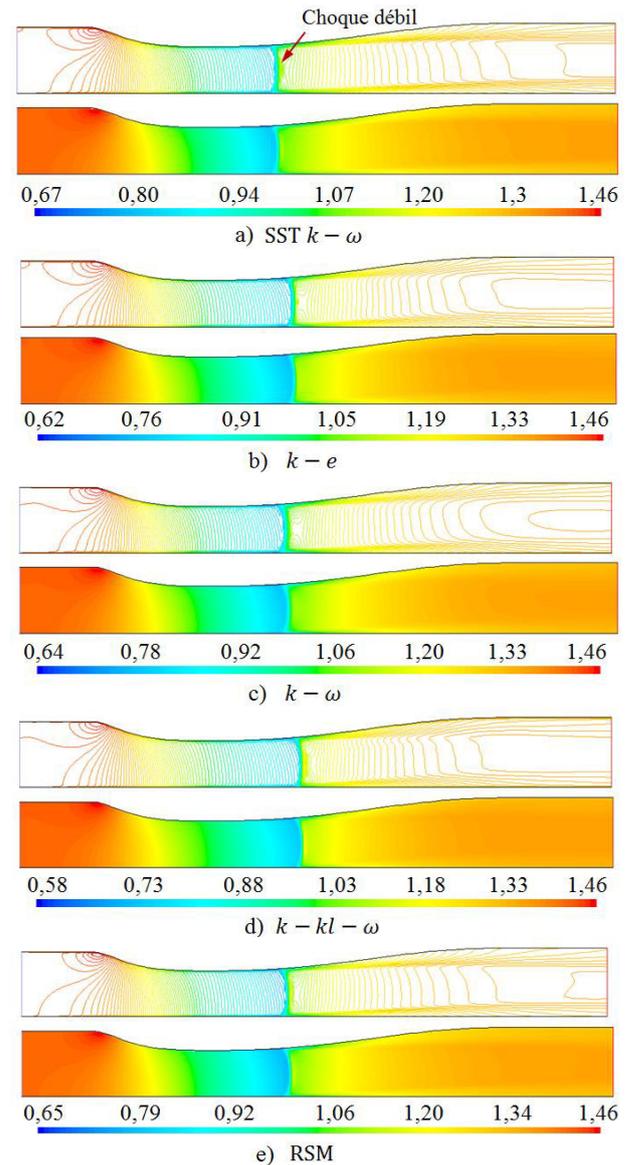
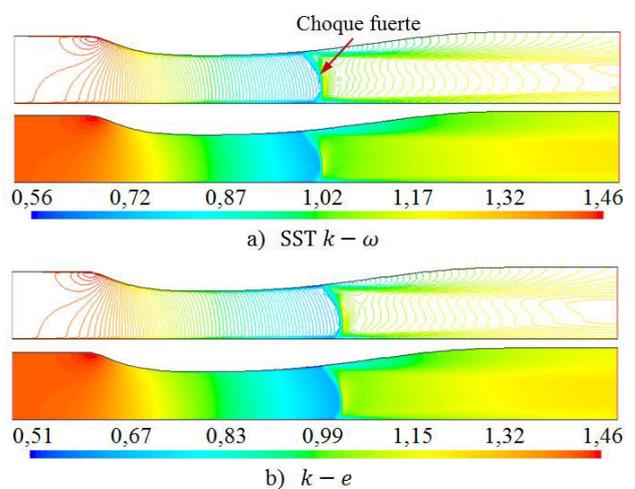


Figura 5. Campo de densidad (kg/m^3), para el flujo con $rp = 0,82$. Formas de ondas de choque para cinco modelos de turbulencia.



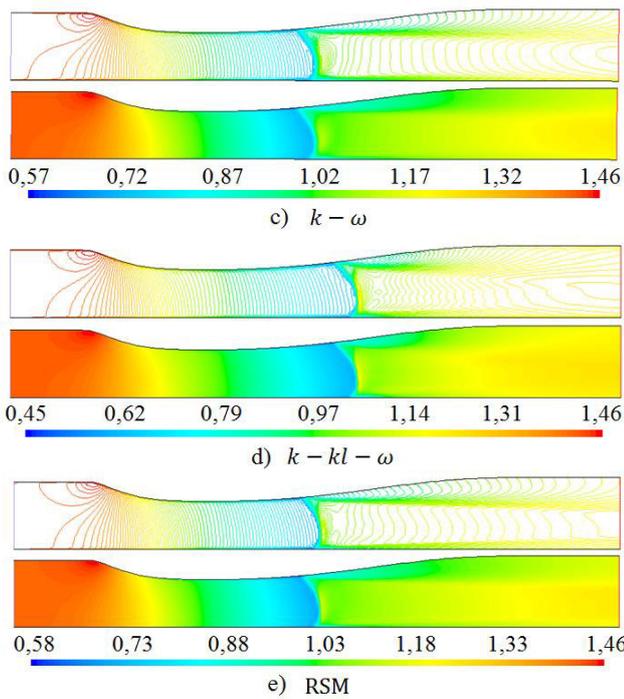


Figura 6. Campo de densidad (kg/m^3), para el flujo con $rp = 0,72$. Formas de ondas de choque para cinco modelos de turbulencia.

Los perfiles de densidad evaluados a lo largo de todo el difusor transónico, para los cinco modelos de turbulencia, para la altura de $y = 22 \text{ mm}$, lo cual corresponde la altura media de la garganta, se muestran para $rp = 0,82$ en la Figura 7 y para $rp = 0,72$ en la Figura 8.

El comportamiento de las trayectorias de las curvas muestra la variación de la magnitud de la densidad antes y después del choque. Para el flujo con $rp = 0,82$, el choque para $k - e$, $k - \omega$, $k - kl - \omega$ y RSM están desplazados al extremo derecho de SST $k - \omega$. Para el flujo con $rp = 0,72$, son casi coincidentes las posiciones del choque para SST $k - \omega$, $k - \omega$ y RSM, y desplazados hacia el extremo derecho $k - e$ y $k - kl - \omega$.

Para el flujo con $rp = 0,82$, la densidad en la salida del difusor está alrededor del valor estimado de $1,35 \text{ kg/m}^3$; y para el flujo con $rp = 0,72$, un valor estimado de $1,22 \text{ kg/m}^3$, respectivamente.

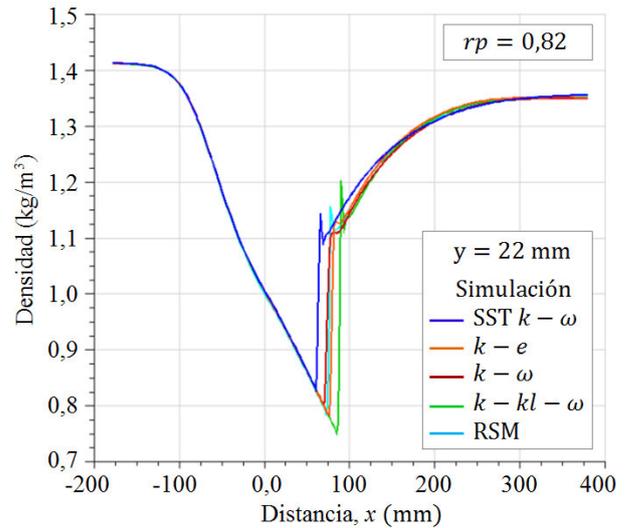


Figura 7. Perfiles de densidad, para el flujo con $rp = 0,82$; obtenido en la altura $y = 22 \text{ mm}$.

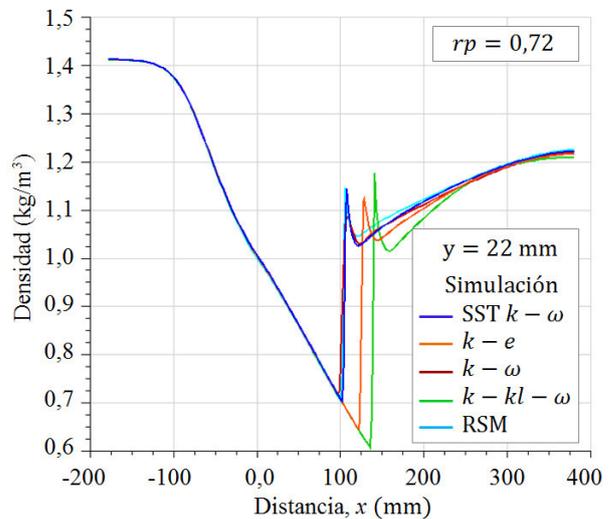


Figura 8. Perfiles de densidad, para el flujo con $rp = 0,72$; obtenido en la altura $y = 22 \text{ mm}$.

La magnitud de la densidad en el instante del inicio y al final del choque, tanto como su posición, para el flujo con $rp = 0,82$ (Figura 7) se muestra en la Tabla 2, y para el flujo con $rp = 0,72$ (Figura 8) se muestra en la Tabla 3. El espesor de la onda de choque se define como $\Delta x = x_2 - x_1$, y de la diferencia de densidad $\Delta \rho$, para ambos casos del flujo, se presentan en la Tabla 4.

El menor espesor de la onda de choque débil de magnitud $5,280 \text{ mm}$, se obtuvo para SST $k - \omega$, $k - kl - \omega$ y RSM, siendo de magnitud diferente la densidad; y de mayor magnitud de $12,32 \text{ mm}$ para $k - \omega$. Para el flujo con choque fuerte, los resultados fueron similares para el valor de menor magnitud para el flujo con choque débil, de espesor $5,280 \text{ mm}$, para SST $k - \omega$, $k - kl - \omega$ y RSM, siendo de magnitud diferente la densidad; y de mayor magnitud $10,556 \text{ mm}$ para $k - \omega$. Aunque los espesores de la onda de choque para algunos modelos de turbulencia son iguales, la magnitud de la densidad durante el choque es diferente, y la posición del inicio y al final del choque también son diferentes, tal como se muestra en la Tabla 2 y 3.

Las posiciones para las distancias adimensionales, para el flujo con $rp = 0,82$ (Figura 7), el inicio del choque se presenta en $x/h_0 = 1,416$ y termina en $x/h_0 = 1,536$; para el flujo con $rp = 0,72$ (Figura 8), inicia en $x/h_0 = 2,335$ y termina en $x/h_0 = 2,455$, respectivamente, esto es para la altura $y = 22$ mm.

Tabla 2. Densidad, para el flujo con $rp = 0,82$; para la altura $y = 22$ mm.

	Inicio del choque		Final del choque	
	$x1$ (mm)	Dens. (kg/m ³)	$x2$ (mm)	Dens. (kg/m ³)
SST $k - \omega$	62,304	0,8243	67,584	1,1394
$k - e$	76,388	0,7835	83,424	1,1316
$k - \omega$	69,344	0,8034	81,664	1,1111
$k - kl - \omega$	85,184	0,7513	90,464	1,2036
RSM	72,864	0,7864	78,144	1,1575

Tabla 3. Densidad, para el flujo con $rp = 0,72$; para la altura $y = 22$ mm.

	Inicio del choque		Final del choque	
	$x1$ (mm)	Dens. (kg/m ³)	$x2$ (mm)	Dens. (kg/m ³)
SST $k - \omega$	102,78	0,7039	108,06	1,1450
$k - e$	122,14	0,6432	129,18	1,1242
$k - \omega$	97,504	0,7182	108,06	1,0858
$k - kl - \omega$	136,22	0,6079	141,50	1,1784
RSM	101,02	0,7038	106,30	1,1479

Tabla 4. Densidad, para el flujo con $rp = 0,82$ y $rp = 0,72$; para la altura $y = 22$ mm.

	$rp = 0,82$		$rp = 0,72$	
	Δx (mm)	ΔD (kg/m ³)	Δx (mm)	ΔD (kg/m ³)
SST $k - \omega$	5,280	0,3151	5,280	0,4411
$k - e$	7,036	0,3481	7,040	0,4810
$k - \omega$	12,32	0,3077	10,556	0,3676
$k - kl - \omega$	5,280	0,4523	5,280	0,5705
RSM	5,280	0,3711	5,280	0,4441

La distribución de número de Mach para el flujo con $rp = 0,82$ (Figura 9) y $rp = 0,72$ (Figura 10), fue simulado con el modelo de turbulencia SST $k - \omega$, muestran las regiones donde el flujo es subsónico, transónico y supersónico, así como donde se presenta la onda de choque. Aguas abajo de la onda de choque, en la pared superior, se muestran las regiones donde el flujo es subónico, donde, para $rp = 0,72$ se presenta una región con recirculación de flujo.

El comportamiento de la trayectoria del perfil para el número de Mach, para la altura $y = 22$ mm, se muestra en la Figura 11 para el flujo con $rp = 0,82$ y en la Figura 12 para $rp = 0,72$. Se observa en ambos perfiles cuando el flujo alcanza un valor máximo y mínimo de número de Mach, donde se produce el choque; en la Tabla 5 se muestran sus magnitudes y la posición al inicio y final del choque. Además, se observa cuando el flujo está en la región subsónica, transónica y supersónica; así como, cuando el flujo alcanza la velocidad sónica, Mach 1.

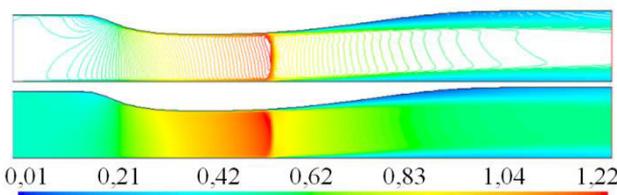


Figura 9. Campo de número de Mach, para el flujo con $rp = 0,82$.

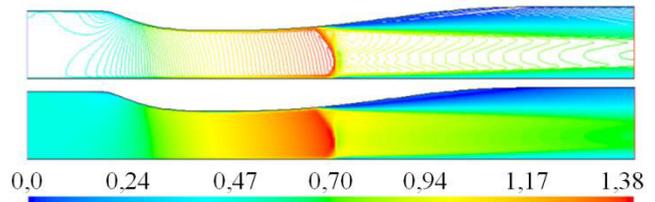


Figura 10. Campo de número de Mach, para el flujo con $rp = 0,72$.

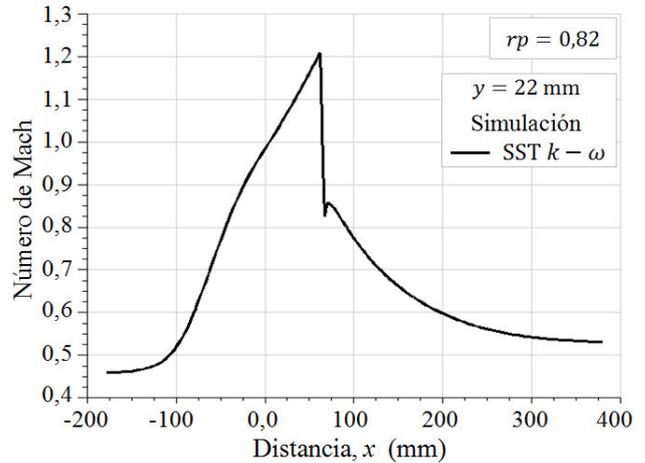


Figura 11. Perfil de número de Mach, para el flujo con $rp = 0,82$; obtenido en la altura $y = 22$ mm.

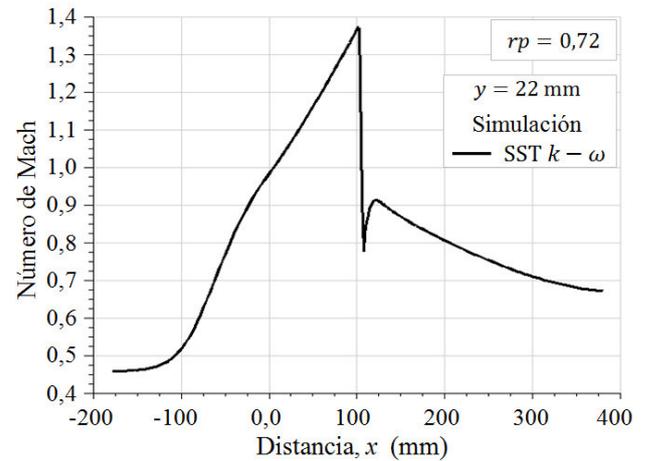


Figura 12. Perfil de número de Mach, para el flujo con $rp = 0,72$; obtenido en la altura $y = 22$ mm.

El flujo con choque débil para $rp = 0,82$ (Figura 11) alcanza un valor de Mach 1,2105 al inicio del choque, y se desacelera a Mach 0,8264 al final del choque; en la salida del difusor el flujo se desacelera a velocidad subsónica a un valor menor de Mach 0,55. La posición donde se inicia y finaliza el choque es coincidente con la posición para la densidad; por lo tanto, la onda de choque tiene un espesor de magnitud de 5,28 mm, y una variación de número de Mach de 0,3841. Al comparar la magnitud máxima de Mach 1,2105 (Figuras 9 y 11) con respecto al valor de Mach experimental de magnitud 1,235, la cual se muestra en la Figura 13(a), se tiene un error porcentual de 1,9838%.

Así mismo, para el flujo con choque fuerte para $rp = 0,72$ (Figura 12), el flujo alcanza un valor de Mach 1,3733 al inicio del choque, y Mach 0,7782 al final del choque, tiene un espesor de 5,28 mm, y una variación de número de Mach de

0,5951. A la salida del difusor el flujo se desacelera a velocidad subsónica por debajo de Mach 0,7. Al comparar el resultado numérico de Mach 1,3733 (Figuras 10 y 12) con respecto al experimental de Mach 1,353, la cual también se muestra en la Figura 13(b), se tiene un error porcentual de 1,5%.

La imagen de la forma de la onda de choque débil y fuerte obtenido con el modelo de turbulencia SST $k - \omega$, mostradas en las Figuras 5 y 6 para el campo de densidad, así como las Figuras 9 y 10 para el campo de número de Mach, son similares a la forma de la onda de choque experimentales que se muestran en la Figura 13. Además, para el mismo modelo de turbulencia SST $k - \omega$, los perfiles de densidad mostrados en las Figuras 7 y 8, muestran el comportamiento donde se produce el choque y su posición, así como el comportamiento de la trayectoria del número de Mach mostrados en las Figuras 11 y 12. Para las otras simulaciones del flujo con los otros modelos de turbulencia, mientras mayor o menor sea la diferencia de densidad, y el desplazamiento de su posición, también lo será para el número de Mach, por lo cual, el valor numérico de número de Mach tendrá un valor diferente al valor de Mach experimental. De acuerdo a las comparaciones arriba mencionadas, la simulación del flujo con el modelo de turbulencia SST $k - \omega$ se ajustó más al dato experimental del flujo con onda de choque para $rp = 0,82$ y $rp = 0,72$.

Tabla 5. Número de Mach, para el flujo con choque débil y choque fuerte; para la altura $y = 22$ mm.

	Inicio del choque		Final del choque	
	x1(mm)	Mach	x2 (mm)	Mach
$rp = 0,82$	62,304	1,2105	67,584	0,8264
$rp = 0,72$	102,78	1,3733	108,06	0,7782

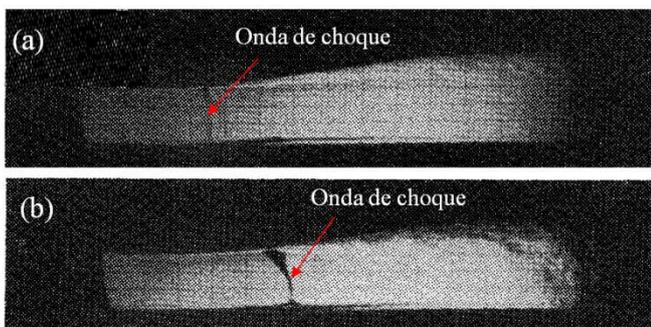


Figura 13. Experimento: imagen captada con la técnica Schlieren. (a) Onda de choque débil: Mach = 1,235 para $rp = 0,82$; (b) Onda de choque fuerte: Mach = 1,353 para $rp = 0,72$. Fuente: Bogar et al. (1983).

Cabe señalar, los resultados numéricos de los espesores de la onda de choque podrían estar desviados en términos estadísticos para $y = 22$ mm, sin embargo, aportan información para definir un volumen de control a nivel macroscópico para estudios posteriores; incluso, se puede hacer un análisis aplicando la termodinámica estadística, también para estudios posteriores, ya que en esa región donde se produce el choque el flujo presenta un proceso irreversible, por lo cual, se emplea la ecuación de Rankine-Hugoniot para la solución del problema; y las regiones fuera del choque el proceso es isoentrópico. No obstante, los resultados de los espesores del choque no son concluyentes, y se requiere de datos experimentales para su comparación, de esa manera, tener un criterio más crítico y amplio en el análisis donde se produce el choque.

3.2. Campo de presión estática

Las simulaciones numéricas de perfiles de presión estática, empleando los cinco modelos de turbulencia: SST $k - \omega$, $k - e$, $k - \omega$, $k - kl - \omega$ y RSM, para el flujo con relación de presión $rp = 0,82$ y $rp = 0,72$, se muestran en las Figuras 14 y 15. En ambas figuras, están incorporados los datos experimentales de presiones correspondientes a la pared inferior y superior del difusor transónico Sajben. Cabe resaltar, los datos experimentales de presiones del difusor transónico Sajben fueron tomados del sitio web (Sajben transonic diffuser-NASA), así como, están reportados en el trabajo de Yoder y Georgiadis (1999).

Para la presión del flujo con $rp = 0,82$ (Figura 14) y $rp = 0,72$ (Figura 15), durante la caída e incremento de la presión, las curvas numéricas están superpuestas en ciertos tramos y en otros no, y bordeando los datos experimentales, tanto para la pared superior e inferior. Donde se inicia la separación del flujo, esto es, donde se produce la caída mínima de presión, las que están más alejadas de los datos experimentales son $k - e$ y $k - kl - \omega$. Para el flujo con $rp = 0,82$ (Figura 14), en la posición de referencia $x = 150$ mm, las curvas tienden a unirse; y para $rp = 0,72$ (Figura 15) a partir de la posición $x = 200$ mm.

Para el flujo con $rp = 0,82$ (Figura 14) y $rp = 0,72$ (Figura 15), las magnitudes de las presiones mínimas y posiciones de los resultados experimentales y numéricos para los cinco modelos de turbulencia empleados, se presentan en un cuadro comparativo: en las Tablas 6 y 7 para el flujo con $rp = 0,82$, y en las Tablas 8 y 9 para el flujo con $rp = 0,72$, respectivamente.

El dato de la presión experimental para el flujo con $rp = 0,82$, en la pared superior (Tabla 6) está ubicado en la posición $x = 56,76$ mm con presión de 55081,672 Pa, y en la pared inferior (Tabla 7) en $x = 57,2$ mm y presión de 58051,763 Pa; y el que está más se acerca a estos datos es el modelo de turbulencia SST $k - \omega$, en la pared superior (P. sup.) en $x = 55,264$ mm con error porcentual de 2,635% (Tabla 10), y presión de 54737,682 Pa con error porcentual de 5,708% (Tabla 11); y en la pared inferior (P. inf.) en $x = 57,024$ mm con error porcentual de 0,307% (Tabla 10) y presión de 57486,77 Pa con error porcentual de 0,973% (Tabla 11). Por lo tanto, para SST $k - \omega$, el error porcentual en base a la posición es menor de 2,635%, y con respecto a la presión menor de 5,708%.

Para los otros modelos de turbulencia: $k - e$, $k - \omega$, $k - kl - \omega$ y RSM, para el flujo con $rp = 0,82$ (Figura 14), el error porcentual con respecto a la posición (Tabla 10) en la pared superior están en el rango de 9,764-37,674% y en la pared inferior en el rango de 12,0-39,692%. Con respecto a la presión (Tabla 11) en la pared superior en el rango de 9,345-18,316% y en la pared inferior en el rango de 4,981-13,339%, respectivamente.

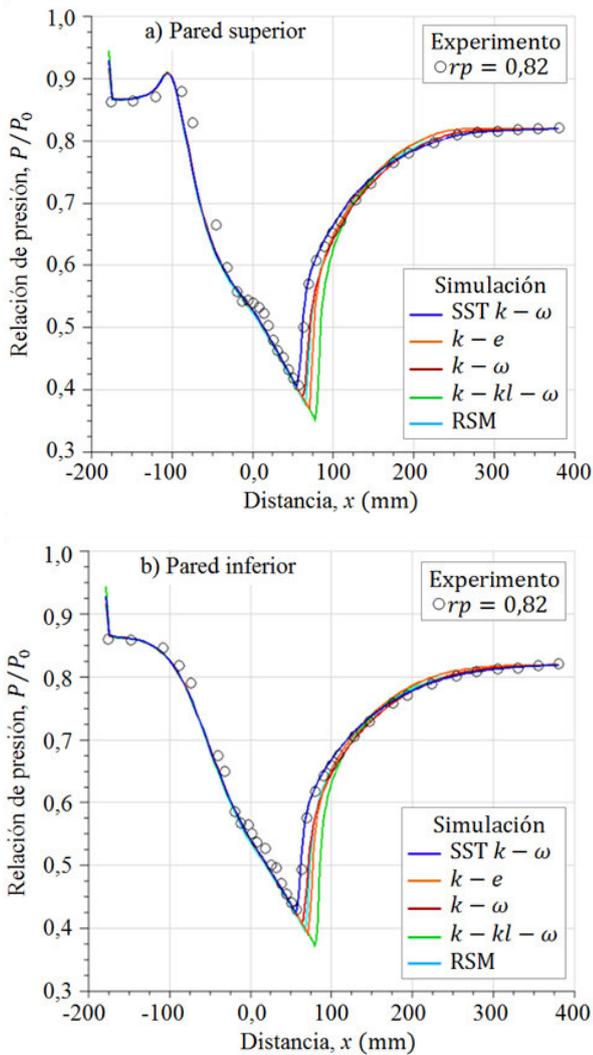


Figura 14. Perfiles de presión estática, para el flujo con $rp = 0,82$. a) pared superior. b) Pared inferior.

Al igual que en el caso anterior, se tiene para el flujo con $rp = 0,72$ (Figura 15). Donde, en la pared superior (Tabla 8), la presión experimental está ubicada en la posición $x = 88,88$ mm con una presión de 46711,418 Pa, y en la pared inferior (Tabla 9) en $x = 99,44$ mm y presión de 45226,373 Pa. El resultado del modelo de turbulencia SST $k - \omega$ está más cercano al dato experimental de presión, en la pared superior en $x = 85,184$ mm con un error porcentual de 4,158% (Tabla 10) y presión de 45705,908 Pa con un error porcentual de 1,060% (Tabla 11); en la pared inferior en $x = 95,744$ mm con un error porcentual de 3,716% (Tabla 10) y presión de 46303,841 Pa con un error porcentual de 2,382% (Tabla 11). Así mismo, para SST $k - \omega$, el error porcentual en base a la posición es menor de 4,158%, y con respecto a la presión menor de 2,382%.

Los resultados del modelo de turbulencia RSM, tienen valores casi coincidentes con el modelo SST $k - \omega$, mientras SST $k - \omega$ tiene un error porcentual con respecto a la posición en la pared superior de 4,158% y en la pared inferior de 3,716%, esto es para el flujo con $rp = 0,72$ (Figura 15), el modelo RSM tiene un valor de error porcentual ligeramente mayor, en la pared superior de 4,159% y en la pared inferior de 3,718%, sin embargo, el error porcentual para las presiones de RSM son menores, en el rango de 0,152-1,081%,

con respecto de SST $k - \omega$ que está en el rango de 1,060-2,382%. Mediante un análisis cualitativo de las curvas numéricas se observa que RSM presenta ligeras fluctuaciones alrededor de los datos experimentales y de SST $k - \omega$.

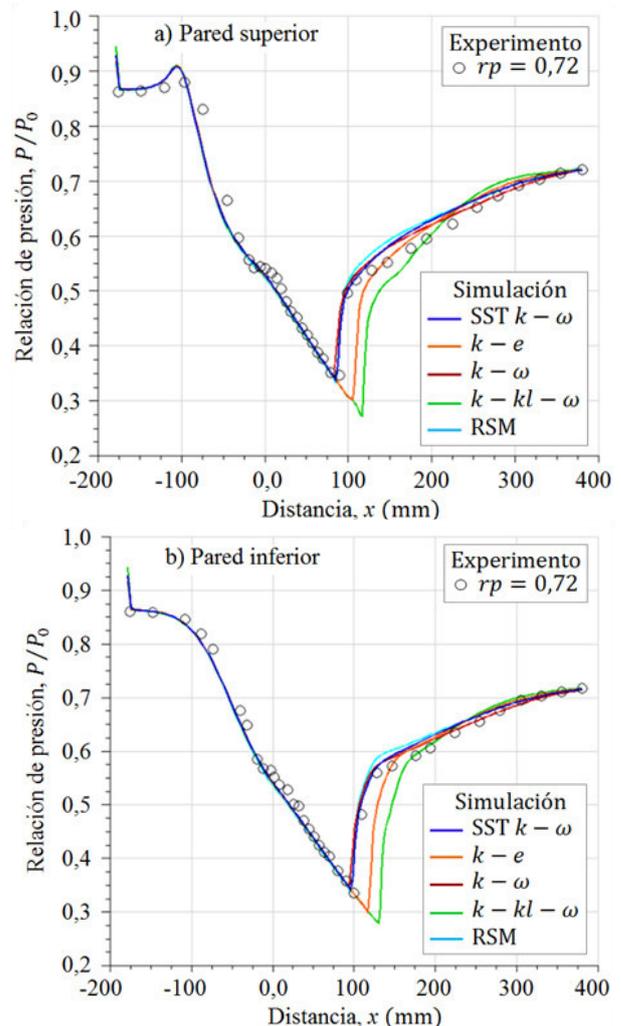


Figura 15. Perfiles de presión estática, para el flujo con $rp = 0,72$. a) pared superior. b) Pared inferior.

Los otros modelos de turbulencia: $k - e$, $k - \omega$ y $k - kl - \omega$, para el flujo con $rp = 0,72$ (Figura 15), tienen errores porcentuales con respecto a la posición (Tabla 10), para la pared superior en el rango de 8,118-31,48% y en la pared inferior en el rango de 5,486-31,677%; para la presión (Tabla 11), en la pared superior en el rango de 3,360-18,331% y en la pared inferior en el rango de 3,829-16,322%.

Tabla 6. Datos de posición y de presión en la pared superior.

$rp = 0,82$	x (mm)	P/P_0	P (Pa)
Experimento:	56,76	0,408	55081,672
SST $k - \omega$	55,264	0,405452	54737,682
$k - e$	71,104	0,371812	50196,144
$k - \omega$	62,304	0,389813	52626,353
$k - kl - \omega$	78,144	0,351237	47418,435
RSM	65,824	0,377098	50909,776

Tabla 7. Datos de posición y de presión en la pared inferior.

$rp = 0,82$	x (mm)	P/P_0	P (Pa)
Experimento:	57,20	0,430	58051,763
SST $k - \omega$	57,024	0,425815	57486,770
$k - e$	71,104	0,391137	52805,098
$k - \omega$	64,064	0,408581	55160,110
$k - kl - \omega$	79,904	0,372639	50307,792
RSM	67,584	0,396565	53537,900

Tabla 8. Datos de posición y de presión en la pared superior.

$rp = 0,72$	x (mm)	P/P_0	P (Pa)
Experimento:	88,88	0,346	46711,418
SST $k - \omega$	85,184	0,338552	45705,908
$k - e$	106,30	0,302356	40819,299
$k - \omega$	81,664	0,346256	46745,979
$k - kl - \omega$	116,86	0,273588	36935,501
RSM	85,183	0,334489	45157,386

Tabla 9. Datos de posición y de presión en la pared inferior.

$rp = 0,72$	x (mm)	P/P_0	P (Pa)
Experimento:	99,44	0,335	45226,373
SST $k - \omega$	95,744	0,342981	46303,841
$k - e$	116,86	0,300379	40552,396
$k - \omega$	93,984	0,347829	46958,341
$k - kl - \omega$	130,94	0,280320	37844,349
RSM	95,742	0,338622	45715,358

Tabla 10. Error porcentual con respecto a la posición experimental.

	Posición: error porcentual, %			
	$rp = 0,82$		$rp = 0,72$	
	P. sup.	P. inf.	P. sup.	P. inf.
SST $k - \omega$	2,635	0,307	4,158	3,716
$k - e$	25,271	24,307	19,599	17,518
$k - \omega$	9,764	12,000	8,118	5,486
$k - kl - \omega$	37,674	39,692	31,48	31,677
RSM	15,968	18,153	4,159	3,718

Tabla 11. Error porcentual con respecto a la caída de presión.

	Presión: error porcentual, %			
	$rp = 0,82$		$rp = 0,72$	
	P. sup.	P. inf.	P. sup.	P. inf.
SST $k - \omega$	5,708	0,973	1,060	2,382
$k - e$	13,532	9,037	9,744	10,334
$k - \omega$	9,345	4,981	3,360	3,829
$k - kl - \omega$	18,316	13,339	18,331	16,322
RSM	12,302	7,775	0,152	1,081

Del análisis realizado, el modelo de turbulencia de SST $k - \omega$, es el que más se ajustó a los datos experimentales de presión.

En las Figuras 16 y 17 se muestra la distribución de presión estática en diferentes regiones del campo de flujo, así como, en las regiones donde se presenta las ondas de choque. Para la altura $y = 22$ mm, al inicio y final de la onda de choque, para el flujo con $rp = 0,82$, la relación de presión P/P_0 está en el rango estimado de $0,4 - 0,64$, y para el flujo con $rp = 0,72$ en el rango de $0,33 - 0,65$, respectivamente.

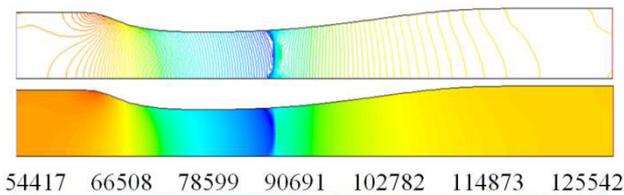


Figura 16. Campo de presión estática (Pa), para el flujo con $rp = 0,82$.

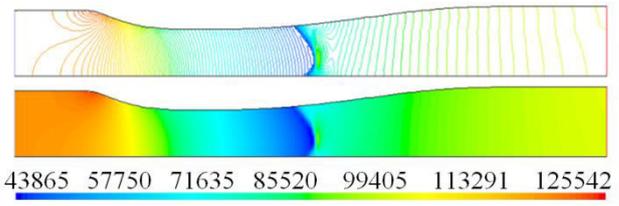


Figura 17. Campo de presión estática (Pa), para el flujo con $rp = 0,72$.

Cabe resaltar, se refinó la malla a lo largo de la pared para reducir a la mínima expresión los errores numéricos para la presión, en las paredes del difusor, por lo cual, la densidad de la malla se obtuvo para $y^+ < 1$, para la simulación del flujo en un dominio computacional 2D. Sin embargo, se debe simular el campo de flujo de presión para un dominio 3D, y determinar el comportamiento de la presión en las paredes y comparar los resultados experimentales, así mismo, comparar con los resultados del presente trabajo.

3.3. Campo de velocidad

Los perfiles de velocidad del flujo para diferentes tramos a lo largo del difusor transónico, para $x/h_0 = 2,882$, $x/h_0 = 4,611$, $x/h_0 = 6,34$ y $x/h_0 = 7,493$, obtenidos para los cinco modelos de turbulencia: SST $k - \omega$, $k - e$, $k - \omega$, $k - kl - \omega$ y RSM, para el flujo con $rp = 0,82$ y $rp = 0,72$, son comparados con datos experimentales de velocidad, las cuales se muestran en las Figuras 18 y 19. Donde, los datos experimentales de velocidad están reportados en el sitio web (Sajben transonic diffuser-NASA), así como, en el trabajo Yoder y Georgiadis (1999).

La posición de la velocidad del flujo para $rp = 0,82$ (Figura 18) y $rp = 0,72$ (Figura 19), inicia a partir de $x/h_0 = 2,882$, lo cual corresponde una posición aguas abajo después del choque. Ya que, la posición final del choque se presenta en $x/h_0 = 1,536$ para $rp = 0,82$, y en $x/h_0 = 2,455$ para $rp = 0,72$, respectivamente. Para el flujo con $rp = 0,82$ (Figura 18), se muestra que la curva para el modelo de turbulencia SST $k - \omega$ tiene mayor acercamiento a los datos experimentales de velocidad, realizando una comparación cualitativa. Además, se observa el comportamiento de la trayectoria del perfil, en el frente del desarrollo del flujo hacia aguas abajo, iniciando por $x/h_0 = 2,882$, $x/h_0 = 4,611$, $x/h_0 = 6,34$ y $x/h_0 = 7,493$, así como, para la región del flujo que está adyacente a la pared inferior; en la pared superior, el perfil numérico se aleja de los datos experimentales, iniciando por $x/h_0 = 4,611$, $x/h_0 = 6,34$ y $x/h_0 = 7,493$. Sin embargo, los perfiles que más predominan en las cercanías de los datos experimentales para la región del flujo cercano a las paredes son para $k - e$, $k - \omega$, $k - kl - \omega$ y RSM, y el que tiene mayor contacto es $k - e$.

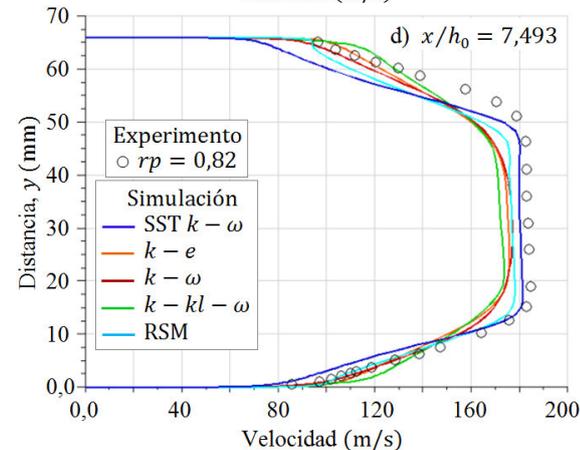
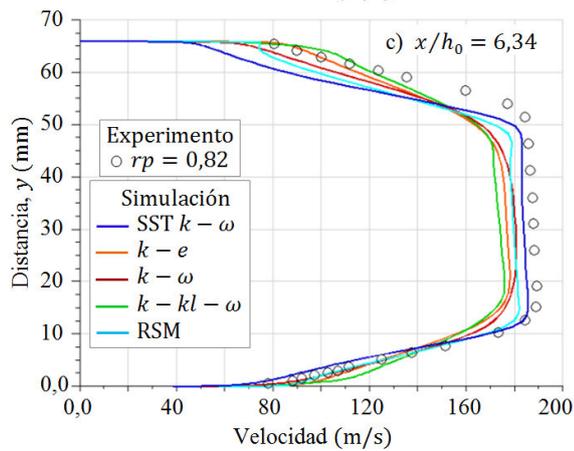
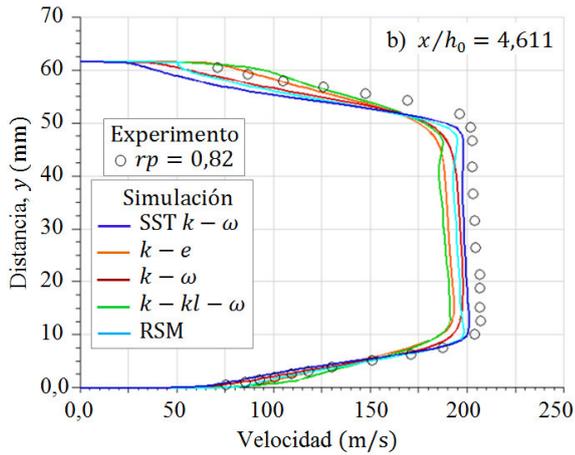
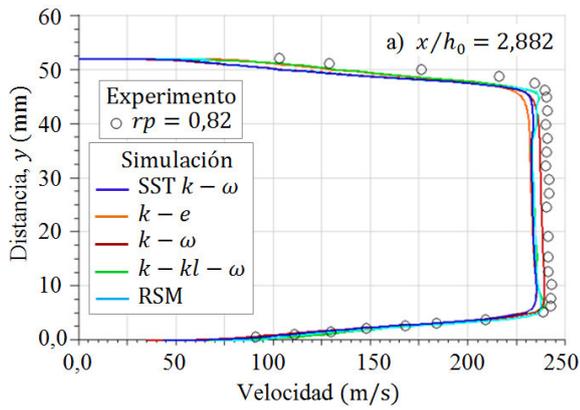


Figura 18. Perfiles de velocidad, para el flujo con $rp = 0,82$.

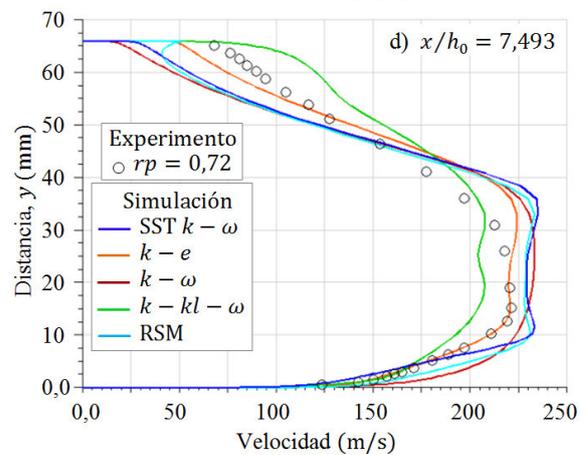
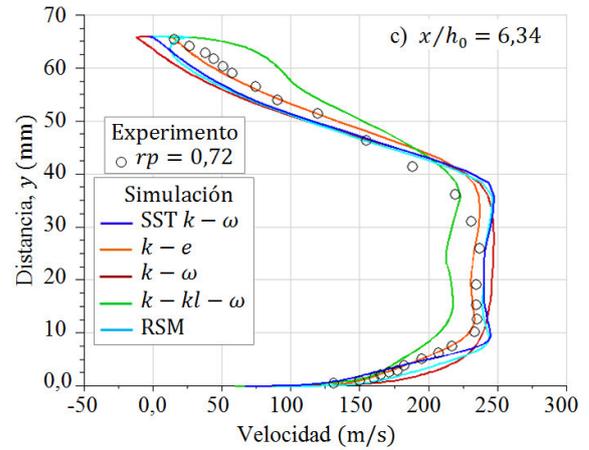
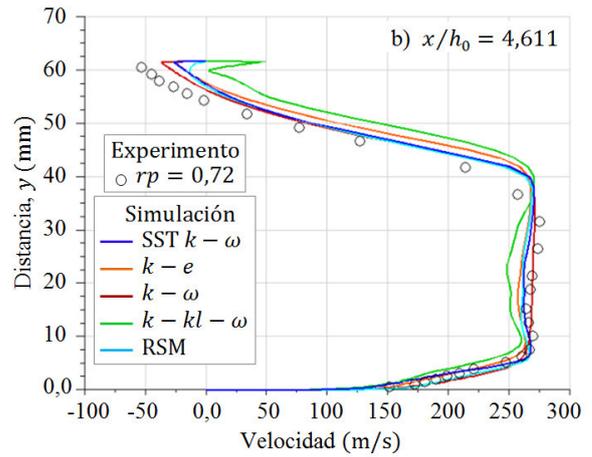
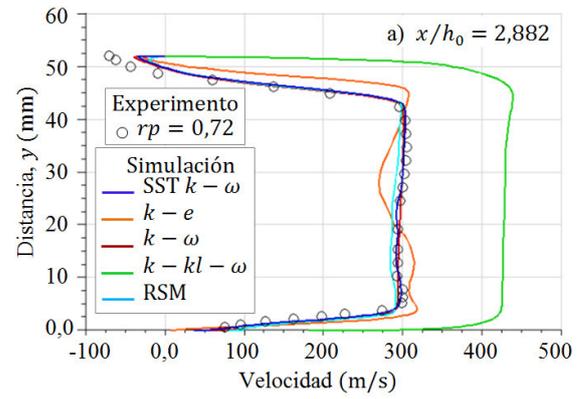


Figura 19. Perfiles de velocidad, para el flujo con $rp = 0,72$.

Así mismo, para el flujo con $rp = 0,72$ (Figura 19), el que más se ajusta a los datos experimentales de velocidad en $x/h_0 = 2,882$ y $x/h_0 = 4,611$, es SST $k - \omega$. Las curvas $k - \omega$ y RSM tienen ciertos tramos superpuestas y otros tramos cercanas a SST $k - \omega$. Las curvas $k - e$ y $k - kl - \omega$ tiene un comportamiento oscilatorio en el frente del flujo, y el que está más alejado es $k - kl - \omega$ para $x/h_0 = 2,882$. Para las posiciones $x/h_0 = 6,34$ y $x/h_0 = 7,493$, el que tiene mayor acercamiento a los datos experimentales es $k - e$; las curvas SST $k - \omega$ y RSM tiene un comportamiento similar entre sí, y los que están más alejados son $k - \omega$ y $k - kl - \omega$.

Tanto para el flujo con onda de choque débil para $rp = 0,82$ (figura 18) y choque fuerte para $rp = 0,72$ (Figura 19), el modelo de turbulencia SST $k - \omega$ se ajustó más a los datos experimentales de velocidad. En Las Figuras 20 y 21, se muestran las distribuciones de velocidad en todo el campo de flujo simulado con SST $k - \omega$, y se aprecia donde se presenta las ondas de choque. Para la altura $y = 22$ mm, el inicio y final de la onda de choque, para el flujo con $rp = 0,82$, la velocidad está en el rango estimado de 270 – 370 (m/s), y para el flujo con $rp = 0,72$ en el rango de 251 – 405 (m/s).

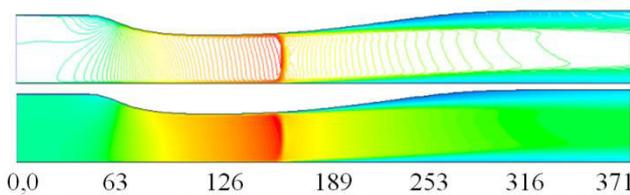


Figura 20. Campo de velocidad (m/s), para el flujo con $rp = 0,82$.

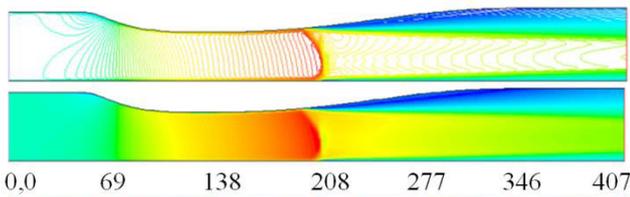


Figura 21. Campo de velocidad (m/s), para el flujo con $rp = 0,72$.

Cabe destacar, en la pared superior, para la posición $x/h_0 = 2,882$ y $x/h_0 = 4,611$, una región del flujo adyacente a la pared presenta una recirculación del flujo, tal como lo demuestran ciertos tramos cortos de las curvas de los modelos de turbulencia con magnitud de velocidad negativa, además, los datos experimentales de velocidad corroboran que existe una velocidad negativa del flujo, por lo cual el flujo en esa región va en sentido contrario, ocasionado por la presencia de un remolino. Para la posición $x/h_0 = 6,34$, disminuye la intensidad de la velocidad negativa, y para la posición $x/h_0 = 7,493$ ya no se presenta una velocidad negativa por lo cual, a partir de esta última posición, la región del flujo adyacente a la pared ya no presenta remolinos que ocasionen recirculación del flujo. La región central del flujo para las posiciones $x/h_0 = 6,34$ y $x/h_0 = 7,493$ debe ser una región de interés para analizar con más detalle sobre las fluctuaciones del flujo, y se debe considerar como una región crítica. La posición $x/h_0 = 7,493$ corresponde para $x =$

329,692 mm y está cercano a la salida del difusor transónico que termina en la posición $x/h_0 = 8,65$ en $x = 380,6$ mm.

En trabajo a futuro, se debe considerar la simulación de la velocidad del flujo en un dominio 3D, empleando los cinco modelos de turbulencia, y corroborar con los resultados numéricos para el dominio 2D del presente trabajo, para las posiciones de velocidad en $x/h_0 = 6,34$ y $x/h_0 = 7,493$.

3.4. Campo de temperatura estática

La simulación del campo de temperatura estática para el flujo con $rp = 0,82$ (Figura 22) y $rp = 0,72$ (Figura 23), se obtuvo con el modelo de turbulencia SST $k - \omega$. Se muestra cómo se distribuye el gradiente de temperatura en el campo de flujo, antes y después que se presenta la onda de choque. Inducido por a la geometría de las paredes del difusor transónico, el flujo se ve influenciado a pasar a mayor velocidad por la parte más estrecha, ocasionando la disminución de la presión, y la expansión de la densidad, por lo cual, ocasiona la disminución de la temperatura; luego de la onda de choque, la presión se incrementa así como la densidad, así mismo la temperatura. Sin embargo, donde se inicia la separación del flujo después de la onda de choque, la temperatura del flujo tiene mayor magnitud con respecto al resto del flujo, así como, aguas abajo hasta la salida del difusor. Señalando que, la temperatura estática es la que existe sólo en virtud de la energía interna.

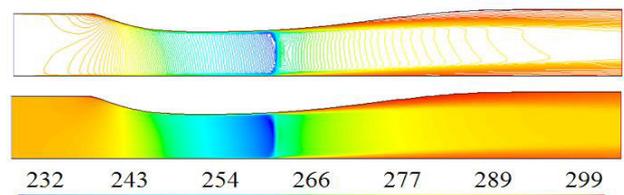


Figura 22. Campo de temperatura estática (K), para el flujo con $rp = 0,82$.

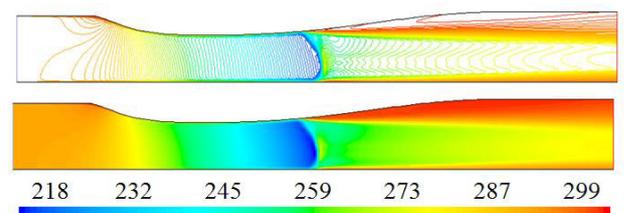


Figura 23. Campo de temperatura estática (K), para el flujo con $rp = 0,72$.

Los perfiles de temperatura estática en la dirección x se muestran en las Figuras 24 y 25, para el flujo con $rp = 0,82$ y $rp = 0,72$, y se muestra el comportamiento de la trayectoria de cada perfil. En la pared superior e inferior, considerados paredes adiabáticas, la temperatura disminuye levemente, y en el inicio de la separación del flujo se incrementa, el cual se encuentra en el rango estimado de 290 – 300 K. Para las regiones del flujo que están distanciado de la pared, la temperatura disminuye drásticamente por la caída de presión y la expansión del flujo en esa región, hasta el inicio del choque, y se presenta la menor caída para $y = 22$ mm. Al final del choque la temperatura se incrementa producto de la desaceleración brusca del flujo e incremento abrupto de la compresión, siendo su magnitud menor a la temperatura de las regiones del flujo que están en contacto con las paredes.

Para la altura $y = 22$ mm, para el flujo con $rp = 0,82$, entre el inicio y final del choque, la temperatura estática está en el rango estimado de 232 – 265 K; para el flujo con $rp = 0,72$, en el rango estimado de 217 – 267 K. Por lo cual, para el flujo con choque fuerte se produce menor caída de temperatura.

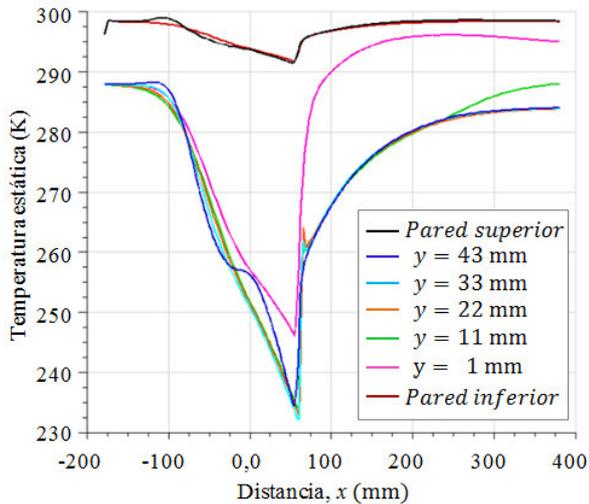


Figura 24. Perfiles de temperatura estática, para el flujo con $rp = 0,72$; obtenido para diferentes alturas en y .

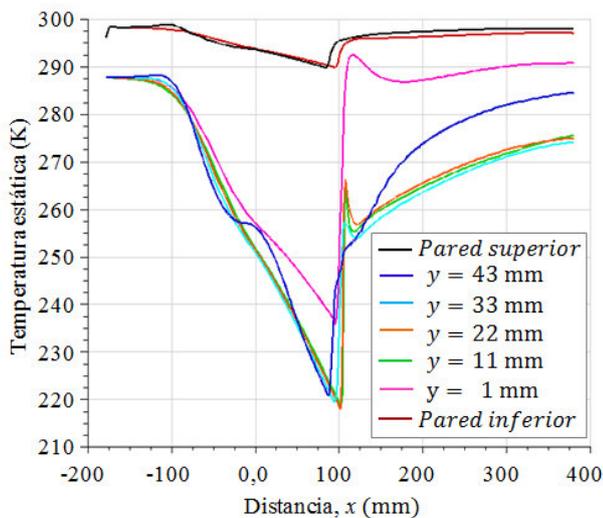


Figura 25. Perfiles de temperatura estática, para el flujo con $rp = 0,72$; obtenido para diferentes alturas en y .

4. CONCLUSIONES

En base a los resultados obtenidos de la simulación del flujo para los cinco modelos de turbulencia: SST $k - \omega$, $k - \epsilon$ estándar, $k - \omega$ estándar, $k - kl - \omega$ de transición y RSM, los cuales han sido comparados con datos experimentales, se concluye que:

Los resultados numéricos obtenidos tienen que ver con los fundamentos matemáticos de cada modelo de turbulencia y el método de evaluación que aplican en la región dentro y fuera de la capa límite. Ya que, dentro de la capa límite, para la región del flujo adyacente a la pared están presente el esfuerzo cortante; y existen dos parámetros de interés, el

espesor y el coeficiente de fricción, tanto para flujo laminar o turbulento. Los modelos de turbulencia tienen divergencias en los resultados numéricos cuando se produce la separación del flujo de la pared, pues, seguidamente del punto de separación, está presente una región del flujo con sentido inverso, presentando velocidades negativas. Cuando son comparados con datos experimentales de presión y de velocidad, ciertos tramos de las curvas numéricas están próximas y otras alejadas de los datos experimentales. Por lo cual, se considera que se debe evaluar los cinco modelos de turbulencia para un dominio 3D, de esa manera, tener un criterio de evaluación más amplio con respecto al desarrollo del flujo después que se presenta el choque. Sin embargo, de los cinco modelos de turbulencia empleados, el que más se ajusta a los datos experimentales de densidad, número de Mach, presión y velocidad, es el modelo de turbulencia SST $k - \omega$ de Menter.

Además, en base a los resultados obtenidos con el modelo de turbulencia SST $k - \omega$, para la altura $y = 22$ mm, se concluye que:

El espesor de la onda de choque para el flujo con $rp = 0,82$, presenta un espesor de 5,28 mm y la variación de densidad de 0,3151 (kg/m^3); y para el flujo con $rp = 0,72$, el espesor de 5,28 mm y la variación de densidad de 0,4411 (kg/m^3).

Para el caso de número de Mach, que fue comparado el resultado numérico con el experimental, al inicio del choque para el flujo con $rp = 0,82$, se obtuvo un error porcentual de 1,9838%; y para el flujo con $rp = 0,72$ de 1,5%.

Para la presión, al inicio y final de la onda de choque, para el flujo con $rp = 0,82$, la relación de presión P/P_0 está en el rango estimado de 0,4 – 0,64, y para el flujo con $rp = 0,72$ en el rango de 0,33 – 0,65. En las paredes donde se inicia la separación de flujo, la presión estática al ser comparado con datos experimentales para el flujo con $rp = 0,82$, en la pared superior el error porcentual fue de 5,708% y en la pared inferior de 0,973%. Así mismo, para el flujo con $rp = 0,72$, en la pared superior el error porcentual fue de 1,060% y en la pared inferior de 2,382%.

La velocidad del flujo, el inicio y final de la onda de choque, para el flujo con $rp = 0,82$, se obtuvo que la velocidad está en el rango estimado de 270 – 370 (m/s), y para el flujo con $rp = 0,72$ en el rango de 251 – 405 (m/s).

Para la temperatura estática, para el flujo con $rp = 0,82$, entre el inicio y final del choque, se obtuvo la temperatura en el rango estimado de 232 – 265 K; para el flujo con $rp = 0,72$, en el rango estimado de 217 – 267 K. Por lo cual, para el flujo con choque fuerte se produce menor caída de temperatura.

AGRADECIMIENTOS

Mi agradecimiento a Jehová, mi Dios todopoderoso, mi fuente de sabiduría e inspiración. Al Centro de Estudios Energéticos de la Universidad Nacional Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre” Vice-Rectorado Puerto Ordaz, Bolívar, Venezuela. Al Grupo de Modelamiento

Matemático y Simulación Numérica (GMMNS, Group of Mathematical Modeling and Numerical Simulation) de la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI), Lima, Perú.

REFERENCIAS

- Anderson, J. (2007). *Fundamentals of aerodynamics*. Fifth Edition, Mc Graw-Hill, USA.
- Anderson, B., Anderson, R., Hakansson, L., Mortensen, L., Sudiyo, R., Wachem, B. (2012). *Computational fluid dynamics for engineers*. Cambridge university press.
- Biswas, D., Jimbo, T. (2015). Studies on characteristics frequency and length scale of shock induced motion in transonic diffuser using a high order les approach. *ASME GTINDIA Conference, december 2-3, Hyderabad, India*.
- Blazek, J. (2015). *Computational fluid dynamics: principles and applications*. Third Edition, Elsevier.
- Bogar, T.J., Sajben, M., Kroutill, J.C. (1983). Characteristic frequencies of transonic diffuser flow oscillations. *AIAA Journal*, 21(9), 1232-1240.
- Bogar, T.J. (1986). Structure of self-excited oscillations in transonic diffuser flows. *AIAA Journal*, 24(1), 54-61.
- Bush, R.H., Power, G.D., Towne, C.E. (1998). WIND: the production flow solver of the NPARC Alliance. *AIAA 98-0935, 36th Aerospace Sciences Meeting exhibit, January 12-15, Reno, NV*.
- Georgiadis, N.J., Drummond, J.E., Leonard, B.P. (1994). Evaluation of turbulence models in the PARC code for transonic diffuser flows. *AIAA 94-0582, NASA TM 106391*.
- Gibson, M.M., Launder, B. (1978). Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer. *Journal Fluid Mech*, 86, 491-511.
- Hsieh, T., Wardlaw, A.B., Collins, P. (1987). Numerical investigation of unsteady inlet flow fields. *AIAA Journal*, 25(1), 75-81.
- Kármán, Th. (1937). The fundamentals of the statistical theory of turbulence. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 4(4), 131-138.
- Krehl, P., Engemann, S. (1995). August Toepler the first who visualized shock waves. *Journal Shock Waves*, 5, 1-18.
- Kolmogorov, N.P. (1941). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Academy of Sciences of the USSR*, 30, 299-303.
- Launder, B.E., Spalding, D.B. (1972). Lectures in mathematical models of turbulence. *Academic Press, London, England*, 169-189.
- Launder, B., Reece, G.J., Rodi, W. (1975). Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *J. Journal of Fluid Mechanics*, 68(3), 537-566.
- Launder, B. (1989). Second-moment closure and its use in modeling turbulent industrial flows. *Internationa Journal for Numerical Methods in Fluids*, 9, 963-985.
- Liu, Y., Wu, J., Lu, L. (2016). Performance of turbulence models for transonic flows in a diffuser. *World Scientific*, 30(25) 1650326, 1-14. DOI: 10.1142/S0217984916503267.
- Liou, M.S., Coakley, T.J., Bergmann, M.Y. (1981). Numerical simulation of transonic flows in diffusers. *AIAA 14th Fluid and plasma dynamics conference, June 23-25, California*.
- Menter, F. (1994). Two equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32, 1598-1605.
- Sajben transonic diffuser-NASA. Obtenido de <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/transdif/transdif.html>. (Diciembre, 2019).
- Sajben, M., Bogar, T.J., Kroutil J.C. (1981). Forced oscillation experiments in supercritical diffuser flows with application to ramjet instabilities. *AIAA/SAE/ASME, 17th Join Propulsion Conference, July 27-29, Colorado*.
- Sajben, M., Bogar, T.J., Kroutil, J.C. (1982). Unsteady transonic flows in a two-dimensional diffuser. AFOSR-TR-82-0622, Report MDC Q0767, 1-17.
- Salmon, J.T., Bogar, T.J., Sajben, M. (1983). Laser doppler velocimeter measurements in unsteady, separated, transonic diffuser flows. *AIAA Journal*, 21(12), 1690-1697.
- Schlichting, H. (1979). *Boundary-layer theory*. Seventh Edition, Mc Graw-Hill, USA.
- Tolentino, S.L. y Caraballo, S. (2017). Simulación numérica del flujo de aire con onda de choque en un difusor transónico. *Revista Universidad, Ciencia y Tecnología (UCT)*, 21(82), 4-15.
- Vlahostergios, Z., Yakinthos, K. (2015). Modelling the flow in a transonic diffuser with one Reynolds-stress and two eddy-viscosity models. *Flow Turbulence Combust, Springer*, DOI: 10.1007/s10494-015-9596-2.
- Walters, D.K., Cokljat D. (2008). A three-equation eddy-viscosity model for Reynolds-averaged Navier-Stokes simulations of transitional flows. *Journal of Fluids Engineering*, 130, 121401 1-14.
- White, F. (1991). *Viscous fluid flow*. Second Edition, Mc Graw-Hill, USA.
- White, F. (2008). *Mecánica de los Fluidos*. Sexta Edición, Mc Graw-Hill, Interamericana de España.
- Wilcox, D. (1988). Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, 26(11), 1299-1310.
- Wilcox, D. (2006). *Turbulence modeling for CFD*. Third Edition, DCW Industries, USA.
- Wüthrich, B. (2007). Simulation and validation of compressible flow in nozzle geometries and validation of openFOAM for this application. *Master Thesis SS 07, Institute of Fluid Dynamics ETH Zurich*.
- Xiao, Q., Tasai, H. (2003). Computation of transonic diffuser flows by a lagged k - ω turbulence model. *Journal of Propulsion and Power*, 19(3), 473-483.
- Yoder, D.A., Georgiadis, N.J. (1999). Implementation and validation of the Chien k-e turbulence model in the wind Navier-Stokes code. *AIAA-99-0745, NASA TM 1999-209080*.

BIOGRAFÍA



San Luis B. Tolentino Masgo.

Ingeniero Mecánico y Magister Scientiarum en Ingeniería Mecánica, egresado de la Universidad Nacional Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre” Vice-Rectorado Puerto Ordaz, Bolívar, Venezuela. Sus trabajos están orientados en la línea de investigación: Modelación y Simulación Computacional. A la fecha, cursa estudios de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería en la misma universidad. Es investigador colaborador del Centro de Estudios Energéticos (CEE) de la Universidad Nacional Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre” Vice-Rectorado Puerto Ordaz, Bolívar, Venezuela; y del Group of Mathematical Modeling and Numerical Simulation (GMMNS) de la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI), Lima, Perú.

Evaluación del Estado del Aislamiento en Transformadores a partir de Mediciones IFRA de Alto Voltaje

Tibanlombo, Víctor ¹ ; Ramírez, Juan ^{1*} ; Granda, Nelson ¹ ; Quilumba, Franklin ¹ 

¹Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Quito, Ecuador

Resumen: En este documento se presenta una evaluación experimental del estado del aislamiento de un transformador trifásico de 50 kVA sumergido en aceite a través de la aplicación de impulsos atmosféricos estándar de alto voltaje y su respuesta en frecuencia realizando un Análisis de la Respuesta en Frecuencia al Impulso (IFRA). La evaluación se basa en tener dos estados representativos del aislamiento, por ejemplo, cuando el transformador usa aceite dieléctrico deteriorado y luego este aceite es reemplazado por uno nuevo, por lo que se realiza el cambio del aceite dieléctrico. Se lleva a cabo una valoración general del estado del transformador en ambos estados representativos mediante la ejecución de pruebas de rutina. El análisis de la respuesta en frecuencia se desarrolla mediante la obtención de la respuesta del transformador en los dos estados representativos del aislamiento y bajo diferentes configuraciones de medición. Posteriormente se evalúa a través de una comparación gráfica entre las respuestas en frecuencia, valorando cualitativamente y cuantitativamente las figuras obtenidas; y relacionándolas con el estado del aislamiento. Por ello, se proporciona una metodología experimental como una opción al uso de equipo especializado para análisis de respuesta en frecuencia por medio de la acción de impulsos atmosféricos estándar de alto voltaje, usando el equipo disponible en el Laboratorio de Alto Voltaje de la Escuela Politécnica Nacional destinado para pruebas de impulso.

Palabras clave: estado del aislamiento, transformador, impulsos atmosféricos estándar, alto voltaje, análisis de Respuesta en Frecuencia, aceite dieléctrico.

Transformer Insulation Condition Assessment by Evaluation of High Voltage IFRA Measurements

Abstract: An experimental evaluation of the insulation condition of a 50 kVA three-phase oil-immersed transformer is presented in this document by applying high-voltage standard atmospheric impulses to obtain its frequency response, also known as Impulse Frequency Response Analysis (IFRA). The evaluation is based on comparing two different conditions of the insulation on a transformer. For instance, in this article, one insulation condition is obtained when the transformer uses deteriorated dielectric oil, and the second condition is obtained by replacing this deteriorated oil by a new one. A general evaluation of the transformer is performed in both conditions through the execution of routine tests. Frequency response analysis is implemented by obtaining the transformer response in the two insulation conditions, and under different measurement configurations. Then, the results are evaluated qualitatively and quantitatively through a graphic comparison between the measured frequency responses, and relating them to the dielectric oil insulating condition. The experimental methodology is provided as an alternative to the use of specialized frequency response analysis equipment, through the application of standard high voltage atmospheric impulses, using the equipment available in the High Voltage Laboratory of the National Polytechnic School for lightning impulse test.

Keywords: Insulation state, transformer, standard atmospheric impulses, high voltage, Frequency Response Analysis, dielectric oil.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años el sistema eléctrico ecuatoriano ha tenido un desarrollo significativo en cuanto a expansión y transmisión, esto para satisfacer las necesidades eléctricas de una creciente población. Dentro de este desarrollo el transformador eléctrico cumple un rol importante ya que está

presente en sistemas de transmisión y distribución, por ello se somete a un conjunto de pruebas tanto en fábrica para constatar calidad y ejecución de normas de diseño, como en su etapa de operación, para evaluación, registro general y constatación de funcionamiento (Valecillos B., 2005). Dentro de estas pruebas se tienen ensayos que se denominan de rutina y permiten tener una idea general del estado del transformador, específicamente

juan.ramirez@epn.edu.ec
Recibido: 04/10/2019
Aceptado: 11/03/2020
Publicado: 31/04/2020
10.33333/tp.vol45n1.04

para evaluar el aislamiento se tiene la prueba dieléctrica del aceite y la medición de resistencia del aislamiento (IEEE C57.12.90-2015, 2015). Otra prueba destinada a calificar el aislamiento ante sobrevoltajes es la prueba de impulso, la cual consiste en la inyección impulsos normalizados en los terminales de ingreso a los devanados del transformador, este ensayo es de diseño o tipo en transformadores de potencia y distribución (Valecillos B. , 2005).

Por otra parte, se tiene el Análisis de Respuesta en Frecuencia o FRA por sus siglas en inglés (Frequency Response Analysis), que es un procedimiento para evaluación del estado físico del transformador, pero también es utilizado como un apoyo a otras pruebas de diagnóstico y evaluación, permitiendo obtener una mejor idealización del estado de los elementos que conforman al transformador, entre estos se tiene el aislamiento.

Para la aplicación de un estudio FRA se utilizan equipos especializados y de un costo comercial significativo, por ejemplo: se utilizan medidores de impedancia, analizadores FRA o de barrido de frecuencia.

En este estudio se propone una opción al uso de equipo especializado para mediciones FRA, mediante el uso del equipo destinado a ensayos de impulsos atmosféricos disponible en el Laboratorio de Alto Voltaje del Departamento de Energía Eléctrica en la Escuela Politécnica Nacional (EPN) y la programación de una rutina en MATLAB para obtener resultados semejantes a un estudio FRA del transformador bajo estudio y poder relacionar el estado del aislamiento con los resultados obtenidos.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Pruebas de rutina

La Norma IEEE Std. C57.12.90 detalla los ensayos que se realizan a transformadores de distribución sumergidos en aceite (IEEE, 2015). A continuación, se listan las pruebas de rutina que generalmente se lleva a cabo bajo norma en el Laboratorio de Alto Voltaje de la EPN:

- Medición de la resistencia de aislamiento.
- Relación de transformación de medida.
- Prueba de circuito abierto.
- Prueba de cortocircuito.
- Prueba de voltaje aplicado.
- Prueba dieléctrica del aceite aislante.

2.2 Análisis de respuesta en frecuencia en transformadores

Gómez- Luna, Aponte G. y Pleite M.J (2017) en su investigación resaltan que el Análisis de Respuesta en Frecuencia es especialmente empleado para la detección de fallos mecánicos, como pueden ser desplazamientos o deformaciones en los arrollamientos o en las chapas del núcleo, los cuales son difíciles de localizar con otras metodologías.

El método FRA en transformadores se realiza inyectando por un terminal una señal de frecuencia variable o con un ancho de banda amplio obteniendo la respuesta a esta excitación en un terminal distinto, por lo cual se considera al transformador como un modelo de parámetros distribuidos, resistivos (R), inductivos (L) y capacitivos (C). Se obtiene la función de transferencia de esta red RLC mediante la relación de las señales de excitación y de respuesta (Alsuhaibani, Khan, Beroual, & Malik, 2016).

Cualquier cambio en el interior del transformador cambiará la red RLC que lo representa (Abdallah, 2009). El método FRA se emplea para identificar estos pequeños cambios dentro del transformador al examinar la respuesta de frecuencia del transformador ya que el principal criterio de evaluación en FRA consiste en comparar las respuestas en frecuencia de diferentes estados representativos (Picher, Lapworth, Noonan, & Christian, 2008); (Alsuhaibani, Khan, Beroual, & Malik, 2016); (IEEE Std C57-149, 2012).

De acuerdo a la naturaleza de la señal de excitación, existen dos métodos principales de medición (Alsuhaibani, Khan, Beroual, & Malik, 2016):

2.2.1. Análisis de barrido en frecuencia (SFRA)

En el método SFRA, la señal de origen o excitación es una onda sinusoidal de baja amplitud (generalmente de amplitud de 1 a 20V), que se aplica a un terminal del transformador con un barrido de frecuencia (con un rango de Hertz a Megahertz), la función de transferencia se obtiene de la relación salida / entrada para varias frecuencias (Alsuhaibani, Khan, Beroual, & Malik, 2016).

Para la representación de mediciones SFRA, se usan todas las combinaciones de escalas gráficas lineal y logarítmica. De acuerdo con el modo de ilustración empleado se pueden obtener diferentes aspectos visuales para la representación de las curvas. La elección de la mejor visualización es esencial, ya que un estudio FRA generalmente se basa en una evaluación puramente visual de las curvas FRA (Picher, Lapworth, Noonan, & Christian, 2008).

2.2.2 Análisis de respuesta en frecuencia al impulso (IFRA)

En este método se inyecta una onda no periódica como excitación o entrada en cualquier terminal, el pico máximo del impulso de entrada puede alcanzar cientos de voltios y el espectro de frecuencia se asegura mediante la forma de onda del impulso de entrada. Esto ocasiona voltajes inducidos en los extremos restantes del mismo transformador, obteniendo su respuesta (Alsuhaibani, Khan, Beroual, & Malik, 2016).

La representación de la función de transferencia mediante el método IFRA se realiza de manera similar al SFRA, empleando gráficas lineales, logarítmicas o una combinación de éstas dependiendo de cuál visualice mejor la traza obtenida.

3. METODOLOGÍA

3.1 Transformador bajo estudio

El transformador empleado para realizar la metodología experimental es un transformador trifásico de la marca alemana ELIN de 50 kVA de potencia sumergido en aceite.

En la Tabla 1. se presentan las características tomadas de sus datos de placa.

Tabla 1. Datos de placa del transformador

Marca	ELIN		Año	1965		
Tipo	OD 51/10		N° Serie	1077117		
Frecuencia	60 Hz		Conexión	Dy5		
Potencia	50 kVA		Impedancia	3.95 %		
	Primario			Secundario		
1	6300					
2	6150	V	4.82	A	231,133	
3	6000				V 125.2	
4	5700				A	

3.2 Pruebas de rutina en el laboratorio

Se aplicaron las pruebas de rutina mencionadas en la Sección 2, antes y después del cambio de aceite. Las pruebas de rutina otorgan una visualización general del estado del transformador, en especial las pruebas de: resistencia de aislamiento, voltaje aplicado y prueba de aceite, que son de interés en la evaluación del aislamiento del transformador y que es parte del objetivo del presente estudio.

3.3 Mantenimiento: Cambio del aceite dieléctrico

Con el fin de revitalizar el aceite dieléctrico cuando sus características físicas, eléctricas y químicas se encuentran deterioradas, se realiza la regeneración o el cambio del mismo.

Las actividades sugeridas para el cambio de aceite son:

- Suministro del aceite mineral
- Desenergización del transformador
- Ensayos preliminares dieléctricos (medición de la resistencia de aislamiento y prueba dieléctrica del aceite a cambiar).
- Inspección interna (núcleo, bobinados) y ajuste de tornillería en general.
- Secado del conjunto núcleo-bobinas.
- Lavado del tanque del transformador con el nuevo aceite mineral.
- Lavado del conjunto núcleo-bobinas con el nuevo aceite mineral.
- Inyección del aceite nuevo al transformador.
- Revisión del nivel de aceite.
- Pruebas dieléctricas posteriores al cambio (medición de la resistencia de aislamiento y prueba dieléctrica del aceite).

3.4 Medición y obtención de la respuesta en frecuencia mediante impulsos estándar de alto voltaje

Para este estudio, se usa la metodología IFRA con una excitación correspondiente a un impulso atmosférico estándar con un pico máximo entre los 25 kV y 50 kV y una estimación aproximada del ancho de banda de la onda de 300 kHz; se puede estimar el ancho de banda mediante el tiempo de subida de la onda (Nikjoo R. , 2016).

Para representar una onda de impulso atmosférico se produce una señal aperiódica que adquiere un valor pico en 1.2 μ s y disminuye lentamente a la mitad de su valor pico alrededor de los 50 μ s (IEC, 1989). Para la generación de este tipo de impulsos el Laboratorio de Alto Voltaje de la EPN tiene un “Kit de Alto Voltaje” con el cual se puede construir un generador de impulsos atmosféricos.

La inyección del impulso se realiza de manera similar que un estudio FRA y por medio de conexiones que generalmente se aplican a transformadores sumergidos en aceite como se mencionan en la norma IEEE Std C57.149-2012.

Por otra parte, para la medición del impulso de alto voltaje se realiza mediante la combinación de un divisor capacitivo, ya que el osciloscopio necesita una señal reducida en amplitud para la seguridad de este, pues se maneja valores entre 25 y 50 kV de magnitud de onda.

3.4.1 Medición de las señales de entrada y salida

Medición de circuito abierto: La medición consiste en la inyección de la señal excitante por un terminal y la obtención de su respuesta en otro terminal diferente del mismo nivel de voltaje, con el resto de los terminales desconectados, como en el esquema de la Figura 1 (IEEE Std C57.149, 2012)

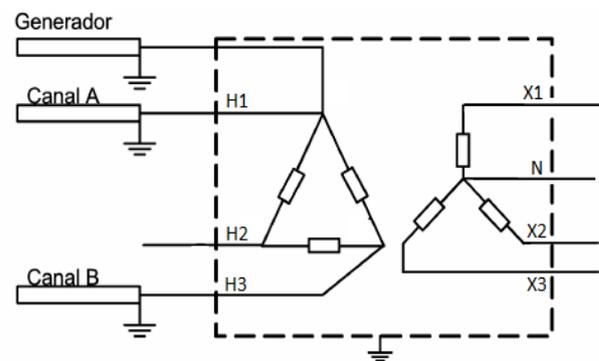


Figura 1. Conexión: medición de circuito abierto.

Medición de entrelazado capacitivo: La medición se realiza entre devanados de diferentes niveles de voltaje, realizando una medición capacitiva desde un extremo de un terminal a otro terminal, con todos los demás terminales desconectados, en la Figura 2, se observa un esquema de la medición.

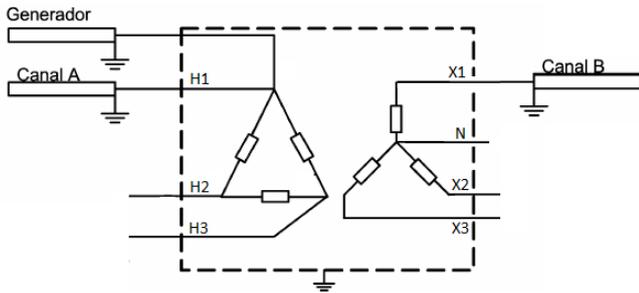


Figura 2. Conexión: medición de entrelazado capacitivo.

Medición de cortocircuito: Se realiza la medición desde el final de un devanado de alto voltaje a otro, mientras que el devanado de bajo voltaje se mantiene cortocircuitado.

Medición de entrelazado inductivo: Es similar a la prueba de entrelazado capacitivo, sin embargo, el extremo subsiguiente de cada devanado es conectado a tierra.

3.4.2 Obtención de la respuesta en frecuencia.

La obtención de la respuesta en frecuencia se realiza a través de la Transformada de Fourier. Se sabe que al tener un sistema con respuesta al impulso $h(t)$, entrada $x(t)$ y salida $y(t)$, su entrada y salida se relacionan por la integral de convolución (Valecillos B. , 2005). En la Figura 3, se ilustra el principio de cálculo para la obtención de la función de transferencia.

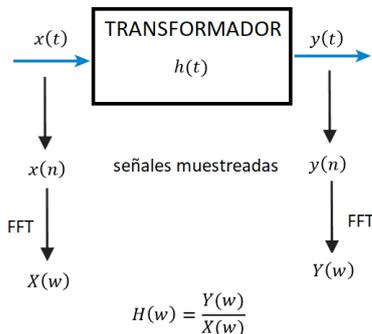


Figura 3. Principio de cálculo de la función de transferencia $H(w)$.

Valecillos. B (2005), argumenta que en un sistema la convolución en el dominio de la frecuencia representa a la multiplicación, la relación entre la entrada y salida del sistema viene dada por (1):

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \quad (1)$$

Mediante (1) se obtiene la función de transferencia $H(\omega)$ del sistema.

Debido que al muestrear las ondas se obtiene vectores discretos, se utiliza la rutina de la Transformada Rápida de Fourier FFT presente en el entorno computacional de MATLAB, con ello se obtiene la transformada de Fourier de las señales muestreadas, el algoritmo viene dado por (2) (MathWorks, 2018).

$$Y(k) = \sum_{n=1}^N x(n)e^{(-2\pi i)(k-1)(n-1)/N} \quad , 1 \leq k \leq N \quad (2)$$

Donde:

N : Es el número de muestras

n : Es la n -ésima muestra original

k : Es el k -ésimo término de la transformada

Debido a que no se tiene un sistema ideal, se presenta ruido impuesto en las cantidades muestreadas. Para establecer un límite de frecuencia que se puede considerar “leal” a la señal obtenida antes de ser afectada por el ruido presente, se ocupa la función coherencia (Valecillos B. , 2005).

La función coherencia se obtiene con los registros en el dominio del tiempo utilizados en el cálculo de la función de transferencia. Suponiendo un comportamiento lineal del sistema examinado, y un sistema de medición ideal sin ruido, el valor debe ser igual a la unidad en toda la banda de frecuencia analizada. Ésta se promedia con diferentes impulsos inyectados con (3) (Valecillos B. , 2005).

$$Cf = \frac{|G_{xy}|^2}{G_{xx}G_{yy}} \quad (3)$$

Donde:

G_{xy} : Densidad cruzada de potencia espectral de las dos señales a comparar.

G_{xx} y G_{yy} : Densidad espectral de cada señal.

Estas densidades resultan de un promedio según el número de mediciones realizadas y se obtienen mediante las transformadas en dominio de la frecuencia de las señales medidas.

3.5 Evaluación del aislamiento a partir de pruebas IFRA

Dentro del transformador se encuentran varias capacitancias, a saber, se tiene capacitancia entre vueltas, capacitancia entre discos, capacitancia entre devanados, y capacitancia a tierra. La capacitancia varía de acuerdo con las condiciones del conjunto papel-aceite usado como aislamiento. Esto se debe a que la permitividad relativa compleja ϵ_r del papel-aceite depende del contenido de humedad y la temperatura (Yousof, Ekanayake, & Saha, 2015). ϵ_r tiene una componente compleja y real en el dominio de la frecuencia como en (4):

$$\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r'' \quad (4)$$

La relación de la capacitancia compleja \tilde{C} de un material con la permitividad relativa ϵ_r se obtiene con (5).

$$\tilde{C}(\omega) = C_0\{\epsilon_r'(\omega) - j[\epsilon_r''(\omega) + \sigma_0/\epsilon_0\omega]\} \quad (5)$$

Donde:

C_0 : Capacitancia geométrica o del vacío.

σ_0 : Conductividad DC del material.

ϵ_0 : Permitividad del vacío.

M. F. M. Yousof, C. Ekanayake and T. K. Saha (2015) proponen dos metodologías que se basan en mediciones FRA para evaluar el aislamiento:

1) **Porcentaje de cambio de capacitancia:** Desde el enfoque de FRA, la combinación paralela de una inductancia y una capacitancia crea anti-resonancia (mínimo local) o resonancia (máximo local). El cambio de capacitancia se puede calcular a partir de mediciones FRA del transformador. Para ello se puede aplicar con la ecuación de la frecuencia de resonancia de un circuito LC paralelo dado por (6).

$$f = 1/(2\pi\sqrt{LC}) \quad (6)$$

Se supone que la inductancia no presenta ningún cambio debido a que la permeabilidad magnética del conductor únicamente depende de la temperatura.

El porcentaje de cambio de capacitancia se puede calcular con (7).

$$\Delta C_{21}\% = \left(\frac{C_2}{C_1} - 1\right) \cdot 100 = \left(\frac{f_1^2}{f_2^2} - 1\right) \cdot 100 \quad (7)$$

La aplicación de (7) solo considera la parte real de la capacitancia pues la capacitancia imaginaria solo afecta la magnitud de la resonancia y no la frecuencia (Yousof, Ekanayake, & Saha, 2015).

2) **Cálculo de la capacitancia de la prueba de entrelazado capacitivo:** Yousof, Ekanayake & Saha (2015), muestran un circuito fundamental que representaría la capacitancia entre los devanados de un transformador que se mide usando la medición de entrelazado capacitivo con un analizador FRA comercial. Sin embargo, este circuito puede ser usado solo en la región de baja frecuencia. Pues la influencia de la capacitancia entre devanados estaría dominada a bajas frecuencias sin un rango definido de frecuencia. Para aplicar esta metodología en este estudio se asemeja un circuito fundamental con los equipos presentes del laboratorio para la medición.

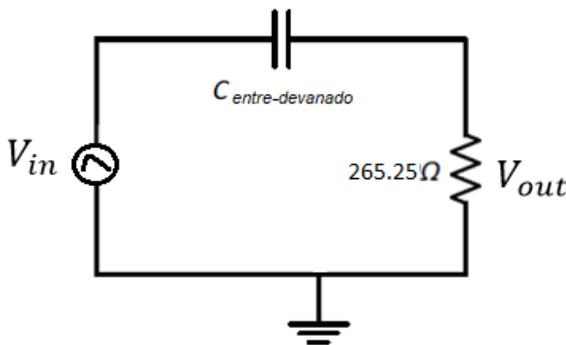


Figura 4. Conexión: medición de entrelazado capacitivo.

En la Figura 4, se representa el circuito fundamental para la representación de la capacitancia entre devanados medidas con la metodología IFRA propuesta, éste sería válido solo hasta frecuencias de alrededor de 3kHz según (Galván, Gutiérrez, Ortiz, & Sánchez, 2012), de aquí se puede deducir la ecuación para el cálculo de la capacitancia entre devanados, dado por (8).

$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| = \omega 265.25 C \quad (8)$$

4. RESULTADOS

4.1 Pruebas de rutina

Como parte del objetivo de este estudio es calificar el aislamiento del transformador bajo estudio, se aplicaron pruebas de rutina antes y después del cambio de aceite, estas son basadas en normas internacionales y realizadas con equipo presente en el laboratorio, para el fin del presente estudio se toma como relevancia los ensayos que califican el aislamiento.

4.1.1 Medición de la resistencia de aislamiento

Se realizó la medición basado en la norma ANSI C.57.12.90. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Medición de la resistencia de aislamiento

Conexión	Voltaje aplicado		Resistencia de aislamiento			
			Antes	Después		
Alta-Baja	5000	V	7.14	GΩ	12.62	GΩ
Alta-Tanque	5000	V	6.70	GΩ	8.89	GΩ
Baja-Tanque	5000	V	82.5	MΩ	4.25	GΩ

Los resultados reflejan que, al cambiar el aceite por uno nuevo, mejora notablemente ya que los valores medidos de la resistencia de aislamiento crecen, el más notable se observa en la conexión Baja-Tanque que el valor cambia de los MΩ a los GΩ.

Se puede considerar al aceite deteriorado un buen aislante debido a que los valores están en el orden de los MΩ, sin embargo, se debe tomar en cuenta que el aislamiento está formado por un conjunto de papel y aceite, por lo cual para verificar la característica del aceite se recurre a la prueba dieléctrica del aceite aislante.

4.1.2 Prueba Dieléctrica del aceite aislante

Los resultados se presentan en la Tabla 3, estos se comparan entre muestras obtenidas del transformador; muestras del aceite original del transformador y el nuevo aceite dieléctrico. Se realizó el ensayo bajo la norma A.S.T.M (29-D-877).

Tabla 3. Medición de la resistencia de aislamiento

N° Prueba	Aceite original		Aceite nuevo	
1	12.5	kV	40.2	kV
2	17.3	kV	35.5	kV
3	9.1	kV	33.3	kV
4	8.7	kV	32.2	kV
5	10.1	kV	30.6	kV
Promedio	11.54	kV	34.36	kV

4.2 Respuesta en frecuencia mediante pruebas de impulso

Las pruebas con mejores resultados son: Prueba de circuito abierto en alto voltaje, prueba de entrelazado capacitivo y prueba de entrelazado inductivo, sin embargo, la evaluación del aislamiento se realizó a partir de las pruebas de circuito abierto y entrelazado capacitivo, los resultados se presentan a continuación:

4.2.1 Prueba de circuito abierto (medición en el lado de Alto Voltaje)

Antes del cambio:

En la Figura 5, se muestra la respuesta en frecuencia de la prueba de circuito abierto, se tiene una traza similar en la forma del espectro de las tres fases de alto voltaje, por otra parte, los picos de resonancias y anti-resonancias no coinciden en las mismas frecuencias, además se tiene una diferencia en cuanto a la magnitud de éstas. Esto puede ser debido a la estructura de construcción propia del transformador.

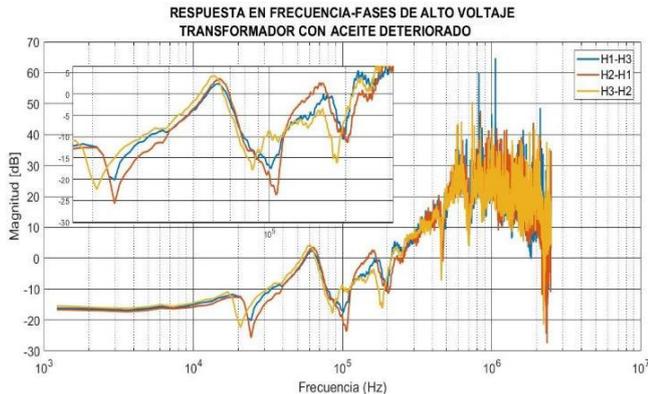


Figura 5. Respuesta en frecuencia. Tipo de prueba: OC fases de alto voltaje (H1-H3, H2-H1, H3-H2). Transformador con aceite deteriorado.

En la Figura 6, se observa la superposición entre dos respuestas de frecuencia medidas en los terminales de una misma fase, esto para el cálculo de la función coherencia a partir de dos señales de impulso.

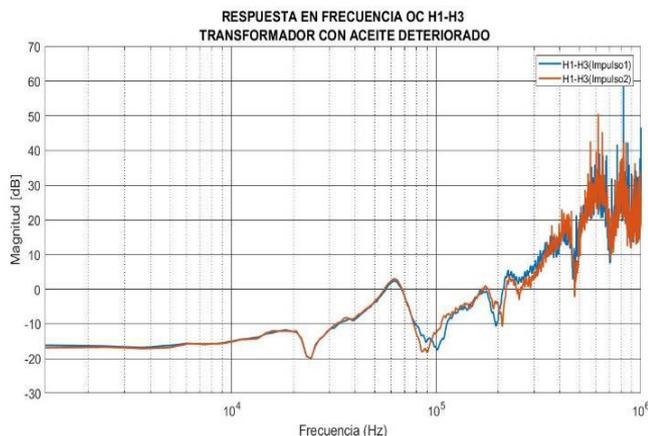


Figura 6. Respuesta en frecuencia. Tipo de prueba: OC H1-H3. Transformador con aceite deteriorado.

El cómputo de la coherencia para el sistema utilizado, se muestra en la Figura 7. Se tiene que hasta alrededor de los 180 kHz la respuesta es fiable, es decir que la función coherencia toma un valor cercano a 1 hasta ese valor de frecuencia, también se tiene una pequeña disminución del valor alrededor de los 100 kHz.

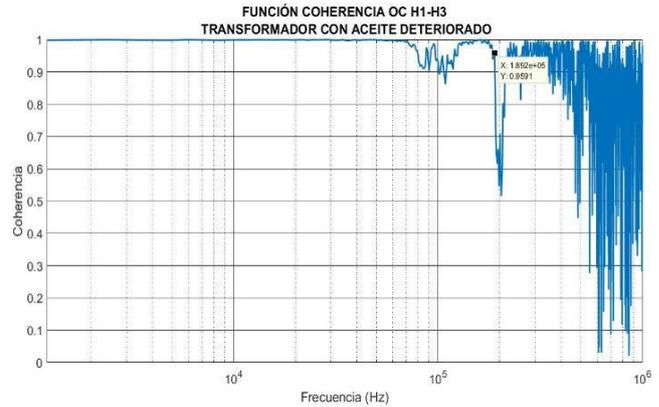


Figura 7. Coherencia. Tipo de prueba: OC H1-H3. Transformador con aceite deteriorado.

Después del cambio:

Por otra parte, la coherencia calculada para el mismo devanado H1-H3 después de cambiar el aceite dieléctrico se presenta en la Figura 8, se observa una notable mejoría, pues el valor de la función coherencia mejora hasta alrededor de los 300 kHz, también la disminución presente en los 100 kHz desaparece.

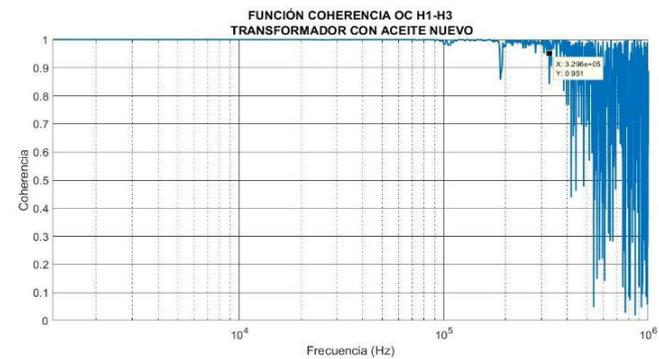


Figura 8. Coherencia. Tipo de prueba: OC H1-H3. Transformador con aceite nuevo.

Comparación de estados representativos:

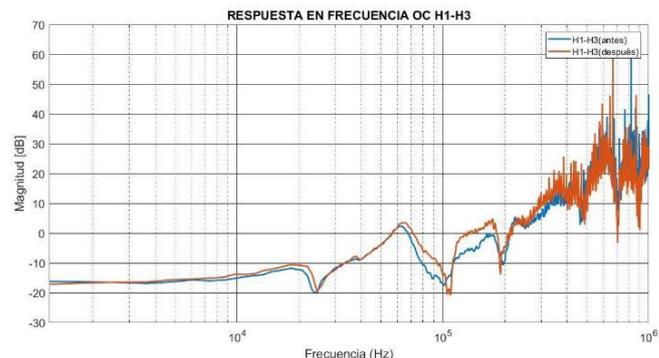


Figura 9. Comparación de estados de la respuesta en frecuencia. Transformador ELIN 50 kVA 230/6000V. Tipo de prueba: OC H1-H3.

En la Figura 9, se observa que al cambiar el aceite la respuesta en frecuencia se mueve a frecuencias mayores, pero mantiene su trazado o forma.

4.2.2 Prueba de Entrelazado Capacitivo

Antes del cambio

Se observa en las gráficas obtenidas en la Figura 10 que a bajas frecuencias se tiene una linealidad con diferencia de magnitud entre las gráficas, la diferencia entre grupo de fases puede ser debido a la construcción misma de las bobinas del transformador.

Se realizó también el cálculo de la función coherencia de la respuesta obtenida bajo esta medición del transformador con dieléctrico deteriorado. El cálculo obtenido de la medición del grupo H1-X1, se observa en la Figura 11, se presenta que el valor de la función coherencia tiene un valor cercano a la unidad hasta alrededor de 40 kHz, obteniendo valores similares en los demás grupos de conexión.

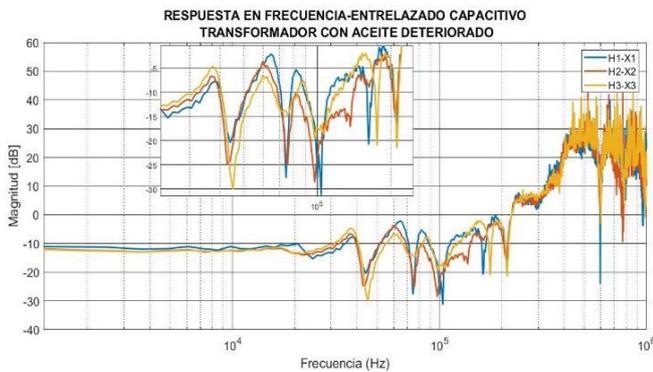


Figura 10. Respuesta en frecuencia. Tipo de prueba: IC (H1-X1, H2-X2, H3-X3). Transformador con aceite deteriorado.

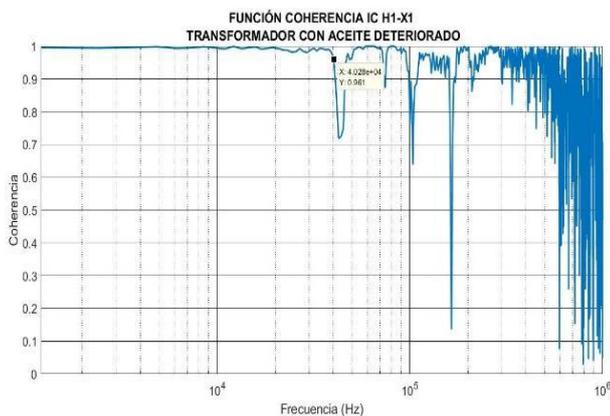


Figura 11. Coherencia. Tipo de prueba: IC H1-X1. Transformador con aceite nuevo.

Después del cambio:

La Figura 12 presenta la función coherencia del grupo H1-X1 una vez cambiado el aceite, se observa que esta tiene un valor cercano a la unidad hasta un valor de frecuencia de 300 kHz, es decir aumenta el límite de frecuencia para realizar un análisis en ese estado.

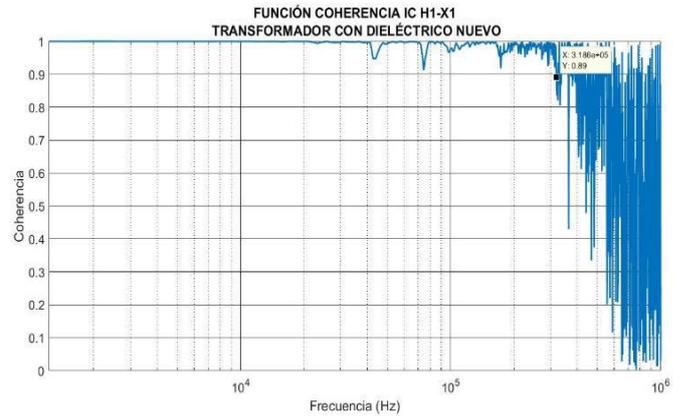


Figura 12. Coherencia. Tipo de prueba: IC H1-X1. Transformador con aceite nuevo.

Comparación de estados representativos:

En la Figura 13, se presenta las respuestas de la medición de entrelazado capacitivo para los terminales H1-X1, antes y después del cambio del aceite. Se presenta que la magnitud de la traza disminuye a bajas frecuencias, esto representaría un cambio en la capacitancia presente entre los devanados de alto y bajo voltaje, pues al modificar el aislamiento con el cambio de aceite, cambia la permitividad de éste.

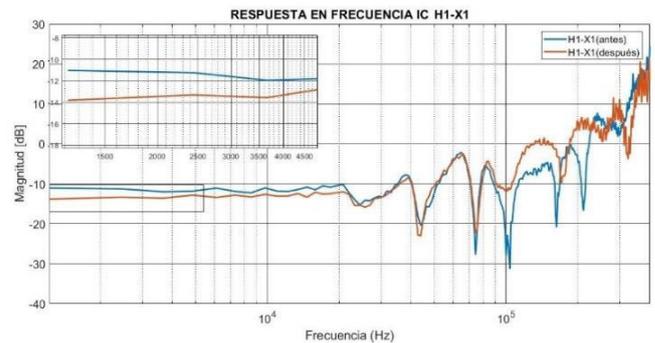


Figura 13. Comparación de estados de la respuesta en frecuencia. Transformador ELIN 50 kVA 230/6000V. Tipo de prueba: IC H1-X1.

4.2.3 Evaluación del aislamiento a partir de las mediciones IFRA

Para cada fase de alto voltaje se calculó el porcentaje de cambio de capacitancia $\Delta C_{21}\%$ en el aislamiento, esto a partir de la respuesta en frecuencia obtenida en la medición de circuito abierto en alto voltaje, antes y después del cambio del aceite dieléctrico. Para determinar el porcentaje de cambio de capacitancia, se tomaron las frecuencias de las resonancias y las antirresonancias mostrados en la Figura 14, es decir las frecuencias con los picos máximos y mínimos. Obteniendo un promedio para el porcentaje de cambio según la Ecuación (7) en cada fase de alto voltaje, esto se observa en la Tabla 4.

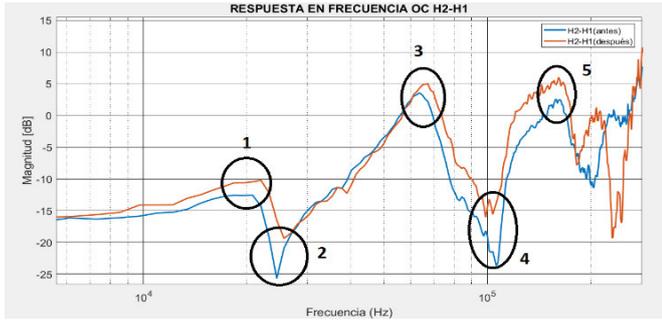


Figura 14. Respuestas en frecuencia. Transformador ELIN 50 kVA 230/6000V. Tipo de prueba: OC H2-H1.

Se presenta que el cambio de capacitancia en cada devanado disminuye de manera diferente, esto puede ser debido a la forma de construcción de los devanados, pues las capacidades efectivas presentes entre bobinas y capas podrían variar por tener diferentes proporciones de papel o cartón, según sea el caso, también hay que tomar en cuenta que el aislamiento está conformado de un conjunto papel-aceite, por lo que el papel tendría diferentes niveles de degradación en cada bobina.

Tabla 4. Porcentaje de cambio de capacitancia

N°	H1-H3	H2-H1	H3-H2
Frecuencia	$\Delta C_{21}(\%)$	$\Delta C_{21}(\%)$	$\Delta C_{21}(\%)$
1	0	-10.797	0
2	0	-9.29	-10.79
3	-7.4	-7.136	-3.88
4	-12.99	4.677	-17.346
5	-12.46	-2.95	3.15
Promedio	-6.57%	-5.099%	-5.773%

Yousof, Ekanayake & Saha (2015) presentan un ejemplo de esta metodología para el cálculo del porcentaje de cambio de capacitancia del aislamiento a partir de mediciones FRA de cortocircuito, ahí se evalúa el cambio producido por el envejecimiento del aislamiento, obteniendo que, al exponer el aislamiento del transformador a un proceso de degradación, el cambio en el porcentaje aumenta.

Por otra parte, se calculó un promedio de la capacitancia real mediante las mediciones de entrelazado capacitivo para cada grupo terminal y en cada estado representativo del aislamiento.

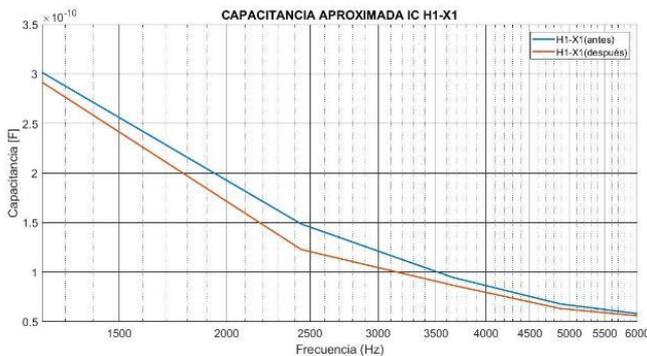


Figura 15. Capacitancia aproximada. Tipo de prueba: IC H1-X1

La Figura 15 presenta la variación obtenida de la capacitancia en función de la frecuencia sin embargo estos resultados serían válidos hasta alrededor de los 3kHz. Los resultados del cálculo de capacitancia se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5. Capacitancia aproximada medida

	Valor promedio de capacitancia real entre devanados (10^{-10} F)		
	H1-X1	H2-X2	H3-X3
Antes	1.8155	1.9519	1.9351
Después	1.6707	1.7373	1.7866

En los resultados se puede apreciar que el valor de capacitancia calculado disminuye una vez que se cambia el aceite dieléctrico, es decir cuando se mejora el aislamiento, esto concuerda con el ejemplo mencionado en (Yousof, Ekanayake & Saha, 2015), ya que, en dicho estudio, el valor de capacitancia medida aumenta al deteriorar el aislamiento, esto puede ser debido a un cambio en la permitividad del medio.

5. CONCLUSIONES

Se planteó una metodología práctica y experimental para la obtención de la función de transferencia del transformador bajo estudio y su respuesta en frecuencia, esto mediante la inyección de impulsos atmosféricos estándar de alto voltaje, usando los equipos e instrumentos que se tiene en el laboratorio de Alto Voltaje de la Escuela Politécnica Nacional.

La base de análisis en mediciones FRA es la comparación de curvas de respuesta en frecuencia que representen un determinado estado de la máquina bajo estudio, por ello, al comparar las figuras obtenidas en cada estado se puede encontrar diferencias notables en magnitud y frecuencia.

Al empeorar el aislamiento, se tiene un aumento en la respuesta en frecuencia IFRA calculada, esto se puede usar como un indicador de que un aislamiento está envejeciendo o deteriorándose.

El ancho de banda de un impulso atmosférico estándar está alrededor de los 300 kHz, esta banda es afectada debido al ruido presente en la digitalización de las señales y el ambiente externo, por esto se usa la función coherencia, para poder discernir un límite de frecuencia en el cual se tiene una respuesta veraz.

Se concluye que las mediciones FRA pueden ser de gran ayuda para la evaluación del aislamiento de un transformador, siendo un complemento a las pruebas de rutina que son destinadas a la evaluación de este.

6. REFERENCIAS

Abdallah, J. (2009). Using the Frequency Response Analysis (FRA) in Transformers Internal Fault Detection. *WSEAS TRANSACTIONS on POWER SYSTEMS*, 297-306.

Alsuhaibani, S., Khan, Y., Beroual, A., & Malik, N. (2016). A Review of Frequency Response Analysis Methods for Power Transformer Diagnostics. *Energies*, 9,879.

Cortés, J., Medina, F., & Chávez, J. (2007). Del Análisis de Fourier a las Wavelets. *Scientia et Technica Año XIII*, 13(34), 151-156. Retrieved from <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4807129.pdf>.

Galván, V., Gutiérrez, J., Ortiz, V., & Sánchez, R. (2012). Modelado del transformador para eventos de alta frecuencia. *Energética*.

Gómez-Luna, E., Aponte, M., & Pleite, G. (2017). Obtención de la respuesta en frecuencia en transformadores estando en servicio. *Ingeniare*, 25(1), 59-69. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-33052017000100059>.

- IEC. (1989). *IEC Std. 60060-1 "High-voltage test techniques Part 1: General definitions and test requirements"*. IEC.
- IEEE. (2012). *IEEE Std C57-149-2012 "Guide for the Application and Interpretation of Frequency Response Analysis for Oil-Immersed Transformers"*. IEEE Power and Energy Society.
- IEEE. (2015). *IEEE C57.12.90-2015 - IEEE Standard Test Code for Liquid-Immersed Distribution, Power, and Regulating Transformers*. IEEE.
- MathWorks. (2018, 01 25). <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fft.html>. Retrieved from <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fft.html>
- Nikjoo, N., Taylor, N., Clemence, R., & Edin, H. (2013). Dielectric Response of Aged Transformer Bushings Utilizing Power System Transients. *4th IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT Europe)*. Copenhagen.
- Nikjoo, R. (2016). *Dielectric Response and Partial Discharge Diagnostics of Insulation Systems by Utilizing High Voltage Impulses*. Stockholm: KTH Doctoral Thesis.
- Picher, P., Lapworth, J., Noonan, T., & Christian, J. (2008). *Mechanical-Condition Assessment of Transformer Windings Using Frequency Response Analysis (FRA)*. Toronto: CIGRE WG A2.26 Technical Brochure 342.
- Vaessen, P., & Hanique, E. (1992). A new frequency response analysis method for power transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 7(1), 384-391.
- Valecillos, B. (2005). *Análisis de la respuesta en frecuencia como herramienta de evaluación de las pruebas de impulso en transformadores*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- Valecillos, B. (2005). *Sistema de Evaluación de Resultados para los Ensayos de impulso a Transformadores*. Tesis. Universidad Simón Bolívar.
- Yousof, M., Ekanayake, C., & Saha, T. (2015). Examining the ageing of transformer insulation using FRA and FDS techniques. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 22(2), 1258-1265.

BIOGRAFÍAS



Víctor H. Tibanlombo Timbila, nació en Ambato, Ecuador el 23 de mayo de 1994. Se graduó como Ingeniero Eléctrico en la Escuela Politécnica Nacional en el 2018. Se ha desempeñado como Ingeniero Eléctrico en proyectos de construcción de redes eléctricas de distribución urbanas y rural; proyectos en el sector petrolero del país y estudios de estabilidad.

Entre 2016 y 2018 fue asistente de cátedra en el Laboratorio de Máquinas Eléctricas en la Escuela Politécnica Nacional. Actualmente es parte del cuerpo docente en el Departamento de Energía Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional. Sus áreas de interés son sistemas eléctricos de potencia, ingeniería de alto voltaje y tecnologías de energías renovables.



Juan D. Ramírez Guasgua, se graduó como Ingeniero Eléctrico en la Escuela Politécnica Nacional en el 2015.

Actualmente está realizando sus estudios de posgrado en Administración de Empresas de los Sectores estratégicos en la Escuela Politécnica Nacional. Se ha desempeñado como especialista técnico en la construcción de líneas de transmisión de electricidad en CELEC EP TRANSELECTRIC y en la actualidad trabaja como Profesor Ocasional en el Departamento de Energía Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional. Sus áreas de interés incluyen: teorías de sistemas y control aplicadas al sistema eléctrico de potencia, modelación y simulación de sistemas eléctricos, ingeniería de alto voltaje y operaciones comerciales del sector eléctrico.



Nelson V. Granda Gutiérrez, obtuvo el título de Ingeniero Eléctrico en la Escuela Politécnica Nacional en 2006 y de Doctor en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica en la Universidad Nacional de San Juan (Argentina), en el 2015. Se ha desempeñado como Ingeniero Eléctrico en el Centro Nacional de Control de Energía (CENACE), en el departamento de Optimización de la Generación Eléctrica (OGE) de Petroamazonas EP y el la Subgerencia de Operación y Mantenimiento de CELEC-EP, TRANSELECTRIC.

Actualmente se desempeña como parte del staff docente del Departamento de Energía Eléctrica de la Politécnica Nacional. Sus áreas de interés son análisis y control de sistemas de potencia en tiempo real y aplicaciones de Sistemas de Medición de Área extendida (WAMS) basados en unidades de medición sincrofásorial (PMU).



Franklin L. Quilumba Gudiño, obtuvo el título de Ingeniero Eléctrico en la Escuela Politécnica Nacional en Quito, Ecuador, en el 2008. Realizó sus estudios de posgrado en la Universidad de Texas Arlington, en Arlington, Estados Unidos de América, donde obtuvo el grado de Master of Science y el título de Doctor of Philosophy Ph.D., en Ingeniería Eléctrica, en el 2014. Entre 2014 y 2018 fue docente titular en el Departamento de Energía Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional. En la actualidad se desempeña como ingeniero de protecciones de sistemas de transmisión de la compañía Oncor Electric Delivery, Fort Worth, TX, USA. Sus áreas de interés incluyen modelación y análisis de sistemas eléctricos de potencia; estabilidad, protección y control de sistemas eléctricos de potencia; planificación de sistemas eléctricos de potencia. El Dr. Quilumba es Ingeniero Profesional Registrado en el Estado de Texas.

Levantamiento Inteligente y Estabilización Robusta de un Sistema de Péndulo Invertido Rotatorio via Control Predictivo Basado en Modelo No-lineal y Tubos

Alvaro Prado ^{1*}  ; Marco Herrera ¹  ; Oswaldo Menéndez ² 

¹Universidad Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Electrónica, Quito, Ecuador

²Universidad Técnica Federico Santa María, Facultad de Ingeniería Electrónica, Valparaíso, Chile

Resumen: El propósito de este trabajo es presentar un nuevo esquema de control robusto basado en un modelo no-lineal aplicado a un sistema de péndulo invertido rotacional. El péndulo rotacional está compuesto por un brazo mecánico unido a un péndulo de movimiento libre (ortogonal al brazo), conocido como el péndulo Furuta. En principio, un controlador Fuzzy permite que la barra del brazo robótico levante el péndulo giratorio a través del movimiento oscilatorio y alcance automáticamente la posición de equilibrio superior en un rango de operación de estabilización prescrito. Después de que el péndulo alcanza el rango de operación, un sistema de conmutación inteligente permite la transición entre el controlador basculante y un controlador predictivo robusto para mantener la posición angular del péndulo alrededor de la posición vertical ascendente. Para lograr un desempeño robusto, un marco centralizado del controlador propuesto combina un tres acciones de control. El primero compensa las perturbaciones utilizando la trayectoria de regulación - control de adelanto. La segunda acción de control corrige los errores producidos por la discrepancia de modelado. El tercer controlador asegura robustez en el sistema de lazo cerrado mientras compensa las desviaciones de las trayectorias de estado con respecto a las nominales (es decir, sin perturbaciones). La estrategia de control proporciona factibilidad robusta a pesar de que las restricciones en la barra del brazo y los actuadores del péndulo son alcanzadas. Dichas restricciones se calculan en línea en base a conjuntos robustos positivamente invariantes caracterizados por conjuntos politópicos (tubos). El controlador propuesto se prueba en una serie de pruebas de simulación y se valida de forma experimental en un entorno de simulación de alta fidelidad que incluye un péndulo invertido giratorio construido con fines educativos. Los resultados muestran que el rendimiento de control robusto se fortalece frente a perturbaciones del sistema de lazo cerrado en comparación con la de los controladores predictivos lineales y no lineales inherentemente robustos.

Palabras claves: Péndulo Rotacional , Lógica Difusa, MPC No-lineal, Conjuntos Invariantes, Tubos.

Intelligent Swing-Up and Robust Stabilization via Tube-based Nonlinear Model Predictive Control for A Rotational Inverted-Pendulum System

Abstract: The purpose of this paper is to introduce a new robust nonlinear model-based predictive control scheme applied to a rotational inverted-pendulum system. The rotational pendulum is composed by a mechanical arm attached to a free-motion pendulum (orthogonal to the arm), namely Furuta Pendulum. In principle, a Fuzzy controller enables the robotic arm bar to lift the rotational pendulum through oscillatory swing-up motion up to automatically achieve the upper equilibrium position in a prescribed stabilizing operation range. After the pendulum reaches the operating range, an intelligent control bypass system allows the transition between the swing-up motion controller and a robust predictive controller to maintain the angular position of the pendulum around the upward critical position. To achieve robust performance, a centralized control framework combines a triplet of control actions. The first one compensates for disturbances using the regulation trajectory feedforward control. The second control action corrects errors produced by modelling mismatch. The third controller assures robustness on the closed-loop system whilst compensating for deviations of the state trajectories from the nominal ones (i.e, disturbance-free). The control strategy provides robust feasibility despite constraints on the arm bar and pendulum's actuators are met. Such constraints are calculated on-line based on robust positively invariant sets characterised by polytopic sets (tubes). The proposed controller is tested in a series of simulations, and experimentally validated on a high-fidelity simulation environment including a rotational inverted-pendulum built for educational purposes. The results show that robust control performance is strengthened against disturbances of the closed-loop system benchmarked to inherently-robust linear and nonlinear predictive controllers.

Keywords: Rotational Pendulum, Fuzzy Logic, Nonlinear MPC, Invariant Sets, Tubes

alvaro.prado.5@sansano.usm.cl

Enviado:14/02/2020

Aceptado: 26/03/2020

Publicado:31/04/2020

10.33333/tp.vol45n1.05

1. INTRODUCTION

The underactuated mechanical systems, consisting of a fewer number of actuators than degrees-of-freedom (DOF) to control, have been widely studied in diverse application fields such as terrestrial mobile robotics, marine engineering, and aerospace engineering to name a few (see Scalera et al. (2020); Duan et al. (2020); Hao et al. (2013) and their references). For instance, the rotary inverted-pendulum (RIP) system has been widely used as a suitable prototype in the educational area due to its reduced complexity, high practicality and tractability Hernandez-Guzman et al. (2016). The RIP system, also known as Furuta pendulum system in recognition to its original designer Furuta et al. (1992), is a well-known underactuated mechanism extensively used by several researchers to assess control performance and validate linear and nonlinear control techniques Estupinan et al. (2017). The mechanism comprises a two-degree-of-freedom system with a single actuator that provides the motor torque input to the base arm of the system. In this way, the arm rotating in the horizontal plane enables the mechanically attached pendulum to freely rotate in the vertical plane. The vertical motion of the pendulum depends on the horizontal motion of the base arm; therefore, the objective of the system is to stabilize the pendulum in the unstable vertical position varying the torque input applied to the arm.

To achieve a proper behaviour in the stabilization of the vertical position of a RIP, three-stage control approaches are generally required to fully cover the motion phases Muskinja and Tovornik (2006). These phases usually comprise: i) swing-up, ii) stabilization, and iii) trajectory tracking. The first phase consists on balancing the RIP through controlled oscillations from the resting state until reaching the upward position, and then keep the rotating base fixed. Once the pendulum oscillates within a range of vertical stabilization, the regulation problem must be covered by the control framework within a second phase in order to maintain the rotatory pendulum at the upward unstable position against external or internal disturbances. Then, the third phase enables the base arm to track a prescribed reference trajectory; meanwhile, the system is vertically stabilized by the effect of the arm rotation and pendulum inertia. This work addresses the three aforementioned control objectives regarding swing-up, robust stabilization, and trajectory tracking against disturbances.

As the RIP system has under-actuated degrees-of-freedom of the joint between the rotational base and the pendulum arm, many conventional control strategies developed for fully actuated systems cannot be directly applied due to the strong mechanical coupling Kharola et al. (2016). Unlike traditional energy-based, model-free, adaptive, neural networks, genetic and other classical control algorithms Fantoni and Lozano (2002); Tanaka et al. (2011); Mandic et al. (2014); Delibasi et al. (2007); Kennedy et al. (2019), the current literature shows Model Predictive Control (MPC) framework as a promising technology based on optimization that has drawn the attention in control applications for under-actuated and rapid-response mechanisms due to its simple structure, straightforward design procedure, and robust properties against system uncertainties and disturbances Ghana-vati et al. (2011). Compared to other classical optimization-based

methods such as LQR or LMI to deal with piecewise stabilized dynamics Minouchehr et al. (2015), the MPC approach adopts optimization methods to correct the current dynamics based on feedback and predictive behaviour subject to system constraints. For instance, in Bakarac et al. (2018), it was developed a control system for stabilization of a prototype RIP based on linear MPC (LMPC) with simplified Coriolis, centrifugal, and gravity force model. Although it was reported a favourable control performance under tests on speed changes of the rotatory base, its degree of robustness persisted against external disturbances because of the linear control layout dependency. In Li et al. (2015), a hybrid LMPC architecture based on a neural network approach was proposed to address the regulation and tracking phase of a RIP, in which the lifting speed limitation and constrained actuator capability were both concerned. In the aforementioned works, the stabilization phase of the pendulum at the upright equilibrium position relied only on inherent robust properties of a feedback control loop.

Due to linear models do not fully capture the dynamic behaviour of the lifting angle position and angular speed of the RIP arm, a suitable control performance can hardly be achieved for the full operating range of a reference trajectory. In general, when a nonlinear prediction model is linearised around operating points of the reference, the system dynamics in such points potentially do not correspond accurately to the true ones either by model approximations (i.e., model uncertainties) or internal/external disturbances (i.e., rotatory base inertia or external force exertion). Consequently, the prediction model mismatch and disturbances may incur possibly in the evolution of significant prediction errors and latently in the instability of the closed-loop system Kayacan and Peschel (2016). Thus, compared to linear control formulations, nonlinear MPC (NMPC) arises as a suitable alternative to deal with nonlinear dynamics of an inverted pendulum system.

Due to swing-up motion of the RIP is able to take the pendulum arm close to the stabilization zone by motion transmission of the rotating base, few works have taken advantage of this phenomenon to decentralize the control scheme. For example, a recent hybrid control scheme was proposed with a swing-up motion control strategy in Wilson et al. (2016), under which a modified oscillator as reference trajectory was used for lifting, whereas the stabilization phase with an NMPC controller. This method may be unattractive because the oscillations required to reach the stabilization zone were not restricted, thus swinging the pendulum bar for a long time. On the contrary, in Yue et al. (2018), rapid swing-up motion (i.e., one-step lift) was achieved employing a stabilizing adaptive control law taking into account only the unactuated mechanism, and thus the control law was switched to a globally stabilizing NMPC controller valid only within a reduced operating zone without uncertainty and disturbance compensation. The main concern lies in the stabilization phase where the lifting angle considerably affected the motion performance in the upward position with relevant oscillatory motion, thus requiring an intelligent strategy to coordinate swinging-up motion and robust stabilization of a RIP.

Despite all strengths of NMPC, such as the capability to explicitly

handle nonlinearities and systematically include constraints in the control framework, robust performance for the stabilization of the RIP can only be achieved if a nominal controller (i.e., disturbance-free) is inherently robust and estimation errors are small enough Mayne et al. (2006). Unfortunately, in practice, inherent robustness properties are not always present in predictive controllers due to model uncertainties or disturbances Ke et al. (2018), although a certain degree of robustness could be achieved due to feedback Gonzalez et al. (2009). To cope with this issue, robust NMPC designs explicitly account for the error compensation originated by disturbances or model discrepancies through corrective control actions Kouvaritakis and Cannon (2015). In this scenario, tube-based nonlinear MPC (T-NMPC) has shown to be an efficient synthesis approach to robustify control actions in a non-deterministic form, whose base focuses on computing admissible regions characterized by polytopic sets so-called tubes Mayne et al. (2011).

The contribution of this paper is twofold. The first consists on introducing a new intelligent swing-up motion approach to balance the rotatory base of underactuated RIP systems until reaching the stabilization zone of the pendulum bar. The strategy is based on assessing the angular speed and position of the pendulum arm as it approaches the stabilization zone in order to control such variables using a Fuzzy logic controller. The second contribution lies in the design of an efficient robust stabilizing and trajectory tracking controller for RIP systems. To this end, a T-NMPC is proposed under a centralized control architecture to reach robust performance of the overall system against disturbances. Firstly, to represent the pendulum motion, forward equations based on the Euler-Lagrange form are proposed. Secondly, the design strategy combines: a) feedforward, b) corrective, and c) tube-based control actions to provide robust performance guarantee with regard to tracking errors, actuator effort, and constraint satisfaction under uncertainties, nonlinearities, and internal/external disturbances. The control framework adopts the Real-Time Iteration (RTI) scheme, as the available in the ACADO TOOLKIT Houska et al. (2011) to solve efficiently the optimization problem raised in the NMPC strategy.

The work is organized as follows. First, Section 2 describes the Euler-Lagrange formalisms, including the mathematical formulation of the proposed nonlinear model for the rotational inverted-pendulum system. Section 3 presents the swing-up controller based on Fuzzy Logic. Section 4 presents the proposed control architecture with the robust tube-based nonlinear predictive controller. It is also included the linear predictive controller. Section 5 details the Fuzzy logic-MPC framework for the intelligent bypass. Section 6 describes simulations and experimentations carried out with the proposed controller. Finally, this document ends in Section 7 with the concluding remarks of this paper.

2. PROBLEM FORMULATION

This section presents the feedforward equations of nonlinear model that stands out the Rotational Inverted-Pendulum (RIP) system dynamics, and the problem formulation.

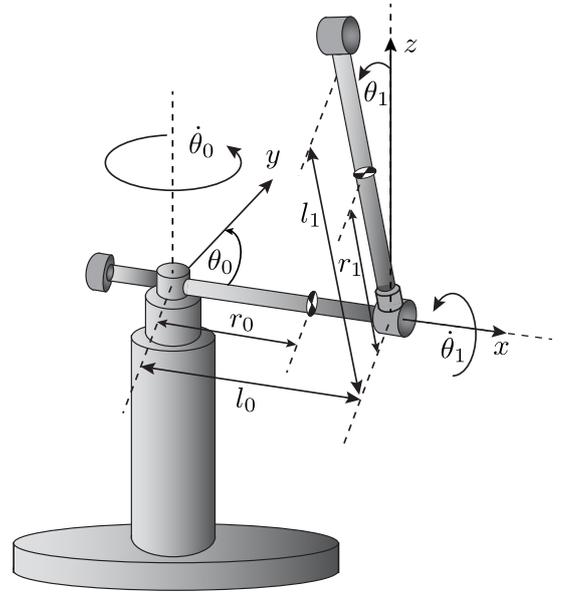


Figure 1. Scheme of the Furuta pendulum under study. The angle θ_0 represents the angular position of the rotatory base; θ_1 for the angular position of the pendulum bar, and $\dot{\theta}_0$ and $\dot{\theta}_1$ denote their corresponding speeds.

2.1 Feedforward Dynamics of the Rotational Pendulum

An extension of the dynamical nonlinear model for the RIP dynamics is described. The model employed in this work represents the underactuated pendulum mechanism that connects a horizontal rotating arm with a free-motion pendulum bar, as shown in Fig. 1. The RIP –Furuta pendulum– is different to conventional pendulum systems because it has fewer unmodelled dynamics Ling et al. (2002), owing to a motion transmission mechanism since the rotatory arm directly couples to the motor shaft. A rotatory pendulum is considered taking into account the following assumptions:

- The mass of the pendulum bar is considered evenly distributed along the rotated pendulum shaft.
- The interaction effects between the pendulum bar and rotational arm motion are not neglected.

Under these assumptions, it is considered the inverted-pendulum system in the Euler-Lagrange form given by:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d\mathcal{L}}{dq} \right) - \frac{d\mathcal{L}}{dq} = Bu \quad (1)$$

where $q = [q_a \ q_u]^T$ and $\dot{q} = [\dot{q}_a \ \dot{q}_u]^T \in \mathbb{R}^n$ are vectors of generalized coordinates that represent the RIP system (i.e., rotatory base and pendulum arm position and speeds, respectively); q_a and q_u are actuated and unactuated variables, respectively; $B \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$ is the input matrix, and $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ is the control input for the RIP system. The Lagrangian function \mathcal{L} is described by:

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} - V(q) \quad (2)$$

where $M(q)$ is a symmetric positive-definite inertia matrix and $V(q)$ denotes the potential energy of the system. Replacing the

function \mathcal{L} from ((2)) in the dynamic system ((1)), the motion model for the RIP can be rewritten as follows:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = Bu + D \quad (3)$$

where $C(q, \dot{q})$ stands out the combination of Coriolis, centrifugal, and friction forces; $G(q)$ represents the gravitational loading vector, and $D = [d_0 \ d_1]^T$ assumes to satisfy the model matching condition for uncertainties, disturbance, and non-modelled dynamics such as viscous and Coulomb forces exerted on the actuated joint. The system variable $q = [\theta_0 \ \theta_1]^T$ and $\dot{q} = [\dot{\theta}_0 \ \dot{\theta}_1]^T$ correspond to the joint angular position and speeds of the rotatory inverted pendulum, respectively; θ_0 and θ_1 denote the angular position of the rotatory base arm and pendulum bar, respectively. The control input is represented by $u = [\tau_0 \ 0]^T$, where $\tau_0 \in \mathbb{R}$ is the torque input applied to the RIP base arm. Each matrix that represents the dynamic system in ((3)) can be described as follows:

$$\begin{aligned} M(q) &= \begin{bmatrix} \bar{J}_0 + \bar{J}_1 s_1^2 & m_1 l_0 r_1 c_1 \\ m_1 l_0 r_1 c_1 & \bar{J}_1 \end{bmatrix} \\ C(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, \quad G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_1 r_1 c_1 \end{bmatrix} \\ c_{11} &= \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1 \sin(2\theta_1), \\ c_{12} &= -m_1 r_1 l_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) + \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_0 \sin(2\theta_1), \\ c_{21} &= -\frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_0 \sin(2\theta_1), \quad c_{22} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

where $s_1 = \sin(\theta_1)$ and $c_1 = \cos(\theta_1)$; $\bar{J}_0 = J_0 + m_0 r_0^2 + m_1 l_0^2$, $\bar{J}_1 = J_1 + m_1 l_1^2$, where J_0 and J_1 are the arm and pendulum bar moment of inertia; m_0 and m_1 are masses of the rotatory base and pendulum bar, respectively; l_0 , l_1 , r_0 , r_1 are geometrical parameters of the inverted pendulum, and d_0 and d_1 are the friction coefficient of the arm and pendulum joint, respectively. Then, obtaining \ddot{q} from (3) and replacing the system matrices from (4), the motion model is given by:

$$\ddot{q} = M^{-1} \left(-C(q, \dot{q}) - G(q) + \begin{bmatrix} \tau_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (5)$$

where the nonlinear system in (5), composed by the rotatory base arm and pendulum bar, is written with respect to the system states $z(t) = \dot{q}(t)$ in the following form:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_0 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ M^{-1} \left(-C(q, \dot{q}) - G(q) + \begin{bmatrix} \tau_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

The previous dynamic model in (6) for the feedforward dynamics of the RIP system describes the open-loop trajectories as shown in Fig. 2. Parameters of the RIP system under study are described in Table 1, whereas the RIP model can be written in the nonlinear state space representation as follows:

$$\dot{z}(t) = f(z(t), u(t)) + \delta(t) \quad (7)$$

where t represents continuous time; $z(t) = [\theta_0 \ \theta_1 \ \dot{\theta}_0 \ \dot{\theta}_1]^T \in \mathbb{R}^{n_z}$, and $u(t) = [\tau_0 \ 0]^T \in \mathbb{R}^{n_u}$ represents the vector of system states

Table 1. MODEL PARAMETERS IN SI UNITS FOR THE FURUTA PENDULUM UNDER STUDY.

Symbol	Description	Values	Unit
Parameters of the base arm			
$\tau_0(t)$	Torque of base arm	[-10, 10]	Nm
$\theta_0(t)$	Angular position	$[-\pi, \pi]$	rads
m_0	Mass of base arm	0.08	Kg
J_0	Arm moment of inertia	$3.127 \cdot 10^{-2}$	Kgm^2
l_0	Length of the base arm	0.15	m
r_0	Length from the base rotational center to the arm CoM	0.1	m
d_0	Friction coefficient of the arm joint	$0.475 \cdot 10^{-1}$	Kgm^2/s
g	Gravity acceleration	9.8	m/s^2
Parameters of the pendulum bar			
$\theta_1(t)$	Angular position	$[-\pi, \pi]$	rads
m_1	Mass of the bar	0.098	Kg
J_1	Bar moment of inertia	$2.619 \cdot 10^{-3}$	Kgm^2
l_1	Length of the bar	0.215	m
r_1	Length from the bar rotational center to the bar CoM	0.148	m
d_1	Friction coefficient of the bar joint	$0.128 \cdot 10^{-2}$	Kgm^2/s

and control input for the rotational inverted pendulum, respectively; $\delta(t)$ denotes modelling uncertainty. Here, the RIP system is required to satisfy system state and control input constraints described in polytopic form:

$$z(t) \in \mathbb{Z}(t), \quad u(t) \in \mathbb{U}(t) \quad (8)$$

where $\mathbb{Z}(t) \subseteq \mathbb{R}^{n_z}$ is closed, $\mathbb{U}(t) \subseteq \mathbb{R}^{n_u}$ is compact, and both are bounded convex sets that will be used for designing the robust control strategy, as will be discussed later. The modelling uncertainty of the robot dynamics is unknown, but holds that:

$$\delta(t) \in \mathbb{D}, \quad \mathbb{D} \subseteq \mathbb{R}^{n_\delta} \quad (9)$$

where \mathbb{D} is a bounded convex and compact set containing the origin in its interior. This set accounts for any uncertain realization including disturbances, subsystem interactions, and modelling errors.

2.2 Control Objectives

The major control objectives of this work are:

- **Rapidness:** The pendulum bar is lifted as fast as it approaches the stabilization region in the upward angular position of the inverted pendulum.
- **Transitivity:** The Fuzzy logic-based swing-up motion control of the pendulum bar is smoothly bypassed to a second phase of NMPC control devoted to the stabilization. It is assured evaluating angular position and speeds.

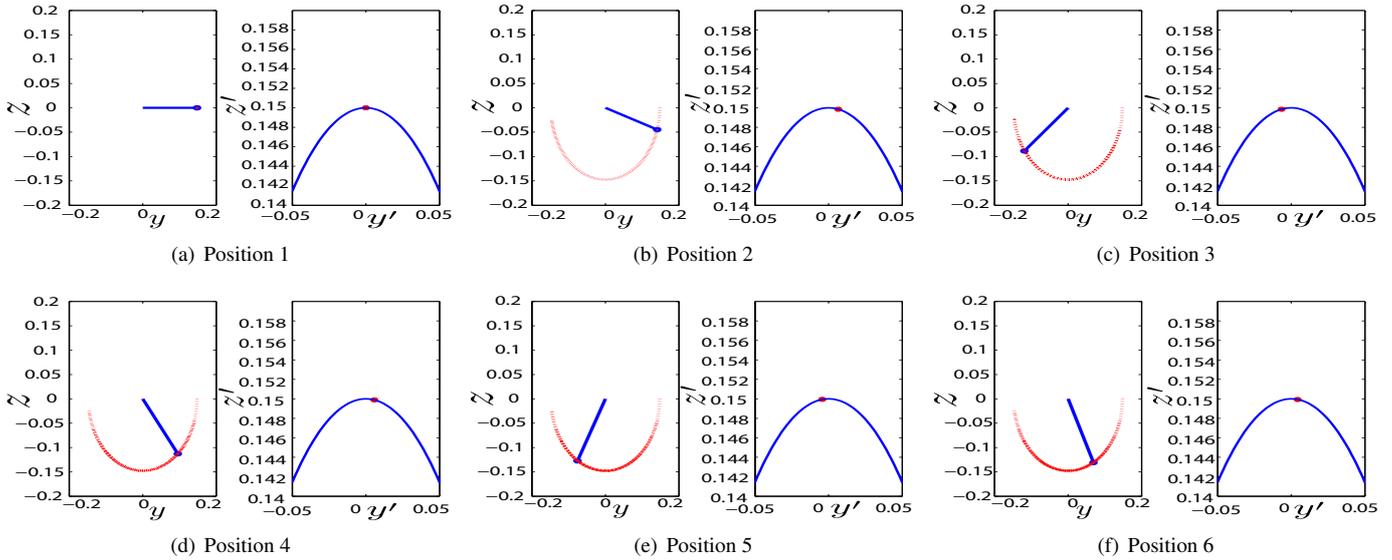


Figure 2. Open-loop trajectories of the rotational inverted-pendulum. Sequential angular positions of the pendulum bar and rotational arm are depicted to the left and right of each pair of position plots. Six pendulum bar positions are shown to describe the loss of energy for each oscillation of the RIP. The rotatory pendulum begins at the initial angular position $\theta_0(0) = \pi/2$.

- **Robustness:** According to the proposed NMPC policy, original constraints (8) are tightened with more restricted ones, which consider additive model uncertainties (9) and time-varying dynamics (7).
- **Performance:** An optimization problem based on the Real-Time Iteration (RTI) Scheme is solved at each sampling time obtaining proper control inputs as a compromise between deviations of the system trajectory from that of the reference one.
- **Control input and state constraint achievement:** This requirement is guaranteed by assuring robust constraints satisfaction in the optimization problem involved in the nominal predictive law.
- **Local asymptotic stability** is assured through a candidate Lyapunov function obtained for all uncertainty realization of the mismatch system.
- **Efficient on-line runtime** is guaranteed for the optimization problem raised in the nominal NMPC due to the effect of model uncertainties are already included within tightened constraints.

3. SWING-UP MOTION CONTROL STRATEGY

Swing-up motion control is aimed at lifting the pendulum bar from its stable resting position $\theta_0 = \pi$ [rads] to its upright unstable angular position $\theta_0 = 0$ [rads], where the stabilization controller is activated. As the pendulum bar can reach the upright position with a certain speed and acceleration due to the rotational base arm force and pendulum bar inertia, the swing-up motion control requires to anticipate such effect in order not to overpass the stabilization region. In this scenario, the goal of the swing-up controller is to take the pendulum close to an stabilization zone

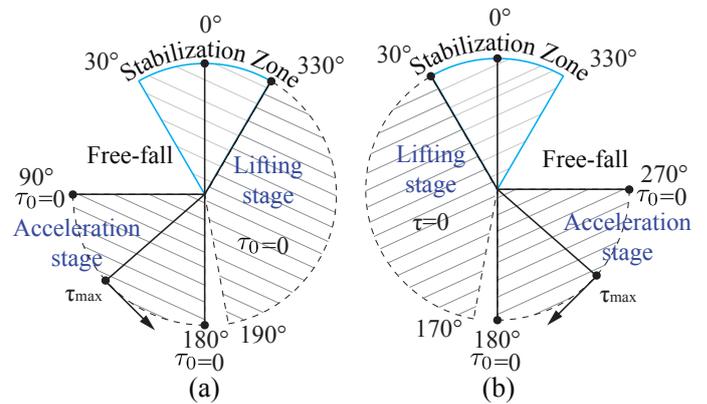


Figure 3. Stabilization zone and swing-up motion control stages to lift the RIP using the proposed Fuzzy set of rules. The left side of the figure shows the pendulum motion in counter-clockwise, whereas the right side for clockwise.

including the equilibrium position, instead of a single angular position. As the applied torque relies on the angular accelerations $\ddot{\theta}_0$ and $\ddot{\theta}_1$ through the nonlinear terms $\bar{J}_1 \sin^2(\theta_1)$ and $m_1 l_0 r_1 \cos(\theta_1)$ as in the proposed model (6), respectively, these terms influence the torque effect over the angular accelerations of the pendulum bar at any angular position θ_1 . Then, for sake of analysis, it is assumed that only $\ddot{\theta}_1$ has a potential contribution on the applied torque input to the rotatory base due to the fact that the effects of $\ddot{\theta}_0$ over the pendulum can be accounted as disturbances.

The swing-up control strategy is based on the energy-balance methodology, which is adapted for RIP systems from Muskinja and Tovornik (2006); Kizir et al. (2008). Fuzzy logic based on Takagi-Sugeno (T-S) model is employed to design the swing-up controller, which is defined by the pendulum bar angle error e_{θ_1} (i., difference between the reference and current pendulum arm angle position), angular speed error $e_{\dot{\theta}_1}$ (i., difference between the

Tabla 2. Base of Fuzzy rules to represent the Takagi-Sugeno model used in the design of the swing-up controller.

		e_{θ_1}						
$e_{\dot{\theta}_1}$		NA	ND	NS	Z	PS	PD	PA
P		NS	Z	NB	—	—	—	—
Z		—	—	—	N	—	—	—
N		—	—	—	—	PB	Z	PS

reference angular speed and current pendulum angular speed), and torque τ_0 as inputs and output of the swing-up controller. About fifty input-output pairs $[e_{\theta_1}, e_{\dot{\theta}_1}]$ and τ_0 are obtained according to the way the pendulum arm behaves as the control problem is solved with different initial conditions. Figure 3 shows a safety zone for the stabilization of the swing-up motion controller, and acceleration-deceleration regions in which an RIP system can approach a suitable swing-up control performance.

In order to balance and lift the inverted pendulum up to a stabilization zone comprised by the angular position range $\theta_1 \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ rads, the swing-up controller is designed according to the following considerations:

- It is selected a Fuzzy set with seven rules of the angular position error e_{θ_1} , evenly distributed within the operating range $[\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}]$ rads. Each element of this Fuzzy set denotes the Negative Acceleration (NA), Negative Deceleration (ND), Negative Start swing-up (NS), Zero (Z), Positive Start swing-up (PS), Positive Deceleration (PD), and Positive Acceleration (PA).
- It is chosen a set with three Fuzzy rules for the error of the angular speed $e_{\dot{\theta}_1}$, evenly distributed within the operating range $[-15, 15]$ rad/s. Each element of this Fuzzy set denotes the rotation direction of the pendulum, which corresponds to Negative (N) for clockwise, Zero (Z) for static angular position, and Positive (P) for counter-clockwise.
- For the full actuation range of the rotatory base arm, the control output τ_0 was divided into seven Fuzzy logic sets within the operating range comprised by $[-3, 3]$ Nm. The three sets of membership functions used to develop the swing-up motion controller are shown in Table 2, whereas Fig. 4 shows the fuzzy regions for acceleration and deceleration in which the controller is able to reach the stabilization zone.

Remark 1. It is worth of mentioning that previous experimentations disclose that increasing the torque actuation reduces the pendulum swings and minimizes the actuation time of the fuzzy controller to reach the stabilization zone, as shown in Fig. 5. Although the actuation time is reduced as fast as the torque actuation is increased, large torques on the rotatory base arm do not meaningfully impact over the reachability of the stabilization zone, thus finding that the minimum lifting time can be achieved through a maximal range of the torque actuation. For the case under study, it was found that the optimal torque value can operate within a threshold of ± 3 N for minimum lifting time.

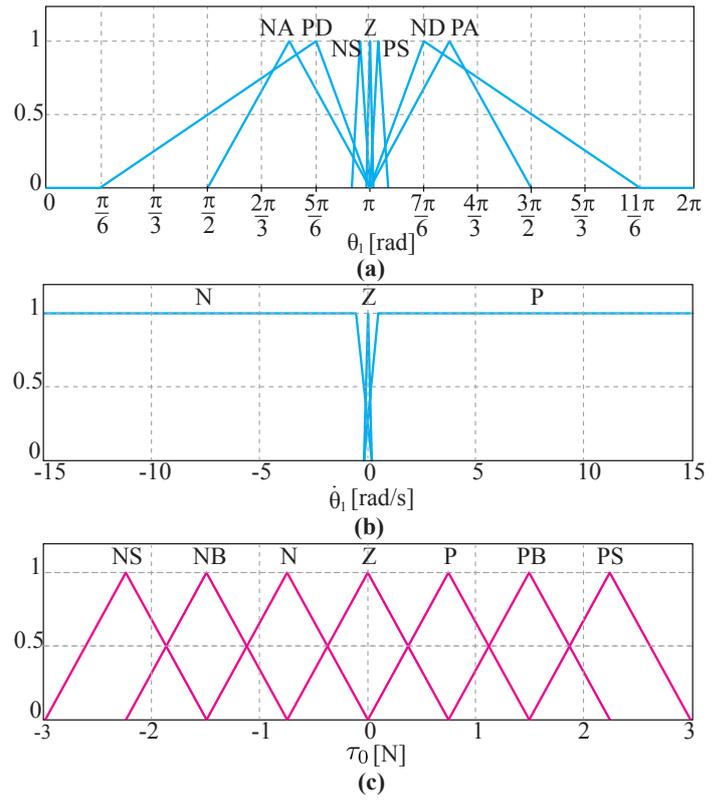


Figure 4. Membership functions for the Fuzzy model. Input partitions regarding the angular position of the pendulum bar θ_1 are shown in (a). Input partitions with respect to the angular speed $\dot{\theta}_1$ are shown in (b), whereas output partitions for the torque τ_0 are shown in (c).

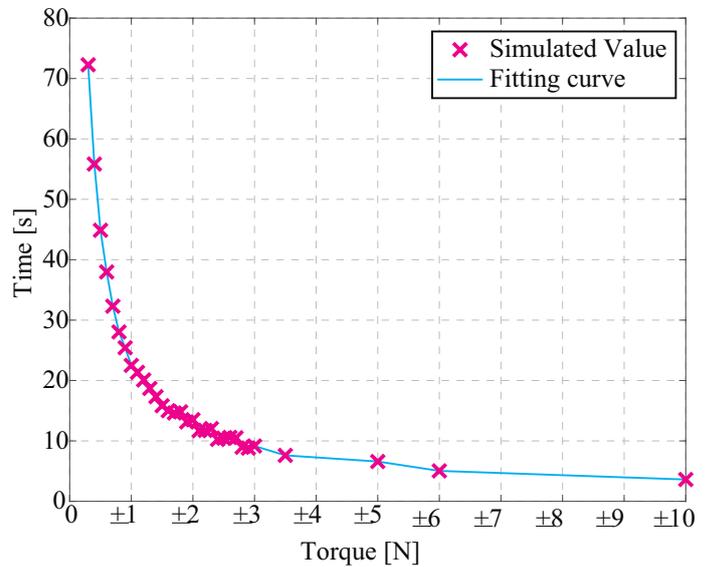


Figure 5. Effect of torque variation on fuzzy swing-up controller response time.

4. STABILIZING CONTROL OF THE ANGULAR POSITION

Once the rotational pendulum is able to reach the stabilization region, the control strategy used in the swing-up phase is switched to a stabilization approach using the NMPC framework to control the RIP system. This Section presents the proposed tube-based NMPC scheme as shown in Fig 6, detailing each one of its th-

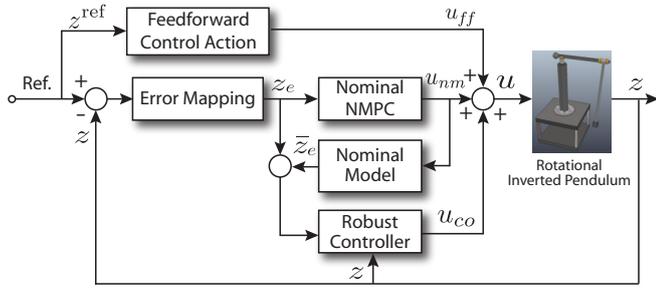


Figure 6. Graphical representation of the control scheme in block diagram for the T-NMPC. The control architecture combines feedforward, corrective and robust control actions to account for disturbances on the RIP system.

ree components, i.e., feedforward control u_{ff} , corrective control u_{co} , and nominal control action u_{nm} . In addition, an LMPC control structure is also described with the aim of comparing to that of the proposed control approach. The actual control input u is obtained by the summation of the feedforward control input u_{ff} , corrective control input u_{co} , and nominal control input u_{nm} , i.e., $u = u_{ff} + u_{co} + u_{nm}$. The following sub-sections detail the design for each control action mentioned.

4.1 Feedforward Control

As the feedback control input for the system dynamics only regulates the trajectory generated between the reference and actual system states, the control input must be combined with a feedforward action to counteract the effects of disturbances. The feedforward control input is derived from a pre-planned reference trajectory in which the RIP exactly describes its motion without acting disturbances, i.e., the system trajectory is evaluated with zero dynamics and disturbance-free reference trajectory. To determine the feedforward control action, the torque input τ_0 is evaluated within the pendulum model dynamics in (6). Accordingly, the reference torque, that comprises the feedforward control input $u_{ff} = \tau_0^{\text{ref}}$, is given by:

$$\begin{aligned} \tau_0^{\text{ref}} = & -\frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\theta}_0^{\text{ref}}\sin(2\theta_1) + m_1r_1l_0\dot{\theta}_1^{\text{ref}}\sin(\theta_1) \\ & -\frac{1}{2}m_1l_1^2\theta_0^{\text{ref}}\sin(2\theta_1). \end{aligned} \quad (10)$$

The reference trajectory described by the system states $z^{\text{ref}} = [\theta_0^{\text{ref}} \ \theta_1^{\text{ref}} \ \dot{\theta}_0^{\text{ref}} \ \dot{\theta}_1^{\text{ref}}]^T$ is formulated using the system model (6) in terms of the reference angular position and speeds as follows: $\theta_0^{\text{ref}} = \alpha$, $\theta_1^{\text{ref}} = 0$, $\dot{\theta}_0^{\text{ref}} = \omega$, and $\dot{\theta}_1^{\text{ref}} = 0$, where α and ω are give angular position and speed of the rotatory base, respectively. The defined feedforward control action ensures that the RIP is able to track and anticipate the reference trajectory only if there are no initial state errors, measurement errors, or uncertainties, thus a robust feedback control action is required.

4.2 Corrective Control

Some previous notation to describe operations in polytopic set-theory required here for the robust tube-based control strategy can be found in Blanchini (1999).

The nominal model associated with the nonlinear dynamics of the pendulum model in (7) can be written as:

$$\dot{\bar{z}}(t) = f(\bar{z}(t), \bar{u}(t)) \quad (11)$$

where $\bar{z}(t)$ and $\bar{u}(t)$ denote the state and control input of the uncertainty-free model, respectively. Since the difference between the actual and nominal system is required to correct the model mismatch, the deviation of the system error trajectory has been modelled as the difference between the tracking error dynamics and modelling error dynamics with respect to the nominal system. The previous procedure has led to a parameter-varying, discrete-time model in the form:

$$\Delta z_e(t_{k+1}) = A_e^d(p(t_k))\Delta z_e(t_k) + B_e^d(p(t_k))\Delta u_e(t_k) + w_e(t_k) \quad (12)$$

where t_k represents the current time; $p(t_k) \in \mathbb{R}^{n_p}$ stands for the parameter vector of the mismatch model; $\Delta z_e(t_k) = z_e(t_k) - \bar{z}_e(t_k)$ is the error vector associated to the tracking errors $z_e(t_k)$ and modelling errors $\bar{z}_e(t_k)$; $\Delta u_e(t_k)$ is the control input of the mismatch model, and $w_e(t_k)$ denotes unknown uncertainties of the modelling errors bounded in a compact set $W_e \subseteq \mathbb{R}^{n_w}$. The discrete-time model is obtained with the integral approximation method Sakhdari and Azad (2018), whose system matrices A_e^d and B_e^d are calculated with sampling time T_s .

For any permissible realization of the vector $p(t_k)$ enclosed within a polyhedra $\mathbb{P} \subseteq \mathbb{R}^{n_p}$, the system matrices: $A_e^d \in \mathcal{A}_e$ and $B_e^d \in \mathcal{B}_e$, also remain bounded and determined within the polytopes \mathcal{A}_e and \mathcal{B}_e . Note that the parametric model is characterized by a set of linear systems rather than only one, where each element of the set corresponds to a vertex system. Each vertex is characterized by the l^{th} -set of matrices $\{A_e^l, B_e^l\}$, which are generated by the extreme values of the parameter range. Thus, the polytopic sets of the system error satisfy $\mathcal{A}_e = \text{co}\{A_e^1, A_e^2, \dots, A_e^L\}$ and $\mathcal{B}_e = \text{co}\{B_e^1, B_e^2, \dots, B_e^L\}$, being $L = 2^{n_p}$ the total number of system vertices.

As preliminary objective, the control actions are required to compensate for tracking errors generated by disturbances while the control performance is reached. Hence, the control input $\Delta u_e(t_k)$, for the system error in (12) without considering uncertainties, is calculated as follows:

$$\Delta u_e(t_k) = K(t_k)(z_e(t_k) - \bar{z}_e(t_k)) \quad (13)$$

where $K(t_k)$ is a disturbance rejection controller gain that corrects the error trajectory as close as possible to the disturbance-free trajectory. As the dynamics of the error-based trajectory are required to be invariant to uncertainties, the nominal error-based control input $\bar{u}_e(t_k) = K(t_k)\bar{z}_e(t_k)$ is conditioned to tracking the reference trajectory. The design of the control gain $K(t_k)$ is required to regulate and stabilize the dynamics of the mismatch system, then assuming a candidate *Lyapunov* function defined by $\Gamma(\Delta z_e) = (\Delta z_e)^T P \Delta z_e$, the mismatch system is locally asymptotic stabilizing if there is a matrix $P = P^T > 0$ such that $\Gamma(\Delta z_e(t_{k+1})) - \Gamma(\Delta z_e(t_k)) < 0$ for all $\Delta z_e \neq 0$. In addition, in order to obtain the matrix P while reaching the upper bound of the LQR performance, it is considered that:

$$\Gamma(\Delta z_e(t_0)) \geq \min_{\Delta u_e} \sum_{t_k=0}^{\infty} \|\Delta z_e(t_k)\|_{Q_{LQR}}^2 + \|\Delta u_e(t_k)\|_{R_{LQR}}^2,$$

where $\|\cdot\|$ denotes the Euclidean norm, and Q_{LQR} and R_{LQR} are LQR weight matrices. Hence, the stabilizing condition, taking into account the candidate function $\Gamma(\Delta z_e(t_k))$ and the previous performance specification, is:

$$\Gamma(\Delta z_e(t_{k+1})) - \Gamma(\Delta z_e(t_k)) \leq \Gamma_{LQR}(\Delta z_e(t_k)). \quad (14)$$

As in Gonzalez et al. (2009), after replacing Γ and Γ_{LQR} by their corresponding functions in (14), the new requirement can be arranged according to the following condition:

$$P - (A_e^l + B_e^l \kappa^l)^T P (A_e^l + B_e^l \kappa^l) \geq Q_{LQR} + \kappa^{lT} R_{LQR} \kappa^l, \quad (15)$$

where κ^l is the local control gain that corrects the mismatch on the trajectory of the l^{th} -vertex system on the extreme realization of the polytope \mathbb{P} . Taking the Schur complement to transform the nonlinear condition (15) into convex inequalities, it holds that:

$$\begin{bmatrix} P & (A_e^l + B_e^l \kappa^l)^T & Q_{LQR}^{T/2} & (R_{LQR}^{1/2} \kappa^l)^T \\ A_e^l + B_e^l \kappa^l & P^{-1} & 0 & 0 \\ Q_{LQR}^{1/2} & 0 & I & 0 \\ R_{LQR}^{1/2} \kappa^l & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (16)$$

Operating the previous Linear Matrix Inequalities (LMIs) with homogeneous transformations $P = W^{-1}$ with $W > 0$, setting $Y^l = \kappa^l W$, and pre- and post-multiplying by a matrix $\text{diag}(W, I, I, I)$ of appropriate dimensions, it follows that:

$$\begin{bmatrix} W & * & * & * \\ A_e^l W + B_e^l Y^l & W & * & * \\ Q_{LQR}^{1/2} W & 0 & I & * \\ R_{LQR}^{1/2} Y^l & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (17)$$

where $*$ denotes symmetry, and matrices W, Y^l are decision variables obtained from the solution of the following linear maximization problem:

$$\begin{aligned} & \max_{W, Y^l} \quad \text{Trace}(W) \\ & \text{s.t.} \quad (17), \forall l \in [1, \dots, L]. \end{aligned} \quad (18)$$

As a result of the previous optimization problem, the matrix $P = W^{-1}$, and an l -number of control gains $\kappa^l = Y^l W^{-1}$ are determined. The feedback control gain $K(t_k)$ can be obtained by the convex combination of the gains κ^l through an affine interpolation function. Finally, the control input calculated by the local corrective control gain $K(t_k)$ contributes with the applied control input u as a feedback control action such that $u_{co} = K(t_k)(z_e(t_k) - \bar{z}_e(t_k))$.

4.3 Nominal NMPC

As the RIP model entails uncertainties due to unknown modelling dynamics, predictions can generate relevant losses in the tracking control performance if large model mismatch occurs. Thus, to strength robust control actions on the pendulum dynamics, the design of a tube-based control strategy is taken into account. The methodology is based on prediction trajectories centred around the uncertainty-free ones subject to tight constraints. As in Kouvaritakis and Cannon (2015), the robust feedback control action for nonlinear systems can be written according to the control law

$u(t_k) = \bar{u}(t_k) + u_e(t_k)$, where $u_e(t_k)$ is the tracking error-based input previously calculated in (13) and $u_{nm} = \bar{u}(t_k)$ is the input generated by a nominal NMPC. Then, the optimization problem associated to the nominal control system is:

$$\begin{aligned} & \min_{\bar{z}(\cdot), \bar{u}(\cdot)} \int_{t_k}^{t_k+t_N} [J(t, \bar{z}, \bar{u})] dt + J_N(t_k + t_N, \bar{z}, \bar{u}) \\ & \text{s.t.} \quad \bar{z}(t_k) = \hat{z}(t_k) \\ & \quad \dot{\bar{z}}(t) = f(\bar{z}(t), \bar{u}(t)) \\ & \quad \bar{z}_N(t + t_N) \in \bar{\mathbb{Z}}_N \\ & \quad \bar{z}(t) \in \bar{\mathbb{Z}}(t), \quad \forall t \in [t_k, t_k + t_N] \\ & \quad \bar{u}(t) \in \bar{\mathbb{U}}(t), \quad \forall t \in [t_k, t_k + t_N] \end{aligned} \quad (19)$$

with:

$$\begin{aligned} J(t, \bar{z}, \bar{u}) &= \|z^{\text{ref}}(t) - \bar{z}(t)\|_{\bar{Q}}^2 + \|u^{\text{ref}}(t) - \bar{u}(t)\|_{\bar{R}}^2 \\ J_N(t + t_N, \bar{z}, \bar{u}) &= \|\bar{z}^{\text{ref}}(t + t_N) - \bar{z}(t + t_N)\|_{\bar{P}_N}^2 \end{aligned} \quad (20)$$

where t_N denotes the prediction horizon; \bar{Q} and \bar{R} are symmetric positive definite matrices, which provide the capability of tuning performance; J is the stage cost function that describes the control objectives; J_N is the terminal cost function with stabilizing matrix \bar{P}_N . As the matrix \bar{P}_N is usually hard to calculate for nonlinear systems without increasing conservativeness, it was assumed as a designing parameter. The term $\bar{\mathbb{Z}}_N$ denotes the nominal constraint set of the prediction terminal region to ensure robust constraint satisfaction, which is calculated adopting the one-step predictor Gonzalez et al. (2009). The optimization problem is solved using the Real-Time Iteration scheme as that available in the ACADO Toolkit Houska et al. (2011). The Global optimality cannot be guaranteed because the optimization problem (19) is non-convex. The overall closed-loop stability is not performed here due to the scope of this work.

Constraints on the nominal system are defined in the following. As system state trajectories are required not to exceed specified state and control input constraints (8) and uncertainty sets (9), the underlying insights from tube-based control are proposed as an alternative to impose a set of more tightened constraints; $\bar{\mathbb{Z}}(t_k)$ and $\bar{\mathbb{U}}(t_k)$, under which the error evolves in such restricted sets. Thus, new constraints can be proposed:

$$\bar{\mathbb{Z}}(t_k) = \mathbb{Z} \ominus \mathbb{Z}_e(t_k), \quad \bar{\mathbb{U}}(t_k) = \mathbb{U} \ominus \mathbb{U}_e(t_k) \quad (21)$$

where the sets $\mathbb{Z}_e(t_k)$ and $\mathbb{U}_e(t_k)$ stand for constraints on predictions of the error states and control input, respectively. Following, as the mismatch model states and control input hold that $\Delta z_e(t_k) = z_e(t_k) - \bar{z}_e(t_k)$ and $u_e(t_k) = \bar{u}_e(t_k) + K(t_k)\Delta z_e(t_k)$, constraints on the error system in polytopic form must also satisfy that:

$$\mathbb{Z}_e(t_k) = \bar{\mathbb{Z}}_e(t_k) \oplus \Delta \mathbb{Z}_e(t_k), \quad \mathbb{U}_e(t_k) = \bar{\mathbb{U}}_e \oplus K(t_k)\Delta \mathbb{Z}_e(t_k) \quad (22)$$

The difference between the actual $z(t)$ and nominal states $\bar{z}(t)$ accounts for additive model uncertainties $\delta(t) \in \mathbb{D}$. Thus, replacing the error constraints (22) in (21) along with uncertainty polytopic set \mathbb{D} , the set of nominal constraints can be rewritten as follows:

$$\bar{\mathbb{Z}}(t_k) = \mathbb{Z} \ominus \mathbb{D} \ominus \mathbb{T}(t_k), \quad \bar{\mathbb{U}}(t_k) = \mathbb{U} \ominus \mathbb{V} \ominus K(t_k)\mathbb{T}(t_k) \quad (23)$$

where the polytope $\mathbb{V} = \bar{\mathbb{U}}_e$ represents a set of prescribed constraints on the control input of the nominal mismatch system; $\mathbb{T}(t_k) = \Delta \mathbb{Z}_e(t_k)$ is the polytope referred as the *tube*, which stands for all possible deviations on the mismatch system states. Since constraints must be tightened as system states deviate from the disturbance-free trajectory, these constraints will change on-line according to the error dynamics (12). Then, the sequence of polytopes, capable of reaching any realization of the closed-loop mismatch system with initial polytope $\mathbb{T}(t_0|t_k) = \{0\}$, is given by:

$$\mathbb{T}(t_{k+1}|t_k) \triangleq \bigcup_{\substack{A_e^l \in \mathcal{A}_e, \\ B_e^l \in \mathcal{B}_e}} (A_e^l + B_e^l K(t_k)) \mathbb{T}(t_k|t_k) \oplus \mathbb{W}_e$$

$$\forall l \in [1, \dots, L], \forall t_k \in [0, \dots, t_{N-1}]$$

where $\mathbb{T}(t_{k+1}|t_k)$ represents the one-step prediction set of all reachable deviations of the error states at current time t_k . Finally, the compact representation of the reachable set for all system realization with closed-loop dynamics $A_{cl}^l = A_e^l + B_e^l K(t_k)$ is as follows:

$$\mathbb{T}(t_{k+1}|t_k) = \bigcup_{A_{cl}^l \in \mathcal{A}_{cl}} \begin{cases} \prod_{i=0}^k A_{cl}^l(t_i|t_k) \mathbb{T}(t_k|t_k) \oplus \bigoplus_{i=0}^{k-1} \prod_{j=0}^i A_{cl}^l(t_j|t_k) \mathbb{W}_e, & k > 0 \\ \mathbb{T}(t_k|t_k), & k = 0 \\ \forall l \in [1, \dots, L], \forall k \in [0, \dots, N-1]. \end{cases}$$

Remark 2. It is worth of mentioning that the online calculation of the tightened system constraints involves additional computational cost, but reduced for a conservative number of constrained system states. In addition, the computational performance depends on the appropriate selection of N .

4.4 Linear MPC

The linear MPC controller is designed using the model linearisation with first-order Tylor approximations, which formulation can be described by:

$$\dot{z}_\delta(t) = A(t)z_\delta(t) + B(t)u_\delta(t) \quad (24)$$

where the matrices $A(t) = \frac{\partial f}{\partial z}(z(t), u(t))$ and $B(t) = \frac{\partial f}{\partial u}(z(t), u(t))$, in the operating point $z(t_0) = z_{\delta 0}$, are:

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{gm_1^2 l_0 r_1^2}{\det(M)} & \frac{\bar{J}_1 d_0}{\det(M)} & \frac{m_1 l_0 r_1 d_1}{\det(M)} \\ 0 & -\frac{\bar{J}_0 m_1 r_1 g}{\det(M)} & -\frac{m_1 l_0 r_1 d_1}{\det(M)} & -\frac{d_1 \bar{J}_0}{\det(M)} \end{bmatrix}$$

$$B(t) = \frac{1}{\det(M)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\bar{J}_1 \\ m_1 l_0 r_1 \end{bmatrix}$$

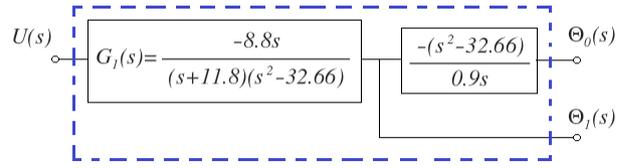


Figure 7. Graphical representation of the RIP system and its separated subsystems.

The RIP system in state space for the linearised model under study (with parameters in Table 1) becomes:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{\delta,0} \\ \dot{z}_{\delta,1} \\ \dot{z}_{\delta,2} \\ \dot{z}_{\delta,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.52 & 0.38 & 0 \\ 0 & 30.1 & 0.048 & -0.27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\delta,0} \\ z_{\delta,1} \\ z_{\delta,2} \\ z_{\delta,3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -8.16 \\ 3.72 \end{bmatrix} u_\delta(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\delta,0} \\ z_{\delta,1} \\ z_{\delta,2} \\ z_{\delta,3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u_\delta(t). \quad (25)$$

Taking into account the linear state space representation of the model (25), the transfer functions associated to the variables of interest; Θ_0 for the rotatory base angular position and Θ_1 for the pendulum bar angular position, the transfer function of the overall system can be obtained with $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$. Then, the resulting subsystems are given by:

$$\Theta_0(s) = \frac{9.8}{s(s+11.8)}U(s)$$

$$\Theta_1(s) = \frac{-8.82s}{(s+11.8)(s^2-32.66)}U(s) \quad (26)$$

Under the analysis of the previous transfer functions, the subsystem dynamics related to the pendulum arm are stable and comprise an integrator, where the solution for this part includes only a proportional controller (P). On the other hand, for the pendulum bar, it is observed that this subsystem corresponds to dynamics of non-minimum phase with an unstable pole in $s_{1,2} = -\pm \sqrt{32.66}$. Furthermore, both subsystems are relatively fast due to the pole location in $s = -11.8$. Then, to simplify the design of the controller, the overall RIP system is separated into two independent transfer functions working in cascade mode due to the separability analysis performed in Section 2. Figure 7 shows the overall system separated into the two subsystems within a single system representation.

Note that the idea of separating the overall system into two subsystems as if they were independent simple input-simple output subsystems, leads the design to reduce considerably the system architecture and allows to apply LMPC to the subsystem represented by the transfer function of $\Theta_1(s)$. Figure 8 shows the overall control system architecture, where the controller $K_1(s)$ represents the proportional control gain for the stable output $\Theta_0(s)$ and $K_2(s)$ denotes the internal gains obtained from the LMPC controller for the unstable output $\Theta_1(s)$.

The cost function associated to the optimization problem for the

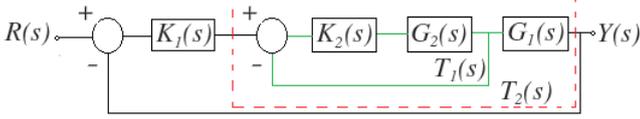


Figure 8. Representation of the linearised system in a cascade control system architecture. The green solid square represents the internal loop $T_1(s)$ devoted to control the transfer function $G_2(s)$ with the MPC control gain K_2 , whereas the red dotted square for the open loop transfer function $T_2(s)$.

LMPC controller is :

$$J = (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta u_+^T \Gamma \Delta u_+ \quad (27)$$

where R_s represent the vector of the augmented reference for the prediction horizon N ; Δu_+ denotes the incremental control input; Γ denotes a positive-definite matrix weighting the incremental control input, and Y is the predicted system outputs. Such outputs can be represented within the horizon prediction according to the predictions $Y = H\Delta u_+ + Fv_\delta(k)$, where the incremental control input is described by $\Delta u_+ = [\Delta u(k) \ \Delta u(k+1) \ \dots \ \Delta u(k+M-1)]^T$. The matrices H and F of the output prediction model are:

$$H = \begin{bmatrix} C_e B_e & 0 & \dots & 0 \\ C_e A_e B_e & C_e B_e & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_e A_e^{N-1} B_e & C_e A_e^{N-2} B_e & \dots & C_e B_e \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} C_e A_e \\ C_e A_e^2 \\ \vdots \\ C_e A_e^N \end{bmatrix}$$

with augmented model $v_\delta(k+1) = A_e v_\delta(k) + B_e \Delta u(k)$, and linearised system matrices A_e and B_e of the augmented discrete model:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_\delta(k+1) \\ u_\delta(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\delta(k) \\ u_\delta(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 1 \end{bmatrix} \Delta u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\delta(k) \\ u_\delta(k-1) \end{bmatrix} \\ v_\delta(k) &= \begin{bmatrix} z_\delta(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

Then, the solution $\Delta u(k)^o$ for the optimization control problem in (27) can be explicitly obtained by:

$$\Delta u_+^o = (H^T H + \Gamma)^{-1} H^T (R_s - Fv(k)) \quad (29)$$

according to the control policy of receding horizon, the control input $\Delta u(k)^o$ to be applied to the RIP system with time-varying reference trajectory $r(k)$ is :

$$\Delta u(k)^o = N(H^T H + \Gamma)^{-1} H^T (Nr(k) - Fv(k)) \quad (30)$$

or,

$$\Delta u(k)^o = K_1 r(k) - K_2 v(k) \quad (31)$$

where the proportional gain K_1 and the predictive control gain K_2 for the controller MPC can be identified from (31) as:

$$K_1 = N(H^T H + \Gamma)^{-1} H^T N \quad (32)$$

and,

$$K_2 = N(H^T H + \Gamma)^{-1} H^T F \quad (33)$$

The MPC gains found for a prediction horizon $N = 10$ and $\Gamma = 0.8I_2$ are:

$$K_1 = 0.02, \quad K_2 = [-27 \quad -1.06 \quad -4.29 \quad -2.85]^T \quad (34)$$

The stability of the closed-loop control system is analysed using control gains K_1 and K_2 , under which the transfer functions T_1 and T_2 for each subsystems are given by:

$$\begin{aligned} T_1(s) &= \frac{-25.416(s^2 - 32.66)}{(s + 20.94)(s + 0.4168)(s^2 + 17.65s + 95.1)} \\ T_2(s) &= \frac{-1270.81(s^2 - 32.66)}{s(s + 14.09)(s + 12.98)(s + 12.21)} \end{aligned} \quad (35)$$

It is worth of mentioning that under the analysis of both closed-loop transfer functions $T_1(s)$ and $T_2(s)$ for the subsystems, the overall system is stable with control gains K_1 and K_2 due to all poles are located at the left-half plane of the root site.

5. FUZZY-MPC FRAMEWORK: INTELLIGENT BYPASS

This Section describes the intelligent bypass and their conditions to switch the swing-up motion controller towards the stabilization of the pendulum bar carried out with the predictive controller. To do so, a hysteresis algorithm allows a secure and fast switching mode between both proposed motion control strategies. Also, it is guaranteed a smooth control switching in such a way that the pendulum motion does not loose stability.

Previous experimentations disclose that the stabilization zone defined by the angular position of the pendulum bar lies within a range given by $\theta_1 \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$, thus guaranteeing the suitable commutation of the Fuzzy logic-based controller and the predictive controller. The maximum torque must be within the range of 0.4N up to 3.9N according to the pendulum structure under study to assure the pendulum lifting and to avoid destabilization when the systems commutes between control techniques, as shown in Fig. 9. Likewise, the switching system is capable of bypassing between control techniques when the pendulum angular velocity is reduced as the angular position of the pendulum bar reaches the stabilization zone (i.e., close to 0[rads]). The intelligent bypass is capable of measuring torque actuation, speed and acceleration of the pendulum bar to decide if the pendulum is in conditions of stabilization. Furthermore, if the predictive control algorithm is unable to control due to high perturbations or if the angular position does not reach the stabilization zone, the fuzzy swing-up algorithm is activated to begin a new control cycle.

6. EXPERIMENTAL RESULTS

Before carrying out robustness tests, two trial cases are reported to quantitatively assess and compare the performance of the proposed controllers. For the first and second case, the proposed controllers were implemented in a simulated RIP system using Simulink in the Matlab 2018a development platform from

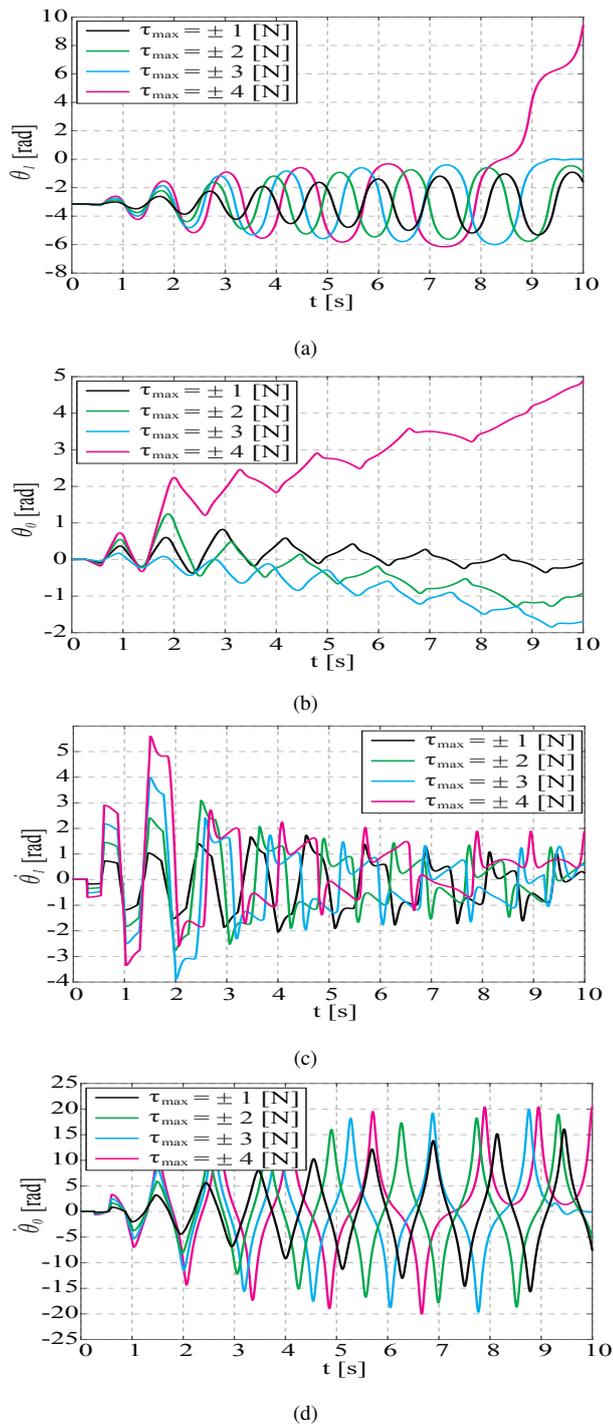


Figure 9. Several trials to determine the maximal torque actuation at minimum swing-up time. The angular position of the rotatory arm and pendulum bar are shown in (a)-(b), whereas their speeds in (c)-(d), respectively.

MathWorks®, Natick, MA, USA, whose technical parameters can be shown in Table 1 and the simulation scheme can be shown in Fig. 10. For the third case, the controllers were tested using a RIP model built in the simulation environment VRep under the Robotic Operative System (ROS) middleware on Windows, as shown in Fig. 11. The simulation platform was used to synchronize feedback information and distribute the control tasks in parallel nodes. The pendulum model was provided of and IMU/INS with

GPS-aided sensors to obtain orientation and rotational speeds, and an RTK-GPS to achieve high-accuracy positioning. Sensors and other components were integrated in a centralized architecture to allocate the torque command on the pendulum base actuator.

For the first case, the proposed controller was tested swinging-up the rotational pendulum, and thus it was evaluated under external disturbances acting on the system. The second test consisted on assessing the stability of the pendulum system for two scenarios, i.e., with and without considering disturbances. The third trial consisted on evaluating robust control performance of the proposed controllers by tracking a reference trajectory. The three tests are detailed in the following.

6.1 Swing-up Test

This test is performed through three simulation cases. The lifting of the pendulum starting from a resting position is tested in the first case. The second case is devoted to test if the swing-up motion control is capable of recovering the pendulum from external disturbances without exceeding the stabilization region, whereas the third case verifies if the pendulum is able to recover when overpasses the stable zone. The simulation results for the three cases can be seen in Fig. 12. The results for the first case shows that the Fuzzy logic-based controller starts swinging the pendulum arm by applying an initial torque input to the rotatory base, increasing the angular position of the pendulum bar until reaching the stabilization point from an initial angular position at the downward equilibrium point $\theta_1 = -180^\circ$. The pendulum bar performs around four oscillations within a swinging time of 7.5s before achieving the upward pendulum position. The results for the second case shows that even an external disturbance affect the pendulum bar stabilization, the swing-up motion control is not activated due to the pendulum has not leave the stabilization region. As the external disturbance leads the pendulum out of the stabilization region, the swing-up motion controller is activated and the pendulum over the loss of stability, as shown in the third test case of Fig. 12.

6.2 Robustness and Stabilization Test

This test is carried out with the proposed tube-based NMPC controller in order to stabilize the pendulum arm in the upward position. In addition, for comparison purposes, the linear MPC (LMPC) approach is implemented with the aim of stabilize the RIP system. Figure. 13 shows the simulation results performed in a trial time set to 10s. By inspection, the control performance of the tube-based NMPC control approach enhances with respect to that of the LMPC. The overshoot of the angular position of the pendulum bar is decreased with the proposed controller due to the effect of the robust constraints on the angular speed of the rotatory arm. Although the angular position of the pendulum bar obtained with the LMPC is faster than the one of the T-NMPC, this variable does not show relevant overshoot for the proposed controller. In addition, the angular speed of the rotatory base is faster using the T-NMPC than that of the LMPC because correc-

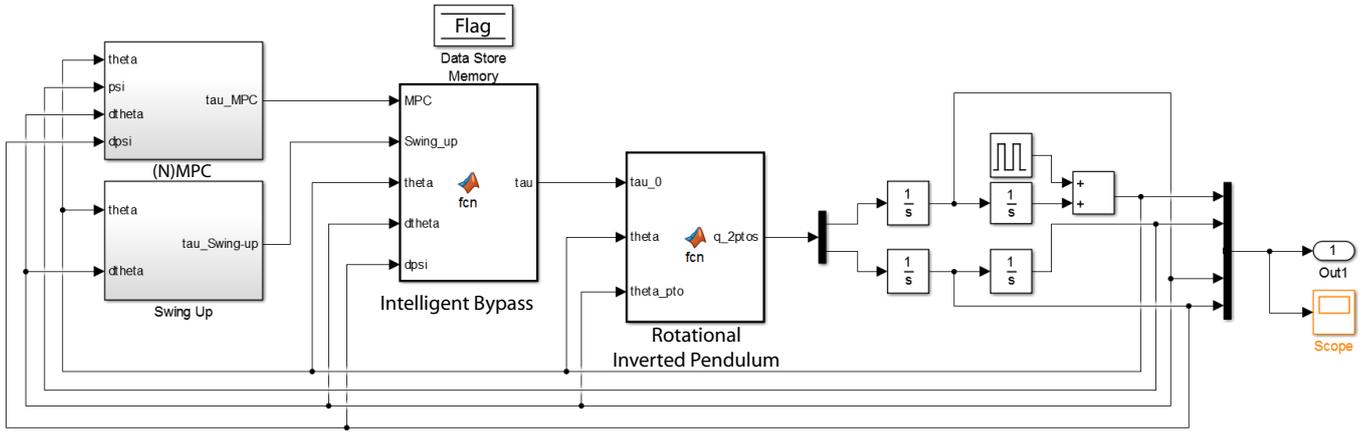


Figure 10. Simulation scheme for the first and second trials. The first trial consisted on assessing the control performance of the swing-up scheme, whereas the second test is devoted to evaluate performance of the NMPC within the stabilization region.

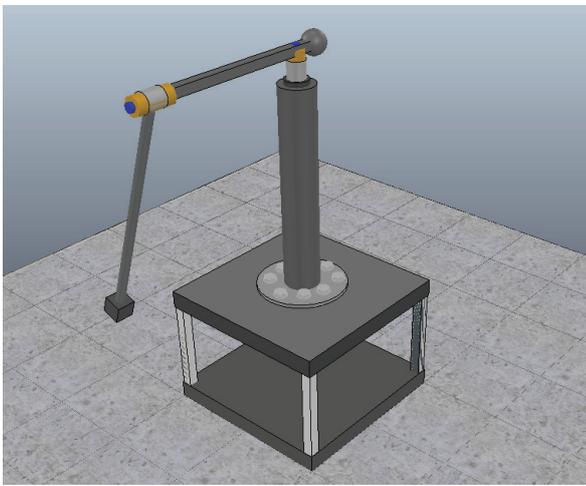


Figure 11. Simulation model of the Furuta pendulum under study, which was used for the third test. The third test is devoted to assess robust performance of the proposed controllers.

tive and feedforward control actions are included in the proposed robust controller. In order to obtain a quantitative of the control performance of the motion controllers, it was used the maximum absolute value of the errors $e_{\theta,1}$ and $e_{\dot{\theta},1}$ Delibasi et al. (2007) for each algorithm. In this scenario, while the pendulum bar is stable around the equilibrium point, the maximum absolute angular position error for the pendulum bar using the T-NMPC is $e_{\theta,1}^{\max} = 1.1[\text{rads}]$, whereas $e_{\theta,1}^{\max} = 1.55[\text{rads}]$ for the LMPC controller. The angular speed of the pendulum bar using the T-NMPC becomes $e_{\dot{\theta},1}^{\max} = 1.26[\text{rads/s}]$, whereas for the LMPC is $e_{\dot{\theta},1}^{\max} = 1.56[\text{rads/s}]$. In this scenario, the control performance of the tube-based NMPC improves that of the LMPC.

6.3 Trajectory Tracking Test

In this experiment, the pendulum was devoted to tracked an oscillatory-typed reference trajectory to evaluate robustness of the proposed controller under the proposed T-NMPC controller. Such trajectories allowed to investigate control performance for the full operating range of the stabilization zone. The reference trajectory

was designed in such a way that only the angular position of the rotatory bar was devoted to track the oscillations while the pendulum bar kept within the stabilization zone. Then, the pre-planned reference trajectory was $z^{\text{ref}}(t) = [-30\cos(2\pi \times 60t) \ 0 \ 0 \ 0]^T$ with initial angular position of the rotatory base set to $-30[\text{degrees}]$. The resulting four system states and control input of the RIP for the trajectory tracking test can be shown in Fig. 14. By inspection, the proposed T-NMPC and LMPC are capable of maintaining the pendulum bar within the stabilization zone while the rotatory base tracks the oscillatory reference trajectory; however, the positioning errors are reduced with the T-NMPC control approach compared to that of the LMPC. Similarly, it is remarkable that the oscillations of the pendulum bar has lower amplitude with T-NMPC than the one of LMPC while tracking the reference trajectory, mainly due to the inertias (i.e., internal disturbance) of the pendulum bar by the rotatory base motion. With respect to the maximum absolute value of the errors $e_{\theta,1}$ and $e_{\dot{\theta},1}$, the maximum tracking error $e_{\theta,1}$ does not overpass $\pm 2.5[\text{degrees}]$ from the upright equilibrium point at reduced angular speed of the pendulum bar about $\pm 5[\text{degrees/s}]$ using the T-NMPC control strategy. Then, it is worth of mentioning that the T-NMPC control approach is capable of taking advantage of non-linearities of the system model and meeting constraint unlike its linear counterpart.

7. CONCLUSIONS

In this work, a robust tube-based NMPC (T-NMPC) framework has been developed and validated on Rotational Inverted-Pendulum (RIP) systems by swinging-up, stabilizing and tracking pre-planned time-based trajectories subject to disturbances. Based on a prediction dynamical model that stands for the RIP motion dynamics, the control strategy has been raised within a centralized control scheme to increase robust control performance of the overall system. Specifically, the control approach was aimed at reinforcing robustness in the trajectory tracking NMPC performance while maintaining asymptotic stability and meeting robust constraints against external disturbances, which was the main contribution of the work. The proposed T-NMPC framework integrated: a) a feedforward control action to anticipate disturbances, and b) a corrective feedback control action to regulate tracking errors

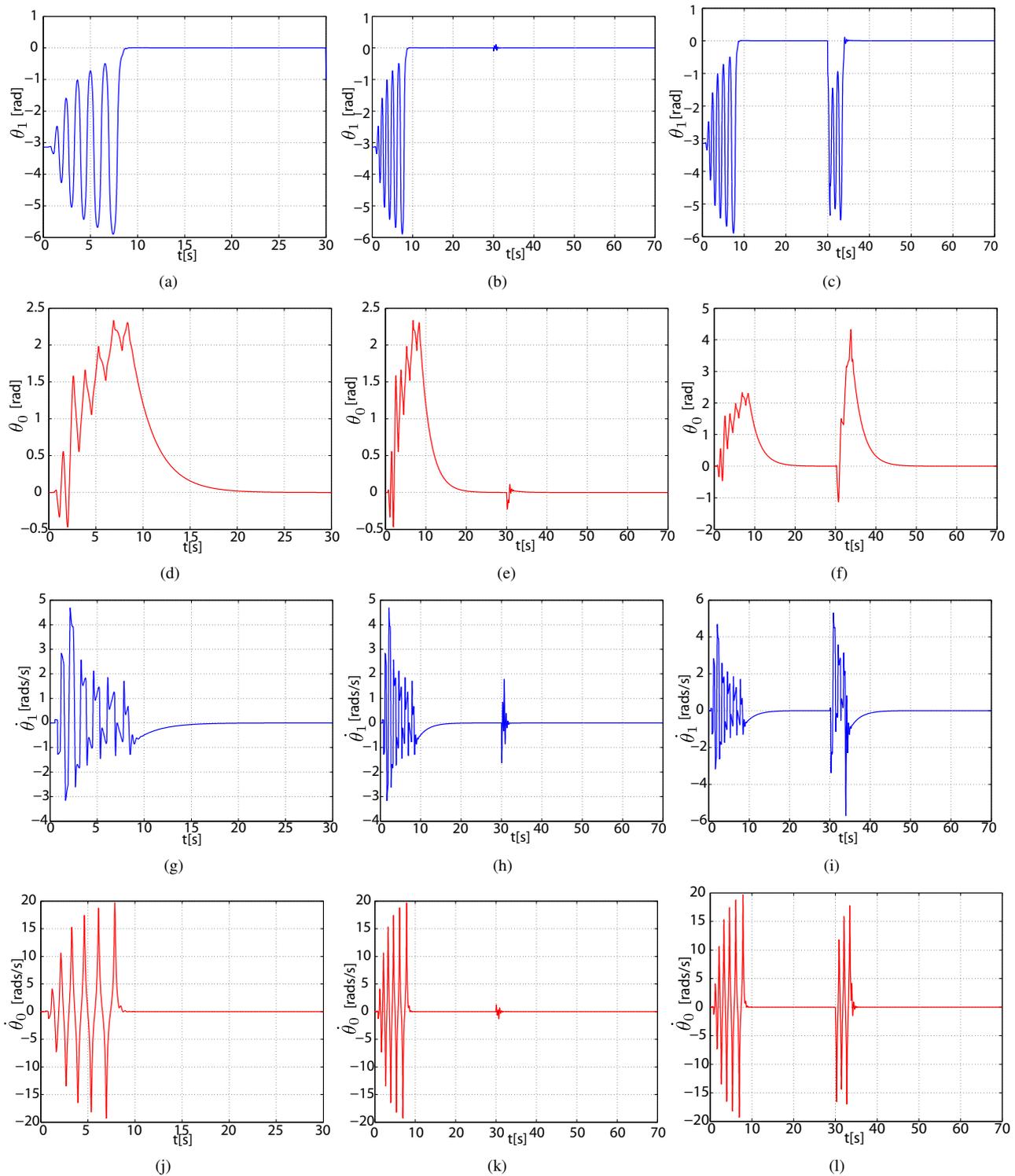


Figure 12. Results for the first simulation test. The first column represent to the results of the first trial in which the swing-up motion system is able to lift the pendulum starting from the resting angular position. The second column shows the RIP response against external disturbances acting at $t = 30[s]$. The last column shows the third trial in which the pendulum bar is capable of recovering from external disturbances as the pendulum bar leaves the stable region. From top to bottom rows, it is shown the angular position and speeds of the rotatory arm and pendulum bar.

combined with that of a nominal NMPC to keep the system states around disturbance-free trajectories within feasible tightening constraints (i.e., tubes). Additionally, the RTI scheme was adopted here to solve explicitly the optimization problem associated to the T-NMPC framework. The outcome of the experimental trials

shows that robust performance of the T-NMPC controller can be strengthened against disturbances acting on the closed-loop control system when comparing to inherently-robust linear predictive controllers.

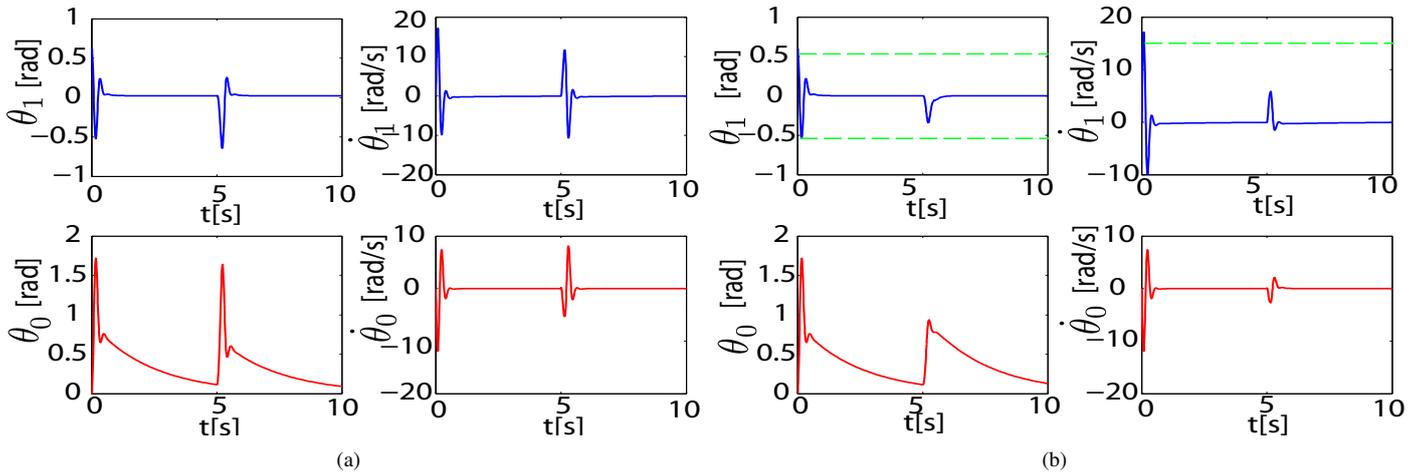


Figure 13. Results for the second simulation test. The outcome of the linear MPC to control the pendulum arm within the stabilization region are shown in (a), whereas for the proposed robust T-NMPC in (b). An external disturbance is applied to the top of the pendulum bar in both case studies at $t = 5s$. It is shown that robust constraints on the angular position and speeds are met despite disturbance acting on the RIP system. Note that the overshoot of system response regarding the angular position of the pendulum bar is reduced with the robust T-NMPC with respect to that of the NMPC approach.

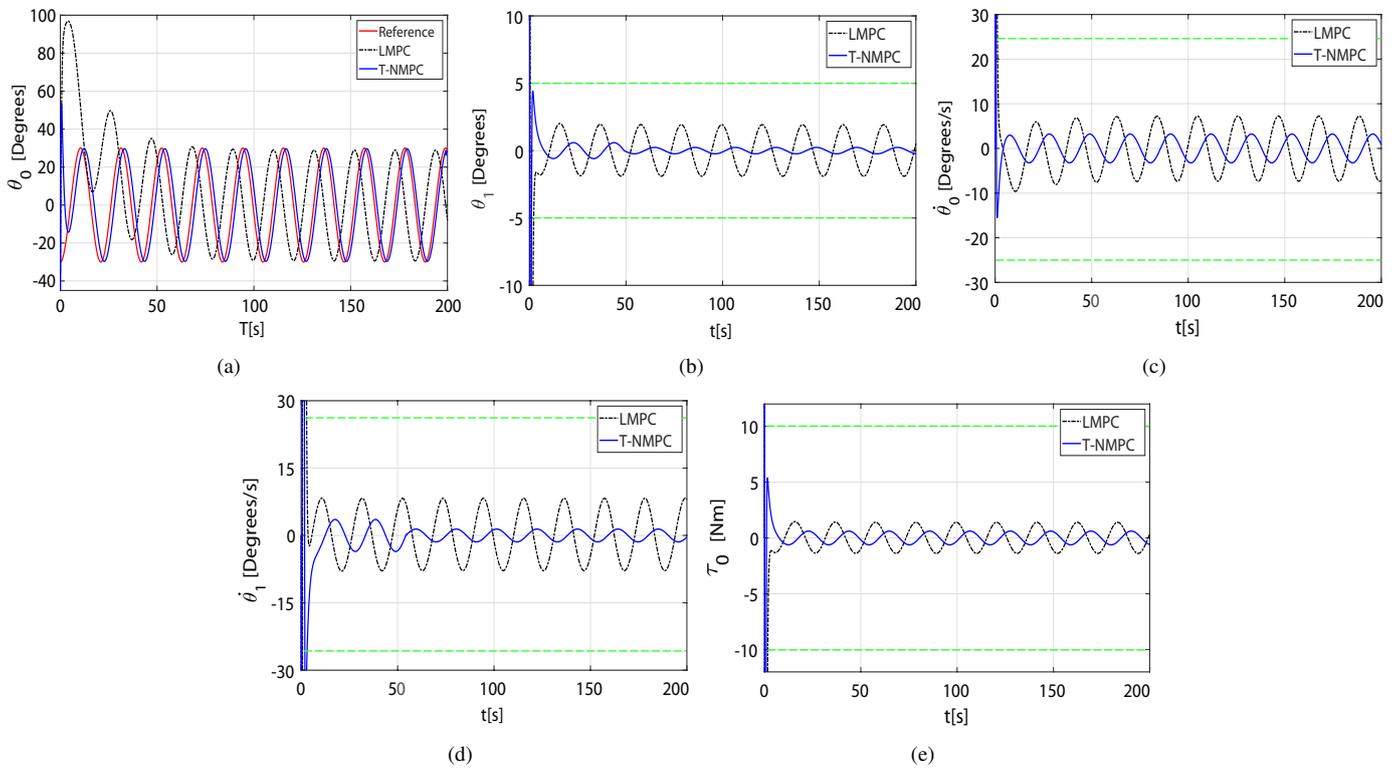


Figure 14. Results for the third test using the proposed T-NMPC and LMPC controller while tracking an oscillatory reference angular position for the rotatory base. It is shown that the proposed T-NMPC controller is capable of tracking the oscillatory trajectory, whereas the LMPC tracks the reference trajectory even positioning error can be shown by inspection. The green dotted lines represent the state or control input constraints.

REFERENCE

Bakarac, P., Klauco, M., and Fikar, M. (2018). Comparison of inverted pendulum stabilization with pid, lq, and mpc control. In *2018 Cybernetics Informatics (KI)*, pages 1–6.

Blanchini, F. (1999). Set invariance in control. *Automatica*, 35(11):1747–1767.

Delibasi, A., Kucukdemiral, I. B., and Cansever, G. (2007). A

robust pid like state-feedback control via lmi approach: An application on a double inverted pendulum system. In *2007 International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, pages 374–379.

Duan, K., Fong, S., and Chen, C. L. P. (2020). Fuzzy observer-based tracking control of an underactuated underwater vehicle with linear velocity estimation. *IET Control Theory Applications*, 14(4):584–593.

- Estupinan, E., Arevalo, J., Cano, D., and Parra, O. (2017). Performance evaluation of inverted pendulum control: Linear and nonlinear techniques. In *2017 IEEE 3rd Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*, pages 1–7.
- Fantoni, I. and Lozano, R. (2002). *Non-linear control for underactuated mechanical systems*. Springer Science & Business Media.
- Furuta, K., Yamakita, M., and Kobayashi, S. (1992). Swing-up control of inverted pendulum using pseudo-state feedback. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 206(4):263–269.
- Ghanavati, M., Mobayen, S., and Majd, V. J. (2011). A new robust model predictive control strategy for rotational inverted pendulum system. In *2011 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*, pages 33–38.
- Gonzalez, R., Fiacchini, M., Guzman, J. L., and Alamo, T. (2009). Robust tube-based mpc for constrained mobile robots under slip conditions. In *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*, pages 5985–5990.
- Hao, W., Dan, W., Zhouhua, P., and Wei, W. (2013). Adaptive dynamic surface control for cooperative path following of underactuated marine surface vehicles via fast learning. *IET Control Theory Applications*, 7(15):1888–1898.
- Hernandez-Guzman, V. M., Antonio-Cruz, M., and Silva-Ortigoza, R. (2016). Linear state feedback regulation of a furuta pendulum: Design based on differential flatness and root locus. *IEEE Access*, 4:8721–8736.
- Houska, B., Ferreau, H. J., and Diehl, M. (2011). An auto-generated real-time iteration algorithm for nonlinear mpc in the microsecond range. *Automatica*, 47(10):2279 – 2285.
- Kayacan, E. and Peschel, J. (2016). Robust model predictive control of systems by modeling mismatched uncertainty. *IFAC-PapersOnLine*, 49(18):265 – 269. 10th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems NOLCOS 2016.
- Ke, F., Li, Z., and Yang, C. (2018). Robust tube-based predictive control for visual servoing of constrained differential-drive mobile robots. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 65(4):3437–3446.
- Kennedy, E., King, E., and Tran, H. (2019). Real-time implementation and analysis of a modified energy based controller for the swing-up of an inverted pendulum on a cart. *European Journal of Control*, 50:176 – 187.
- Kharola, A., Patil, P., Raiwani, S., and Rajput, D. (2016). A comparison study for control and stabilisation of inverted pendulum on inclined surface (ipis) using pid and fuzzy controllers. *Perspectives in Science*, 8:187 – 190. Recent Trends in Engineering and Material Sciences.
- Kizir, S., Bingul, Z., and Oysu, C. (2008). Fuzzy control of a real time inverted pendulum system. In Lovrek, I., Howlett, R. J., and Jain, L. C., editors, *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems*, pages 674–681, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg.
- Kouvaritakis, B. and Cannon, M. (2015). *Model Predictive Control: Classical, Robust and Stochastic*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer International Publishing.
- Li, Z., Xiao, H., Yang, C., and Zhao, Y. (2015). Model predictive control of nonholonomic chained systems using general projection neural networks optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 45(10):1313–1321.
- Ling, K., Falugi, P., Maciejowski, J., and Chisci, L. (2002). Robust predictive control of the furuta pendulum. *IFAC Proceedings Volumes*, 35(1):37 – 42. 15th IFAC World Congress.
- Mandic, P., Lazarevic, M. P., and Sekara, T. B. (2014). Fractional order pd control of furuta pendulum: D-decomposition approach. In *ICFDA'14 International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications 2014*, pages 1–7.
- Mayne, D., Rakovi?, S., Findeisen, R., and Allgwer, F. (2006). Robust output feedback model predictive control of constrained linear systems. *Automatica*, 42(7):1217 – 1222.
- Mayne, D. Q., Kerrigan, E. C., van Wyk, E. J., and Falugi, P. (2011). Tube-based robust nonlinear model predictive control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 21(11):1341–1353.
- Minouchehr, N., Hosseini-Sani, S. K., Vaezi, N., and Tavakoli, P. (2015). Lmi-based robust constrained model predictive control of two-wheeled inverted pendulum. In *2015 International Congress on Technology, Communication and Knowledge (ICTCK)*, pages 130–136.
- Muskinja, N. and Tovornik, B. (2006). Swinging up and stabilization of a real inverted pendulum. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53(2):631–639.
- Sakhdari, B. and Azad, N. L. (2018). Adaptive tube-based nonlinear mpc for ecological autonomous cruise control of plug-in hybrid electric vehicles.
- Scalera, L., Gasparetto, A., and Zanotto, D. (2020). Design and experimental validation of a 3-dof underactuated pendulum-like robot. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 25(1):217–228.
- Tanaka, S., Xin, X., and Yamasaki, T. (2011). New results of energy-based swing-up control for rotational pendulum. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1):10673 – 10678. 18th IFAC World Congress.
- Wilson, J., Charest, M., and Dubay, R. (2016). Non-linear model predictive control schemes with application on a 2 link vertical robot manipulator. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 41:23 – 30.

Yue, M., An, C., and Li, Z. (2018). Constrained adaptive robust trajectory tracking for wip vehicles using model predictive control and extended state observer. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 48(5):733–742.

BIOGRAFÍAS



Javier Prado, received the B.S. degree in Electronics Engineering from Escuela Politécnica Nacional (EPN), Quito, Ecuador, in 2010. From 2011-2012, he was Auxiliar Professor in EPN. He was main researcher in the control area for UAVs in the Research and Development Center of the Ecuadorian Air Force CIDFAE, from 2011 to 2014. He received his Ph.D., degree in Electronic Engineering from Universidad Técnica Federico Santa

María, Chile, in 2019. He is currently research visitor at the Robotics and Intelligent Systems Laboratory of the University EPN, Quito, Ecuador. His research interests include artificial intelligent, optimization, predictive control, autonomous mobility, industrial robotics.



Marco Herrera, received B.Sc. degree in Electronics and Control Engineering from Escuela Politécnica Nacional (EPN), Quito, Ecuador, in 2009. He received M.Sc. degree in Automation and Robotics from Universidad Politécnica de Madrid (UPM), Spain, in 2014. From 2010 - 2012 he was Assistan Professor at Universidad Internacional del Ecuador, Quito, Ecuador. Since 2014 he is Assistant Professor at Departamento de Automatización y

Control Industrial at Escuela Politécnica Nacional. His main teaching and research activities have been related to the Control System and Robotics. His research interest include optimal control, sliding mode control and fuzzy modelling and time delay systems.



Oswaldo Menéndez, received the B.S. degree in Electronics Engineering from Escuela Politécnica Nacional, Ecuador, in 2013 and the Ph.D. degree in Electronic Engineering from Universidad Técnica Federico Santa María, Chile, in 2019. He is a postdoctoral fellow at the Advanced Center in Electric and Electronic Engineering, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile. His main interests include mining industry robots,

power system sensors and robotic inspection for power systems. His current research delineates how the application of harvesting devices could accelerate the realization of sufficiently intelligent power systems, focusing on the development of self-powered active sensors.

Preparación de Artículos para la Revista Politécnica Utilizar Mayúsculas en cada Palabra en el Caso del Título

Resumen: Las siguientes instrucciones establecen las pautas para la preparación de artículos para la Revista Politécnica. Los artículos pueden ser escritos en español o en inglés, pero tendrán un resumen de máximo 250 palabras en los dos idiomas. Los autores pueden hacer uso de este documento como una plantilla para componer su artículo si están utilizando Microsoft Word 2013 o superior. Caso contrario, este documento puede ser utilizado como una guía de instrucciones. El número mínimo de páginas será 6 y el máximo 15, Para el envío de los artículos, los autores deben seguir las instrucciones colocadas en el sistema de recepción de artículos del sitio web de la Revista Politécnica (revistapolitecnica.epn.edu.ec). En caso de que su artículo sea en inglés colocar el título y el resumen en los dos idiomas.

Palabras clave: Incluir una lista de 3 a 6 palabras.

Title of Manuscript

Abstract: These instructions give you guidelines for preparing papers for EPN Journal. Papers can be written in Spanish or English; however, an abstract of maximum 250 words and written in both languages is required. Use this document as a template to compose your paper if you are using Microsoft Word2013 or later. Otherwise, use this document as an instruction set. The minimum number of pages will be 6 and the maximum will be 15. For submission guidelines, follow instructions on paper submission system from the EPN Journal website(revistapolitecnica.epn.edu.ec).

Keywords: Include a list of 3 to 6 words.

1. SECCIÓN I

Este documento es una plantilla para versiones Microsoft Word 2013 o posteriores. Si está leyendo una versión impresa de este documento, por favor descargue el archivo electrónico, **revistapolitecnicaformato2020.docx**. En caso de que el autor desee enviar el artículo en formato LaTeX por favor comunicarse con la coordinación de edición (epnjournal@epn.edu.ec). *Por favor, no coloque numeración ni pie de página en el documento presentado.*

No cambie los tamaños de fuente o espaciado de renglones para ajustar el texto a un número limitado de páginas. Utilice cursiva o negrita para dar énfasis a un texto, no subrayado.

2. SECCIÓN II

Para las pautas de presentación, siga las instrucciones emitidas por el sistema del sitio web de la revista de la EPN.

La presentación inicial debe tomar en cuenta todas las indicaciones que se presentan en la plantilla, para de esta

manera tener una buena estimación de la longitud del artículo a publicarse. Además, de esta manera el esfuerzo necesario para la presentación final del manuscrito será mínimo.

Como sugerencia, es importante tomar en cuenta que, el primer autor es el investigador que hizo la mayor parte del trabajo, mientras que el último autor suele ser el profesor quien es el líder intelectual y, a menudo edita y presenta el borrador final del documento.

La Revista Politécnica pondrá en marcha un sistema de transferencia electrónica de derechos de autor en su momento. Por favor, "no" enviar formularios de derecho de autor por correo o fax. A continuación se detallan las consideraciones que se deben tener en cuenta para la presentación final del artículo.

3. SECCIÓN III

3.1 Figuras, tablas y márgenes

Todas las figuras deben ser incorporadas en el documento. Al incluir la imagen, asegúrese de insertar la actual en lugar de un

enlace a su equipo local. Los archivos de: figuras, dibujos, fotografías, etc., deberán enviarse en formato png, con al menos 1200 puntos (resolución) en uno de sus ejes, con leyendas legibles y de tamaño adecuado. El artículo debe contener entre tablas y figuras un máximo de 10.

Las etiquetas de los ejes de las figuras son a menudo una fuente de confusión. Utilice las palabras en lugar de símbolos. Por ejemplo, escriba la cantidad "Magnetización," o "Magnetización M" no sólo "M".

Las figuras y tablas deben estar en la parte superior e inferior de las columnas. Evite colocarlas en medio de ellas. Las figuras y tablas grandes pueden extenderse a lo largo de ambas columnas. Las leyendas de las figuras deben estar centradas debajo de las figuras, los títulos de las tablas deben estar centrados sobre ellas. Evite colocar figuras y tablas antes de su primera mención en el texto. Para la mención de figuras, tablas o ecuaciones utilice las palabras completas con la primera letra en mayúscula, por ejemplo "Figura 1".

Coloque las unidades entre paréntesis. No etiquete los ejes sólo con unidades. Por ejemplo, escriba "Magnetización (A/m)" o "Magnetización (Am⁻¹)", no sólo "Magnetización A/m." No etiquete los ejes con una relación de cantidades y unidades. Por ejemplo, escriba "Temperatura (K)", no "Temperatura K".

Los multiplicadores pueden ser especialmente confusos. Escriba "Magnetización (kA/m)" o "Magnetización (103A/m)". No escriba "Magnetización (A/m) x 1000" porque el lector no sabrá si la etiqueta del eje de arriba significa 16000 A/m o 0,016 A/m. Las etiquetas de las figuras deben ser legibles, con un valor de 8 y sin espacio de separación con la figura.

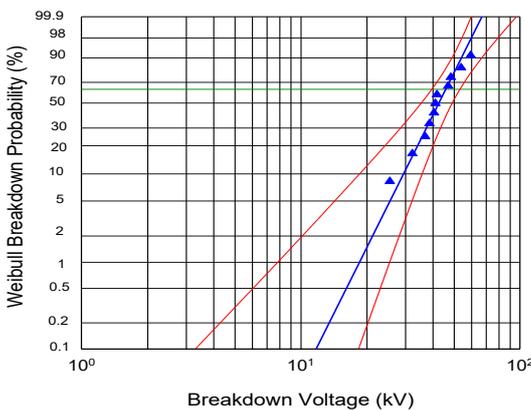


Figura 1. Distribución Weibull de 60 Hz voltajes de ruptura. $\alpha = 45,9$ kV $\text{pico}\beta = 5,08$. Intervalo de Confidencia 95%

Los autores deben trabajar activamente con los márgenes solicitados. Los documentos de la revista serán marcados con los datos del registro de la revista y paginados para su inclusión en la edición final. Si la sangría de los márgenes en su manuscrito no es correcta, se le pedirá que lo vuelva a presentar y esto, podría retrasar la preparación final durante el proceso de edición.

Por favor, no modificar los márgenes de esta plantilla. Si está

creando un documento por su cuenta, considere los márgenes que se enumeran en la Tabla 1. Todas las medidas están en **centímetros**.

Tabla 1. Márgenes de página

Página	Superior	Inferior	Izquierda/ Derecha
Primera	2,0	2,5	1,5
Resto	2,0	2,5	1,5

3.2 Ecuaciones

Si está usando MSWord, sugerimos utilizar el *Editor de ecuaciones de Microsoft* o el *MathType* add-on para las ecuaciones en su documento (*Insertar/Objeto/Crear Nuevo/Microsoft Ecuación o Ecuación MathType*). La opción "flotar sobre el texto" no se debe elegir.

Enumere las ecuaciones consecutivamente con los números de la ecuación en paréntesis contra el margen derecho, como en (1). Utilice el editor de ecuaciones para crear la ecuación y esta debe estar localizada en el margen derecho, como se muestra en el ejemplo siguiente:

$$\int_0^{r_2} F(r, \varphi) dr d\varphi = [\sigma r_2 / (2\mu_0)] \quad (1)$$

Asegúrese de que los símbolos en su ecuación han sido definidos antes de que aparezcan en la ecuación o inmediatamente después. Ponga en cursiva los símbolos (T podría referirse a la temperatura, pero T es la unidad tesla). Para referirse a la ecuación se escribe por ejemplo "Ecuación (1) "

3.3 Unidades

Utilice el SI como unidades primarias. Otras unidades pueden ser utilizadas como unidades secundarias (en paréntesis). Por ejemplo, escriba "15 Gb/cm² (100 Gb/in²)". Evite combinar las unidades del SI y CGS, como la corriente en amperios y el campo magnético en oerstedios. Esto a menudo lleva a confusión porque las ecuaciones no cuadran dimensionalmente. Si tiene que usar unidades mixtas, aclare las unidades para cada cantidad en una ecuación.

Por ejemplo, en el SI la unidad de fuerza de campo magnético Hes A/m. Sin embargo, si desea utilizar unidades de T, o bien se refiere a la densidad de flujo magnético B o la fuerza del campo magnético simbolizadas como $\mu_0 H$. Use un punto en el centro para separar las unidades compuestas, por ejemplo, "A · m²."

3.4 Abreviaturas y Siglas

Defina las abreviaciones y acrónimos la primera vez que se utilizan en el texto, incluso después de que ya han sido definidos en el resumen. No utilice abreviaturas en el título a menos que sea inevitable.

3.5 Otras recomendaciones

- Para expresar valores decimales se usarán comas, por ejemplo 3,45. Use un cero antes del decimal.
- Se incluirá un espacio entre números para indicar los valores de miles, por ejemplo 463 690.
- Utilice notación científica para expresar números con más de 3 cifras hacia la derecha o izquierda, es decir, mayores a 2,50E+05 o menores a 4,8E-03.
- Finalmente, de ser necesario y de manera opcional, se pueden incluir conclusiones, recomendaciones y agradecimiento.

REFERENCIAS

La lista de referencias debe estar en Formato APA ordenada alfabéticamente de acuerdo con el apellido del primer autor del artículo. El agregado et al no debe ir en cursiva. Por favor nótese que todas las referencias listadas aquí deben estar directamente citadas en el cuerpo del texto usando (Apellido, año). Las notas al pie deben evitarse en la medida de lo posible.

El artículo debe contener un mínimo de 6 referencias.

Seguir el formato indicado a continuación de acuerdo al tipo de referencia a:

Formato básico para referenciar libros:

Apellido, Inicial Nombre. (Año). *Título del libro*. Ciudad, País: Editorial.

- **Libros con un autor:**

En las referencias:

King, M. (2000). *Wrestling with the angel: A life of Janet Frame*. Auckland, New Zealand: Viking.

Cita en el texto:

(King, 2000) o King (2000) argumenta que ...

- **Libros con dos autores:**

En las referencias:

Treviño, L. K., y Nelson, K. A. (2007). *Managing business ethics: Straight talk about how to do it right*. Hoboken, NJ: Wiley

Cita en el texto:

(Treviño y Nelson, 2007) o Treviño y Nelson (2007) ilustran...

- **Libros con dos o más autores:**

En las referencias:

Krause, K.-L., Bochner, S., y Duchesne, S. (2006). *Educational psychology for learning and teaching* (2nd ed.). South Melbourne, VIC., Australia: Thomson.

Cita en el texto:

De acuerdo con Mezey et al. (2002) o ... (Mezey et al., 2002).

Formato básico para referenciar artículos científicos

Apellido, Inicial Nombre. (Año). Título del Artículo. *Título/Iniciales de la Revista*. Número de Volumen (Tomo), páginas

- **Artículos en revistas:**

En las referencias:

Sainaghi, R. (2008). Strategic position and performance of winter destinations. *TourismReview*, 63(4), 40-57.

Cita en el texto:

(Sainaghi, 2008) o Sainaghi (2008) sugiere ...

- **Artículos con DOI**

En las referencias:

Shepherd, R., Barnett, J., Cooper, H., Coyle, A., Moran-Ellis, J., Senior, V., & Walton, C. (2007). Towards an understanding of British public attitudes concerning human cloning. *Social Science & Medicine*, 65(2), 377-392. <http://dx.doi.org/10.1016/j.socscimed.2007.03.018>

Cita en el texto:

Shepherd et al. (2007) o Shepherd et al. (2007) resaltan la...

- **Artículos sin DOI**

En las referencias:

Harrison, B., & Papa, R. (2005). The development of an indigenous knowledge program in a New Zealand Maori-language immersion school. *Anthropology and Education Quarterly*, 36(1), 57-72. Obtenido de la base de datos AcademicResearch Library

Cita en el texto:

(Harrison y Papa, 2005) o En su investigación, Harrison y Papa (2005) establecieron...

- **Artículos en línea**

En las referencias:

Snell, D., & Hodgetts, D. (n.d.). The psychology of heavy metal communities and white supremacy. *Te Kura Kete Aronui*, 1. Obtenido de: <http://www.waikato.ac.nz/wfass/tkka>. (Mayo, 2015).

Cita en el texto:

(Snell y Hodgetts, n.d.) o Snell y Hodgetts (n.d.) identificaron "..."

INFORMACIÓN ADICIONAL

Sistema de Arbitraje:

Todos los artículos cumplen con una revisión por pares, la cual consiste en:

- Selección de dos o tres árbitros, actualmente la Revista Politécnica cuenta con revisores internos, externos e internacionales, quienes envían al editor su [evaluación](#) del artículo y sus sugerencias acerca de cómo mejorarlo.
- El editor reúne los comentarios y los envía al autor.
- Con base en los comentarios de los árbitros, el editor decide si se publica el manuscrito.
- Cuando un artículo recibe al mismo tiempo evaluaciones tanto muy positivas como muy negativas, para romper un empate, el editor puede solicitar evaluaciones adicionales, obviamente a otros árbitros.
- Toda la evaluación se realiza en un proceso doble ciego, es decir los autores no conocen quienes son sus revisores, ni los revisores conocen los autores del artículo.

Instructivo para publicar un Artículo

1. Crear un usuario y contraseña para acceder al portal web de la Revista Politécnica, para mayor información está el correo epnjournal@epn.edu.ec
 2. Ingresar al portal web e iniciar el proceso de envío.
 3. Comenzar el envío.
 4. Colocar requisitos de envío.
- Lista de comprobación de preparación de envíos.

Como parte del proceso de envío, se les requiere a los autores que indiquen que su envío cumpla con todos los siguientes elementos, y que acepten que envíos que no cumplan con estas indicaciones pueden ser devueltos al autor.

- La petición no ha sido publicada previamente, ni se ha presentado a otra revista (o se ha proporcionado una explicación en Comentarios al Editor).
- El fichero enviado está en formato OpenOffice, Microsoft Word, RTF, o WordPerfect.
- Se han añadido direcciones web para las referencias donde ha sido posible.
- El texto tiene interlineado simple; el tamaño de fuente es 10 puntos; se usa cursiva en vez de subrayado (exceptuando las direcciones URL); y todas las ilustraciones, figuras y tablas están dentro del texto en el sitio que les corresponde y no al final del todo.
- El texto cumple con los requisitos bibliográficos y de estilo indicados en las Normas para autoras/es, que se pueden encontrar en "Acerca de la Revista".

- Nota de copyright.

Los autores que publican en esta revista están de acuerdo con los siguientes términos:

- Los autores conservan los derechos de autor y garantizan a la revista el derecho de ser la primera publicación del trabajo al igual que licenciado bajo una Creative Commons Attribution License que permite a otros compartir el trabajo con un reconocimiento de la autoría del trabajo y la publicación inicial en esta revista.
- Los autores pueden establecer por separado acuerdos adicionales para la distribución no exclusiva de la versión de la obra publicada en la revista (por ejemplo, situarlo en un repositorio institucional o publicarlo en un libro), con un reconocimiento de su publicación inicial en esta revista.
- Se permite y se anima a los autores a difundir sus trabajos electrónicamente (por ejemplo, en repositorios institucionales o en su propio sitio web) antes y durante el proceso de envío, ya que puede dar lugar a intercambios productivos, así como a una citación más temprana y mayor de los trabajos publicados (Véase The Effect of Open Access) (en inglés).

- Declaración de privacidad

- Los nombres y direcciones de correo-e introducidos en esta revista se usarán exclusivamente para los fines declarados por esta revista y no estarán disponibles para ningún otro propósito u otra persona.

5. Subir el envío.
6. Introducir metadatos.
7. Subir ficheros adicionales.
8. Confirmar el envío.

INDEXACIONES

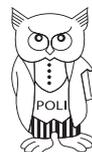


revistapolitecnica.epn.edu.ec





ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL



www.revistapolitecnica.epn.edu.ec
www.epn.edu.ec

150
ANIVERSARIO



ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL



EPN
editorial

www.revistapolitecnica.epn.edu.ec
www.epn.edu.ec