REVISTA POLITÉCNICA

ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

ISSN: 1390-0129
eISSN: 2477-8990

Volumen 50, Nro. 2, Noviembre 2022 · Enero 2023

REVISTA POLITÉCNICA

ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

ISSN: 1390-0129
eISSN: 2477-8990

Volumen 50, Nro. 2, Noviembre 2022 · Enero 2023

TEMÁTICA Y ALCANCE

La Revista Politécnica es una publicación periódica trimestral, editada por la Escuela Politécnica Nacional del Ecuador, cuyo objetivo es contribuir al conocimiento científico y tecnológico, mediante la publicación de estudios científicos relacionados a las áreas de ciencias básicas (Física, Química, Biología y Matemática) e ingenierías (Química y Agroindustria, Civil y Ambiental, Eléctrica y Electrónica, Geología y Petróleos, Mecánica, y Sistemas). La Revista Politécnica está dirigida a profesionales e investigadores que trabajan en estos campos del conocimiento.

EDITORORA

Jenny Gabriela Torres, Ph.D.
Escuela Politécnica Nacional
editor.rp@epn.edu.ec

CO-EDITOR

Benjamin Bernard, Ph.D.
Escuela Politécnica Nacional
coeditor.rp@epn.edu.ec

CONSEJO EDITORIAL

Ph.D. José Aguilar
Universidad de los Andes, Venezuela

Ph.D. Víctor Hugo Hidalgo
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. José Luis Paz
Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú

Ph.D. Hernán Álvarez
Universidad Nacional Colombia, Colombia

Ph.D. Majid Khorami (C)
Universidad Tecnológica Equinoccial, Ecuador

Ph.D. Nelson Pérez
Universidad de los Andes, Venezuela

Ph.D. Santiago Arellano Chalmers
University of Technology, Suecia

Ph.D. Hugo Leiva
Yachay Tech University, Ecuador

Ph.D. Franklin Rivas
Universidad Técnica Federico Santamaría, Chile

Ph.D. Carlos Ávila
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Francisco León
Universidad de los Andes, Venezuela

Ph.D. Andrés Rosales
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Leonardo Basile
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Orestes Llanes
Universidad Tecnológica de la Habana, Cuba

Ph.D. Gabriel Salazar
Organización Latinoamericana de Energía, Ecuador

Ph.D. Silvia Calderón
Finnish Meteorological Institute, Finlandia

Ph.D. Wilfrido A. Moreno
University of South Florida, Estados Unidos

Ph.D. Gustavo Scaglia
Universidad Nacional de San Juan, Argentina

Ph.D. Eduardo F. Camacho
Universidad de Sevilla, España

Ph.D. Diego Ordóñez
Universidad Tecnológica Equinoccial, Ecuador

Ph.D. Hebertt Sira-Ramirez
Center for Research and Advanced Studies of the National Polytechnic Institute, México

Ph.D. Juan Carlos De los Reyes
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Rui Pedro Paiva
University of Coimbra, Portugal

Ph.D. Sebastián Taco
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

Ph.D. Pamela Flores
Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

La Revista Politécnica está incluida en SCOPUS, Scientific Electronic Library Online (SciELO), Catálogo 2.0 de Latindex, Directory of Open Access Journals (DOAJ), Red Iberoamericana de Innovación y Conocimiento Científico (REDIB), Matriz de Información para el Análisis de Revistas (MIAR), Bielefeld Academic Search Engine (BASE), CiteFactor, PKP Index, Google Scholar, ResearchBib, International Institute of Organized Research (I2OR) e ICI Journals Master List 2020.

Se autoriza la reproducción total o parcial de su contenido siempre y cuando se cite la fuente. Los conceptos expresados son de responsabilidad exclusiva de sus autores.

Coordinador Técnico Operativo

Ing. Ricardo Villarroel
ricardo.villarroel@epn.edu.ec

Ing. Katherine Aro
katherine.aro@epn.edu.ec

Proofreader

MSc. María Eufemia Torres

Diseño de Portada

Cristian Basurto
Diseñador Gráfico

AUTORIDADES

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

**Vicerrectora de Investigación,
Innovación y Vinculación**
Alexandra Alvarado, Ph.D.

Rectora
Florinella Muñoz, Ph.D.

Vicerrector de Docencia
Iván Bernal, Ph.D.

Editorial

La Ciencia y la Tecnología

Hoy en día, el mundo se mueve a una velocidad vertiginosa, en constante cambio y progreso, siendo el motor que hace esto posible, la ciencia y la tecnología. La ciencia y la tecnología constituyen un pilar fundamental del desarrollo cultural, social y económico de cualquier país. El avance de la tecnología se basa en el auge del conocimiento científico, la cual incrementa las posibilidades de observación, experimentación, y generación de nuevo conocimiento.

Actualmente, la capacidad de investigación de un país se torna imprescindible para el desarrollo de la tecnología. El concepto de investigación dejó de estar enfocado a la investigación básica y se encamina hacia la investigación aplicada y el desarrollo experimental, que van desde la obtención de conocimiento hasta su aplicación y utilización. La investigación científica en los diferentes campos de las ciencias es un pilar esencial que contribuye a la calidad de vida y bienestar de las personas.

De esta manera, la investigación científica y el desarrollo tecnológico logran acelerar los procesos de innovación en diferentes ámbitos de la sociedad, uno de ellos, la universidad. En la actualidad, la universidad es el escenario donde tiene origen la mayor parte del conocimiento científico desarrollado en redes nacionales e internacionales con equipos multidisciplinarios de investigadores. El modelo de investigación y desarrollo requiere de un entorno que facilite la relación entre la generación de conocimiento, su aplicación a las problemáticas sociales, y la formación de talento humano. Los resultados de estos proyectos científicos y tecnológicos se convierten en uno de los elementos para la transformación de la sociedad y para el crecimiento económico.

De esta manera, en el contexto de una sociedad del conocimiento, las instituciones de educación superior producen conocimiento destinado al sector productivo y procuran responder a las demandas sociales y políticas de sus sociedades.

Este nuevo Número de la Revista Politécnica ha seleccionado para la comunidad científica ocho artículos de investigación, en las áreas de Química, Civil, Electrónica, Automatización, Informática y Economía. Queremos agradecer a nuestros lectores que cada día consideran a la Revista Politécnica como una referencia en sus investigaciones. Estamos seguros que el contenido de estos manuscritos logrará cautivar el interés de investigadores, docentes y estudiantes en sus actividades propias.

El Comité Editorial de la Revista reitera el agradecimiento a la confianza de la comunidad científica. Estamos comprometidos como equipo para continuar elevando los estándares de rigurosidad y calidad, con el objetivo de impactar en contextos internacionales

Editorial

Science and Technology

Nowadays, the world moves at breakneck speed, in constant change and progress, being science and technology, the engine that makes this possible. Science and technology constitute a fundamental basis of the cultural, social, and economic development of any country. The advancement of technology is based on the rise of scientific knowledge, which increases the possibilities of observation, experimentation, and generation of new knowledge.

Currently, the research capacity of a country becomes essential for the development of technology. The concept of research is no longer focused on basic research and is moving towards applied research and experimental development, which means from obtaining knowledge to its application and use. Scientific research in the different fields of science is an essential pillar that contributes to the quality of life and well-being of people.

Thus, scientific research and technological development achieve accelerate innovation processes in different areas of society, one of them, the university. Nowadays, the university is the platform where most of the scientific knowledge is developed in national and international networks, with multidisciplinary teams of researchers. The research and development model requires an environment that facilitates the relationship between the generation of knowledge, its application to social problems, and the training of human talent. The results of these scientific and technological projects become one of the elements for the transformation of society and for economic growth.

In this way, in the context of a knowledge society, higher education institutions produce knowledge for the productive sector and seek to respond to the social and political demands of their societies.

This new Number of Revista Politécnica has selected eight research articles for the scientific community, in the areas of Chemistry, Civil, Electronics, Automation, Computer Science and Economics. We want to thank our readers who consider Revista Politécnica as a reference in their research every day. We are sure that the content of these manuscripts will captivate the interest of researchers, professors, and students in their own activities.

The Editorial Committee of the journal expresses its gratitude for the trust of the scientific community. We are committed as a team to continue raising the standards of rigor and quality, with the aim of making an impact in international contexts.

Contenido
Vol. 50, No. 2
Noviembre 2022 – Enero 2023

7

Sarasti-Zambonino Sebastián; Barahona Tania; Roque Santos

Simulation of a HPGe Detector with GEANT4

Simulación de un Detector de HPGe con GEANT4

15

Arriola Guillermo; Villegas Luis; Marín Noe; Idrogo César; Piedra José; Arbulú José

**Evaluación de la Agresividad Climática y Concentración de Precipitaciones en la Cuenca
Chancay-Lambayeque, Perú**

*Assessment of Climatic Aggressiveness and Precipitation Concentration in the Chancay-
Lambayeque Basin, Peru*

23

Matovelle Carlos; Heras Diego; Solano-Peláez José

**Eficiencia de la Imputación de Datos Faltantes de Precipitaciones Utilizando
Herramientas Computacionales en la Cuenca Hidrográfica, Jubones - Ecuador**

*Imputation Efficiency of Missing Rainfall Data Using Computational Tools in a River Basin,
Jubones-Ecuador*

31

Padrón-Godínez Alejandro; Prieto-Meléndez Rafael; Mendoza-Bárceñas Mario Alberto

Modelado del Perfil de Temperatura para el Vuelo Suborbital EMIDSS-1

Temperature Profile Modeling for Suborbital Flight EMIDSS-1

39

García Vázquez Carlos Alberto; González Santos Ana Isabel

Obtención y Validación de Modelos de Presión Diferencial en la Sección de Impulsión de una Unidad Manejadora de Aire

Obtaining and Validating of Differential Pressure Models in the Impulse Section of an Air Handling Unit

55

Hernández-Ocaña Betania; Hernández-Torruco José; Chávez-Bosquez Oscar; Montané-Jiménez Luis G.

Análisis Comparativo de los Algoritmos Basados en Abejas y Hormigas en el Problema de la Esfera

A Comparative Study of Bee and Ant Algorithms on the Sphere Problem

63

Rodríguez Valdivia Marcelo

Cinética y Mecanismos de Adsorción de Plomo (II) Usando Zeolita Gis-NaP Obtenida a Partir de Residuos de Ladrillo

Kinetics and Adsorption Mechanisms of Lead (II) Using Gis-NaP Zeolite Obtained from Brick Waste

71

Bambino-Contreras Carlos; Morales-Oñate Víctor

Exposición al Default: Estimación para un Portafolio de Tarjeta de Crédito

Exposure to Default: Estimation for a Credit Card Portfolio

Simulation of a HPGe Detector with GEANT4

Sarasti-Zambonino, Sebastián^{1,*} ; Barahona, Tania² ; Roque, Santos¹

¹Escuela Politécnica Nacional, Departamento de Ciencias Nucleares, Quito, Ecuador

²Escuela Politécnica Nacional, Departamento de Ingeniería Química, Quito, Ecuador

Abstract: Gamma spectroscopy is an analytic technique that identifies isotopes through gamma rays. Currently, gamma spectroscopy is widely used in several science fields, for instance, the study of the hydrodynamics of soils and other applications. Considering the development of computers, it has been developed Monte-Carlo simulation packages, in order to estimate the response of gamma spectroscopy detectors. This work aims to develop a GEANT4 application to estimate the full energy peak efficiency for a HPGe detector and determine the deviation with experimental data. It was carried out measurements of the next radioactive sources, Am-241, Eu-152, Cs-137, and Co-60. These measurements were made at different distances, they were at 0, 5, 10, 20, and 25 cm from the detector's cover layer. Meanwhile, the simulation was carried out through user action classes to extract energy deposited in the sensitive detector. It was determined full energy peak efficiency of experimental data, through these results, it was estimated a detection factor that measures the deviation between experimental and simulated data. A reason for the deviation was that the simulation did not include the electronic chain of acquisition. Finally, it was suggested that future works should develop a more accurate simulation for multi-emitters isotopes.

Keywords: Gamma spectroscopy, Instrumental analyses, Monte-Carlo simulations, radiation transport

Simulación de un Detector de HPGe con GEANT4

Resumen: La espectroscopía gamma es una técnica analítica que identifica los isótopos mediante las emisiones de rayos gamma de cada uno de estos. En la actualidad, esta técnica tiene gran relevancia debido a un amplio espectro de aplicaciones como el estudio de la hidrodinámica del suelo y otras aplicaciones. Con el desarrollo de la computación moderna, se han desarrollado softwares de simulación Monte-Carlo que permiten estimar la respuesta de los detectores empleados en la espectroscopía gamma. El objetivo de este trabajo es desarrollar una aplicación en GEANT4 para estimar la eficiencia máxima de energía total para un detector de HPGe y determinar la desviación de los datos experimentales. Para lo cual, se realizó mediciones de Am-241, Eu-152, Cs-137, y Co-60 a las distancias de 0, 5, 10, 20 y 25 cm desde el recubrimiento superior del detector, cada uno respectivamente. La simulación se desarrolló mediante acciones de usuario para extraer la energía depositada en el volumen sensible. A partir de esto, se determinó la eficiencia máxima de energía total de los datos experimentales, luego se determinó un factor de detección que estimaba la desviación del resultado simulado con experimental. Se planteó que una razón de este comportamiento es la ausencia de la simulación de la cadena electrónica. Finalmente, se sugiere que futuros trabajos desarrollen simulaciones más precisas para isótopos multiemisores.

Palabras clave: Espectroscopía gamma, análisis instrumental, Monte-Carlo simulaciones, transporte de radiación

1. INTRODUCTION

Gamma spectroscopy is an analytic technique that identifies isotopes through the gamma photons emitted by each radionuclide. This technique employs two types of radiation detectors: scintillators and semiconductors. One of the most employed semiconductor materials for radiation measurements is Hyper-Pure Germanium (HPGe) detector. This detector has a cylinder crystal inside in a vacuum-tight cryostat of HPGe (Turner, 2007). In the market, it is possible to find detectors with different configurations such as planar or coaxial. The size of the detector generally changes among

the manufacturers and the aims of the studies (Demir et al., 2013; Marzocchi et al., 2010).

Additionally, the main difference between scintillation and semiconductor detector is the resolution, which is the capability of generating a well-defined peak based on the radiation emitted by an isotope. A way to measure the resolution in spectra is the peak full width at one-half of the maximum (FWHM), when FWHM is low it means high resolution in spectra. In this sense, semiconductor detectors are characterized by having a higher resolution than scintillators. In fact, a scintillation detector, the FWHM of NaI (TI) detector

*sebitas.alejo@hotmail.com

Recibido: 13/01/2022

Aceptado: 21/06/2022

Publicado en línea: 04/08/2022

10.33333/rp.vol50n2.01

CC 4.0

is around 30-50 times greater than FWHM of HPGe detector (Perez-Andujar & Pibida, 2004). This feature of allow the discrimination between nearby peaks in the spectra. For this reason, semiconductor detectors have been used to identify samples with multi-emitter isotopes (Siegel, 2013). Identification of isotopes is not the only application of gamma spectroscopy; this technique is also used in several science fields. For instance, gamma spectroscopy is used to study and understand the hydrodynamics of the soils. These types of studies are conducted for the optimization of water resources (Baldoncini et al., 2019; Strati et al., 2018). Furthermore, gamma spectroscopy is employed to study the composition of planets and stars far beyond earth (Sanin et al., 2020). A more conventional application is the characterization of isotopes for neutron calibration sources, such as Cf-252, or to analyze radionuclide distribution in soils (Ahmed, 2020; Watson et al., 2021).

Gamma radiation emitted by radioactive isotopes enters the semiconductor detector and promotes electrons for the valence band to the conduction band. The number of electrons promoted is proportional to the energy of the radiation emitted. An electric field is applied to the semiconductor, so the electrons can be driven to the positive terminal and be counted. Each interaction generates one count, and it is called an impulse; it is possible to classify each impulse based on its height. Energy calibration is the procedure by which the intensity (or height) of the impulse is related to the energy of the radiation emitted (Del Sordo et al., 2009).

Not all the energy released by an atom reaches the detector, most of the radiation is lost since it is not inside the solid angle between the detector and the source. Efficiency calibration is the procedure that allows the estimation of the radiation lost because of this characteristic. In order to quantify the amount of an isotope present in a sample, both calibrations (energy and efficiency) must be performed for a specific detector (Abbas, 2010; Abbas et al., 2006; Martin & Burns, 1992).

Gamma spectroscopy calibrations are traditionally made with standard samples of a known activity and defined volume. This process is made to measure what fraction of radiation, of the total emitted by the isotope, is registered by the detector. This calibration is known as full energy peak efficiency (FEPE) calculations (Elekes et al., 2003). Nevertheless, this process is costly due to standards acquisition, and it can be challenging to find standards of irregular volumes. This problem can be solved with Monte-Carlo simulations (Vidmar, 2005). Monte-Carlo simulations are a way to solve radiation transport equations. The first application of a Monte-Carlo method was proposed by von Neumann in the Manhattan project (Benov, 2016) in order to calculate the critical mass of the atomic bomb. There are several software packages to perform Monte-Carlo simulations. Among the most important codes it can be mentioned: MCNP, TRIPOLI, FLUKA, and GEANT4 (Agostinelli et al., 2003; Battistoni et al., 2007; Kirk, 2010). It is worth mentioning that GEANT4 is an open code, free to download and use. GEANT4 code allows users to simulate a wide spectrum of particles. Regarding applications of GEANT4, it is used to perform FEPE calculations, estimate response of detectors facing sources at different geometries, or

calculation of self-absorption correction factors (Guembou et al., 2018; Hurtado et al., 2004, 2007).

The objective of this work is to develop a GEANT4 application to estimate the full energy peak efficiency for a HPGe detector and their deviations of experimental measurements. This work aims to be a seed for future works which will develop more accurate applications, especially for irregular volumes.

2. MATERIALS AND METHODS

2.1 Experimental measurements

Gamma spectroscopy measurements were carried out with a Canberra Hyper Pure Germanium (HPGe) detector model BE2020 and a cryostat 2002CSL with serial 8639. The detector was plugged into a multichannel analyzer model LYNX to save information in 8190 channels. The radioactive sources employed were: Am-241, Eu-152, Cs-137, and Co-60. These sources were placed at 0, 5, 10, 20, and 25 cm from the top of the cover of the detector in a straight line.

Registered results were analyzed in Python. A channel calibration was done to adjust all spectra in terms of energies. To perform such calibration, an isotope with well-known emission energy was used as a reference, and the channel at which the radiation was detected, was equated to the energy emitted. This allows for the transformation from a peak detected at a specific channel to a peak detected at a defined energy. The energies used for regression are detailed in Table 1, and they were obtained from similar works (Duc Tam et al., 2017).

Additionally, it was made a FEPE calibration of the HPGe detector. This process was made for each photo-peak detailed in Table 1. Equation 1 was used to calculate the FEPE. Efficiency calibrations were made to each data set of spectra at different distances.

$$FEPE = \frac{C_p}{A_c * P} \quad (1)$$

Where:

FEPE: full energy peak efficiency

C_p: area under in the photopeak

A_c: activity of the sample

P: energies' probability of emission

Table 1. Data of radioactive sources used

Source	Emission Energy (keV)	Probability of emission (%)	Measured Activity (Bq)
Am-241	59.54	35.92	37210.71
	121.78	28.41	29118.16
	244.7	7.55	
Eu-152	344.28	26.59	
	661.66	84.99	8291.76
	1173.23	99.88	20030.49
Co-60	1332.49	100.00	

2.2 Simulation

The simulation was performed in GEANT4. Three basic classes were defined: detector construction, physics list, and primary generator. To extract useful information from the simulation, the following user action classes were also instantiated: Run Action, Event Action, and Stepping Action classes.

Through the detector construction class, the geometry shown in Figure 1 was implemented in the simulation. The following modular physics list were used for performing the simulation of the physical process: G4RadioactiveDecay, G4DecayPhysics, and G4EmStandardPhysics. For implementing the radioactive source through a primary generator class, it was employed General Particle Source because it facilitates the generation of particles with macro commands. The simulations' geometries were the same as experimental measurements. A radioactive source was placed at 0, 5, 10, 20, and 25 cm from the top of the cover of the detector. However, it is important to point out that several isotropic gamma sources for Am-241, Eu-152, and Cs-137 were simulated to emulate the multipeak generation of such isotopes. Am-241 was simulated through a 59.54 keV gamma isotropic source. Eu-152 was simulated through three different isotropic gamma sources of 121.78 keV 244.7 keV, and 344.28 keV. Cs-137 was simulated with a 662 keV gamma isotropic source. This was done because simulating all radioactive decay processes uses a lot of computation time. Only for Co-60, the whole radioactive decay process was simulated because it did not take a large amount of time.

Figure 1. The geometry of the HPGe detector simulated

User action classes were programmed to save energy deposited in each step. Energy deposition was done with Stepping Action class. Summing up all the energy deposition around an event was done in Event Action class. The events with zero energy deposition were ignored. Run action class was made to plot a ntuple with energy deposition and its counts.

The simulated spectra were scaled up to the activity of each radioactive source used in each experimental setup. This

process was done because the Monte-Carlo simulation just estimate the response of the detector for a known number of particles, but there is no time relation whatsoever. Therefore, it was calculated how much time the real radioactive source would take to emit the same number of particles as the Monte-Carlo simulation. This process was done by dividing each spectrum bin to the activity correction factor. Activity correction is basically a pseudo time of measurement, and it was estimated through equation 2.

$$f_a = \frac{N_p}{A_c * P} \quad (2)$$

Where:

f_a : activity correction factor (s)

N_p : number of the simulated particles

A_c : activity of the sample (Bq)

P : the probability of emission

Simulated spectra with activity correction factor were transformed into simulated net count rate spectra. These rates were compared with the experimental net count rate spectra. Then, another correction factor was estimated, this was calculated through Equation 3. This correction factor was called the detection factor (f_c), and it measures how much the simulation diverts from experimental results. This process was carried out at the photo-peaks detailed in Table 1, for each set of spectra data for all distances. Scaling was performed by dividing each net count rate spectrum interval by the value in each energy of f_c .

$$f_c = \frac{M_s}{M_e} \quad (3)$$

Where:

M_s : maximum value of the photo-peak in simulated net count rate spectrum

M_e : maximum value of the photo-peak in experimental net count rate spectrum

Finally, the error was estimated between simulated net count rate spectra with detection correction factor and net count rate spectra. This process was done with Equation 4.

$$Error (\%) = \frac{N_s - N_e}{N_e} * 100 \quad (4)$$

Where:

N_s : number of counts in the maximum value of the photo-peak in simulated net count rate spectrum

N_e : number of counts in the maximum value of the photo-peak in experimental net count rate spectrum

3. RESULTS

The energy calibration curve is shown in Figure 2. In this curve, the relation between energy and detection channel is established. The curve has a correlation factor (R^2) of 0.99. It means that the model used in linear regression has a good fitting with experimental results (Shtatland et al., 2002).

Figure 2. Energy calibration of HPGe detector

Figure 3 shows FEPE for different energies at different distances. The FEPE curves are lower when distance increases, this is caused by variation of the solid angle as the source is placed farther from the detector. This behavior of radiation detector had been studied by previous researchers (Krneta Nikolić et al., 2018; Smith & Kearfott, 2018).

Figure 3. Full energy peak efficiency calibration of HPGe detector at different distances

Curves of Figure 3 were compared with similar data obtained by third-party experiments. We compare our measurements with those obtained by Ješkovský et al. (2019), Khan et al. (2018), and Aviv & Elia (2020). These results vary among them because HPGe crystals present different features that depend upon the manufacturer, the thick of the dead layer, and the crystal state. On one hand, the detectors employed by Ješkovský et al. (2019), and Khan et al. (2018), tend to have a behavior that increases the FEPE until a zone near to 100 keV. After this range of energy in those type of detectors, the FEPE curve tends to decrease with energy (Ješkovský et al., 2019; Khan et al., 2018). On the other hand, the detectors employed by Aviv & Elia (2020) the FEPE decreases while energy increases (Aviv & Elia, 2020). Analysis of figure 3 shows our values are different from Ješkovský et al. (2019), and Khan et al. (2018) but have similarities with Aviv & Elia. In fact, a plausible reason for that behavior is in the first works p-type HPGe detectors were used. These devices are cylinders with empty concentric cavities. Even though p-type HPGe crystal

are chemically the same, they have a different geometry from the BE2020, the detector employed in our work. Conversely, the work made by Aviv & Elia (2020) employed the broad energy detector, like we do. This detector is a fully filled cylinder. However, in contrast with our equipment, Aviv & Elia's (2020) is bigger (8 cm), so the capability for detecting radiation is higher than ours.

Figure 4 shows the comparison among spectra. The blue solid line represents the simulated spectrum without any correction. The green dotted line is the simulated curve corrected with the activity factor, and the red dotted line is the experimental result. The spectrum without detection factor is several times greater than the experimental spectrum. One reason for this anomaly is that GEANT4 does not simulate the electronic chain of acquisition. It is also important to note the difference in how a spectrum is recorded in the simulation in comparison to the experimental result. Simulated spectra have a greater photopeak because for GEANT4 is enough for a particle to arrive at the detector and deposit its energy in order to consider it as an impulse. However, in experimental measurements, it is needed for a particle to arrive at the HPGe detector, which deposits enough energy for promoting an electron to a conduction band, and only then to count it as an impulse.

Figure 4. Comparison between spectra for 662 keV gamma photo-peak at 5 cm

The variation of the detection factor with energy and distance was also studied. The correction factor value was averaged for the same energy value for different experimentation distances, to eliminate the influence of distance. After that, the mean detection factor for each energy was plotted and is shown in Figure 5. This mean detection factor was used to scale the simulated spectra with activity correction. When comparing the tendency between Figure 3 and Figure 5, it can be inferred that the correction factor is inversely proportional to full energy peak efficiency calibration. The minimum overestimation of GEANT4's simulation is four times, and the greater overestimation is eleven times approximately.

Figure 5. Correction factor and different energies

Finally, it was measured the error between rescaled spectra with activity correction and detection correction. The errors are presented in Table 2.

Table 2. Error at each energy and distance

Energy	Distance				
	0 cm	5 cm	10 cm	20 cm	25 cm
Am-241 59.5 keV	20.81	21.77	2.20	42.25	2.53
Eu-152 121 keV	57.37	3.98	15.29	18.29	19.80
Eu-152 244 keV	83.81	11.83	20.60	25.23	26.13
Eu-152 344 keV	31.95	1.44	8.72	9.85	14.82
Cs-137 662 keV	17.51	1.13	4.70	7.65	6.28
Co-60 1173 keV	5.67	3.38	7.54	2.38	7.64
Co-60 1332 keV	15.77	3.82	4.49	13.98	20.08

It is important to mention that errors are higher for Eu-152 simulations. The reason for this difference could be that for the Eu-152 was simulated each photo-peak alone, but in real life, Eu-152 emits all these energies at once. Therefore, the detector saturates more easily for sources in the real experiment, especially when the isotope emits several different energies. Next simulations should be focused on multi-emitters radionuclides with all radioactive decay processes occurring simultaneously.

All files employed for data analyses are available in this repository https://github.com/sebassaras02/HPGe_data_rp_publication.git. Meanwhile, the GEANT4 application is available in this repository: https://github.com/sebassaras02/HPGe_G4_rp_publication.git.

4. CONCLUSIONS

The present work developed a GEANT4 simulation to estimate the response of the HPGe detector for gamma spectroscopy. Am-241, Eu-152, Cs-137, and Co-60 sources were simulated. Furthermore, it was scaling the spectra to activity measured, and then it was determined a detection factor, in order to estimate how much simulation diverts from experimental measurements. In addition to this work, our data was compared with third-party experiments, and it shows similar detector behavior. Finally, it was pointed out that errors are higher for Eu-152 simulations. The reason for this difference could be that for the Eu-152 was simulated each photo-peak alone, but in real life, Eu-152 emits all these energies at once.

New simulations must improve the simulation for multi-emitter radioactive sources.

REFERENCES

- Abbas, M. I. (2010). Analytical formulae for borehole scintillation detectors efficiency calibration. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 622(1), 171–175. <https://doi.org/10.1016/J.NIMA.2010.06.241>
- Abbas, M. I., Nafee, S., & Selim, Y. S. (2006). Calibration of cylindrical detectors using a simplified theoretical approach. *Applied Radiation and Isotopes*, 64(9), 1057–1064. <https://doi.org/10.1016/J.APRADISO.2006.05.005>
- Agostinelli, S., Allison, J., Amako, K., Apostolakis, J., Araujo, H., Arce, P., Asai, M., Axen, D., Banerjee, S., Barrand, G., Behner, F., Bellagamba, L., Boudreau, J., Broglia, L., Brunengo, A., Burkhardt, H., Chauvie, S., Chuma, J., Chytracsek, R., ... Zschesche, D. (2003). Geant4—a simulation toolkit. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3), 250–303. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)01368-8](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8)
- Ahmed, R. S. (2020). A review on soil radionuclide distribution in Iraq analysed using gamma ray spectroscopy. *Environmental Forensics*, 22(1–2), 91–98. <https://doi.org/10.1080/15275922.2020.1805827>
- Aviv, O., & Elia, P. (2020). Monte-Carlo simulations of the full-energy-peak efficiency for a broad-energy germanium detector—a comparison between GEANT4 and FLUKA. *Journal of Instrumentation*, 15(05), P05016. <https://doi.org/10.1088/1748-0221/15/05/P05016>
- Baldoncini, M., Albéri, M., Bottardi, C., Chiarelli, E., Raptis, K. G. C., Strati, V., & Mantovani, F. (2019). Biomass water content effect on soil moisture assessment via proximal gamma-ray spectroscopy. *Geoderma*, 335, 69–77. <https://doi.org/10.1016/J.GEODERMA.2018.08.012>
- Battistoni, G., Cerutti, F., Fassò, A., Ferrari, A., Muraro, S., Ranft, J., Roesler, S., & Sala, P. R. (2007). The FLUKA code: description and benchmarking. *AIP Conference Proceedings*, 896(1), 31. <https://doi.org/10.1063/1.2720455>
- Benov, D. M. (2016). The Manhattan Project, the first electronic computer and the Monte Carlo method. *Monte Carlo Methods and Applications*, 22(1), 73–79. <https://doi.org/10.1515/mcma-2016-0102>
- Del Sordo, S., Abbene, L., Caroli, E., Mancini, A. M., Zappettini, A., & Ubertini, P. (2009). Progress in the Development of CdTe and CdZnTe Semiconductor Radiation Detectors for Astrophysical and Medical Applications. *Sensors 2009, Vol. 9, Pages 3491-3526*, 9(5), 3491–3526. <https://doi.org/10.3390/S90503491>
- Demir, D., Eroğlu, M., & Turşucu, A. (2013). Studying of characteristics of the HPGe detector for radioactivity measurements. *Journal of Instrumentation*, 8(10). <https://doi.org/10.1088/1748-0221/8/10/P10027>

- Duc Tam, H., Hai Yen, N. T., Tran, L. B., Dinh Chuong, H., & Thien Thanh, T. (2017). Optimization of the Monte Carlo simulation model of NaI(Tl) detector by Geant4 code. *Applied Radiation and Isotopes*, *130*, 75–79. <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2017.09.020>
- Elekes, Z., Belgya, T., Molnár, G. L., Kiss, Á. Z., Csatlós, M., Gulyás, J., Krasznahorkay, A., & Máté, Z. (2003). Absolute full-energy peak efficiency calibration of a Clover–BGO detector system. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, *503*(3), 580–588. [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)00998-7](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)00998-7)
- Guembou Shouop, C. J., Ndontchueng Moyo, M., Nguem Mekongtso, E. J., Motapon, O., & Strivay, D. (2018). Monte Carlo method for gamma spectrometry based on GEANT4 toolkit: Efficiency calibration of BE6530 detector. *Journal of Environmental Radioactivity*, *189*, 109–119. <https://doi.org/10.1016/J.JENVRAD.2018.03.015>
- Hurtado, S., García-León, M., & García-Tenorio, R. (2004). Monte Carlo simulation of the response of a germanium detector for low-level spectrometry measurements using GEANT4. *Applied Radiation and Isotopes*, *61*(2–3), 139–143. <https://doi.org/10.1016/J.APRADISO.2004.03.035>
- Hurtado, S., Villa, M., Manjón, G., & García-Tenorio, R. (2007). A self-sufficient and general method for self-absorption correction in gamma-ray spectrometry using GEANT4. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, *580*(1), 234–237. <https://doi.org/10.1016/J.NIMA.2007.05.090>
- Jeřkovský, M., Javorník, A., Breier, R., Slučiak, J., & Povinec, P. P. (2019). Experimental and Monte Carlo determination of HPGe detector efficiency. *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry* *2019* *322*:3, *322*(3), 1863–1869. <https://doi.org/10.1007/S10967-019-06856-4>
- Khan, W., Zhang, Q., He, C., & Saleh, M. (2018). Monte Carlo simulation of the full energy peak efficiency of an HPGe detector. *Applied Radiation and Isotopes*, *131*, 67–70. <https://doi.org/10.1016/J.APRADISO.2017.11.018>
- Kirk, B. L. (2010). Overview of Monte Carlo radiation transport codes. *Radiation Measurements*, *45*(10), 1318–1322. <https://doi.org/10.1016/J.RADMEAS.2010.05.037>
- Krneta Nikolić, J., Rajačić, M., Todorović, D., Janković, M., Sarap, N., Pantelić, G., & Vukanac, I. (2018). Semiempirical efficiency calibration in semiconductor HPGe gamma-ray spectroscopy. *Journal of Spectroscopy*, *2018*. <https://doi.org/10.1155/2018/5392658>
- Martin, L. J., & Burns, P. A. (1992). The HPGe as a defined-solid-angle detector for low-energy photons. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, *312*(1–2), 146–151. [https://doi.org/10.1016/0168-9002\(92\)90145-T](https://doi.org/10.1016/0168-9002(92)90145-T)
- Marzocchi, O., Breustedt, B., & Urban, M. (2010). Characterisation, modelling and optimisation of the model of a HPGe detector with the aid of point sources. *Applied Radiation and Isotopes*, *68*(7–8), 1438–1440. <https://doi.org/10.1016/J.APRADISO.2009.11.022>
- Perez-Andujar, A., & Pibida, L. (2004). Performance of CdTe, HPGe and NaI(Tl) detectors for radioactivity measurements. *Applied Radiation and Isotopes*, *60*(1), 41–47. <https://doi.org/10.1016/J.APRADISO.2003.10.006>
- Sanin, A. B., Mitrofanov, I. G., Bakhtin, B. N., Litvak, M. L., Anikin, A. A., Golovin, D. v., & Nikiforov, S. Y. (2020). On the Study of the Spatial Variability of the Composition of the Lunar Material in Experiments on Gamma Spectroscopy Onboard a Mobile Spacecraft Using the Tagged-Cosmic-Rays Method. *Solar System Research* *2020* *54*:6, *54*(6), 477–487. <https://doi.org/10.1134/S0038094620060052>
- Shtatland, E. S., Kleinman, K., & Cain, E. M. (2002). One more time about R2 measures of fit in logistic regression. *NESUG 15 Proceedings*, *15*, 222–226. <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.503.5183&rep=rep1&type=pdf>
- Siegel, P. B. (2013). Gamma spectroscopy of environmental samples. *American Journal of Physics*, *81*(5), 381. <https://doi.org/10.1119/1.4793595>
- Smith, T., & Kearfott, K. J. (2018). Practical Considerations for Gamma Ray Spectroscopy with NaI(Tl): A Tutorial. *Health Physics*, *114*(1), 94–106. <https://doi.org/10.1097/HP.0000000000000804>
- Strati, V., Albéri, M., Anconelli, S., Baldoncini, M., Bittelli, M., Bottardi, C., Chiarelli, E., Fabbri, B., Guidi, V., Raptis, K. G. C., Solimando, D., Tomei, F., Villani, G., & Mantovani, F. (2018). Modelling Soil Water Content in a Tomato Field: Proximal Gamma Ray Spectroscopy and Soil–Crop System Models. *Agriculture* *2018*, *Vol. 8*, *Page* *60*, *8*(4), 60. <https://doi.org/10.3390/AGRICULTURE8040060>
- Turner, J. (2007). *Atoms, Radiation, and Radiation Protection* (3th ed.). WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. https://books.google.com.ec/books?hl=es&lr=&id=-NjMPZEt2yUC&oi=fnd&pg=PR7&dq=atoms,+radiation+and+radiation+protection&ots=A-3xICU4-V&sig=acNQdybqp07hoDmVDj6zO0_4mwc&redir_esc=y#v=onepage&q=atoms%20%20radiation%20and%20radiation%20protection&f=false
- Vidmar, T. (2005). EFFTRAN—A Monte Carlo efficiency transfer code for gamma-ray spectrometry. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, *550*(3), 603–608. <https://doi.org/10.1016/J.NIMA.2005.05.055>
- Watson, M. M., Venkataraman, R., & Croft, S. (2021). Characterization of ²⁵²Cf sources using high-resolution gamma spectroscopy. *Applied Radiation and Isotopes*, *169*, 109531. <https://doi.org/10.1016/J.APRADISO.2020.109531>

BIOGRAPHIES

Sebastián Sarasti Zambonino, he was born in Latacunga, but he grew up in Pujili. Currently, he studied a bachelor's degree in Chemical Engineering at Escuela Politecnica Nacional. He worked at the Nuclear Science Department at Escuela Politecnica Nacional as undergraduate research assistant. He has expertise on

gamma spectroscopy with scintillation and semiconductor detectors. Furthermore, his research is focused on radiation transport simulations with GEANT4. He is able to use the next programming languages: Python, Matlab and C++.

Tania Barahora, she was born in Sangolqui in 1994. She got her bachelor's degree from Escuela Politécnica Nacional in May 2021. She made a final project in Nuclear Science Department called "Desarrollo de un modelo digital para la simulación de un detector de Germanio Hiperpuro (HPGe) frente a fuentes de diferente

geometría". Through this work, she got experience on gamma spectroscopy with semiconductors and radiation transport simulation with Monte Carlo N-Particle.

Roque Santos, he was born in Quito in 1983. He got a bachelor's degree in Chemical Engineering from Escuela Politécnica Nacional in 2009. In 2010, he got a master's degree in Nuclear Engineering and Application from Universidad Autónoma de Madrid. He started to be an associate professor in Nuclear Science

Department at Escuela Politécnica Nacional in 2010. In 2017, he got his Ph.D. in Nuclear Engineering from University of Tennessee at Knoxville. Professor Santos research is focused on radiation detection applied to chemical engineering.

Evaluación de la Agresividad Climática y Concentración de Precipitaciones en la Cuenca Chancay-Lambayeque, Perú

Arriola, Guillermo^{1,*} ; Villegas, Luis¹ ; Marín, Noe¹ ; Idrogo, César¹ ; Piedra, José² ; Arbulú, José³

¹Universidad Señor de Sipán, Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Urbanismo, Pimentel, Perú

²Universidad Nacional de Jaén, Facultad de Ingeniería Civil, Jaén, Perú

³Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, Facultad de Ingeniería Civil, Sistemas y Arquitectura, Lambayeque, Perú

Resumen: El comportamiento de las precipitaciones en el norte peruano se caracteriza por presentar lluvias con pocos meses lluviosos y muchos meses secos, por lo cual, surge la necesidad de abordar el estudio de la regularidad de las lluvias en esta zona del país con fines de pronóstico y prevención. El objetivo de la presente investigación fue evaluar la agresividad climática y concentración de precipitaciones empleando los índices de Fournier (IF), Fournier modificado (IFM), Fournier-Maule modificado (IFMM) y concentración de precipitaciones (ICP), estos parámetros permiten estimar la agresividad y concentración pluvial empleando precipitaciones mensuales y anuales con correlaciones respecto a la altitud y la precipitación media. Para este caso, se usaron registros pluviométricos de las estaciones meteorológicas de la cuenca Chancay-Lambayeque ubicada en el norte de Perú agrupadas mediante su vector regional. Los resultados indican una buena correlación entre la altitud y la precipitación media ($R^2 = 0,69$), además el índice de agresividad climática que mejor desempeño muestra es el IFMM respecto a la altitud ($R^2 = 0,62$) y precipitación media ($R^2 = 0,87$), también el ICP indica buenas correlaciones en cuanto a la altitud ($R^2 = 0,69$) y precipitación media ($R^2 = 0,62$). En consecuencia, los hallazgos de la investigación manifiestan que el IFMM y ICP son los mejores estimadores para la cuenca estudiada ya que explican su agresividad climática variable y un comportamiento estacional según la concentración de precipitaciones.

Palabras clave: Agresividad climática; altitud; concentración de precipitación; cuenca; estaciones meteorológicas

Assessment of Climatic Aggressiveness and Precipitation Concentration in the Chancay-Lambayeque Basin, Peru

Abstract: The behavior of precipitations in northern Peru is characterized by having rains with few rainy months and many dry months, which is why there is a need to address the study of the regularity of rains in this area of the country for forecasting and prevention purposes. The objective of this research was to evaluate the climatic aggressiveness and precipitation concentration using Fournier (IF), modified Fournier (IFM), modified Fournier-Maule (IFMM) and precipitation concentration (ICP) index, since these parameters allow estimating the aggressiveness and pluvial concentration using monthly and annual precipitations with correlations with respect to altitude and mean precipitation, which for this case pluviometric records from meteorological stations of the Chancay-Lambayeque basin located in northern Peru were used grouped by their regional vector. The results indicate a good correlation between altitude and mean precipitation ($R^2 = 0,69$), in addition climatic aggressiveness index that shows the best performance is IFMM with respect to altitude ($R^2 = 0,62$) and mean precipitation ($R^2 = 0,87$), ICP also indicates good correlations in terms of altitude ($R^2 = 0,69$) and media precipitation ($R^2 = 0,62$). Consequently, the research findings show that IFMM and ICP are the best estimators for the studied basin as they explain its variable climatic aggressiveness and seasonal behavior according to precipitations concentration.

Keywords: Climatic aggressiveness; altitude; precipitation concentration; basin; meteorological stations

1. INTRODUCCIÓN

La agresividad climática permite analizar el comportamiento de las precipitaciones desde un nivel diario hasta varios años en una región específica tanto a nivel de país como a nivel de

una cuenca hidrográfica (Camarasa et al., 2020), respecto a ello se puede indicar que existe además un aumento de la variabilidad estacional de las lluvias en los diversos climas a nivel mundial, por ello es importante abordar su estudio (Burt et al., 2016). Así mismo, la aparición o no de días con lluvias

*garriola@crece.uss.edu.pe

Recibido: 15/09/2021

Aceptado: 21/06/2022

Publicado en línea: 04/08/2022

10.33333/rp.vol50n2.02

CC 4.0

puede generar cambios en la secuencia hidrológica volviéndolo aleatorio (Benhamrouche & Martín-Vide, 2012), entonces la finalidad de la aplicación de los índices que determinan la agresividad climática de una zona es la de evaluar la probable erosividad que producen las lluvias ante un cambio de sus patrones estacionales y además la susceptibilidad a los eventos de sequía y fenómenos de desertificación (Nunes et al., 2016; Diodato et al., 2020). En cuanto a la concentración de precipitaciones, se pueden estimar en distribuciones estacionales y anuales, considerando las variaciones y tendencias tanto en cortos como en amplios ciclos de lluvias (Mondol et al., 2018). El Perú no es ajeno a esta realidad pues el problema es latente en todas las regiones, esto debido a la aleatoriedad de los componentes hidrológicos de una cuenca hidrográfica (Arriola et al., 2020) y la falta de información es muchas veces un limitante para su evaluación hidrológica (Asurza et al., 2018).

Estudios actuales señalan que a diferencia de los modelos de intensidad y modelos de volumen que sólo se basan en la cuantificación unitaria de un valor numérico sin ningún rango de clasificación, los índices de agresividad climática y concentración identifican adecuadamente los patrones de lluvias evaluados por medio de categorías clasificables, por ende son una gran herramienta para estudios hidrológicos (García-Barrón et al., 2018; Ilbay et al., 2019) y estimación de indicadores ambientales (Rahman & Islam, 2019). Otro aspecto importante a tener en cuenta es la densidad de estaciones para una mejor estimación de la agresividad y concentración de precipitaciones pues dicho análisis servirá para mejorar la homogenización de valores promedios y máximos cuando se presentan ciertas tendencias y correlaciones temporales (Gubler et al., 2017; Amara et al., 2020).

Existen diversos estimadores de la agresividad y concentración de precipitaciones y los más usados según las referencias a nivel mundial son el índice de Fournier (Valdés et al., 2016), el índice de Fournier empleando sistemas de información geográfica (Fernandez et al., 2020), el índice modificado de Fournier (Ilbay et al., 2019), el índice modificado de Fournier-Maule (Pizarro et al., 2008), el índice de Fournier anual para períodos decadales o índice decadal de Fournier (Castelán et al., 2014), el índice de concentración de precipitaciones (Oliver, 1980) y a nivel diario (Kaboli et al., 2021), el índice pluviométrico de Angot (Dumitraşcu et al., 2017), el índice de concentración con la curva de Lorenz (Roblero et al., 2018), el índice de concentración diaria de clase cinco milímetros (Benhamrouche et al., 2015) o llamado también índice de concentración COIN (Patel & Shete, 2015). También existen investigaciones donde se ha analizado al índice de concentración de precipitaciones a nivel estacional (Caloiero et al., 2019), a nivel de condiciones secas y húmedas (Ezenwaji et al., 2017; Sarricolea et al., 2019), con el uso de imágenes y datos satelitales (Zubieta et al., 2019; Patel et al., 2021), y para el estudio de sequías (Guo et al., 2020).

La cuenca Chancay-Lambayeque al ubicarse en una zona costera y que llega hasta los 4000 m.s.n.m. en la zona sierra, se conforma por varias altitudes lo que produce un efecto variable y estacional de las lluvias que es característico de las cuencas ubicadas en el norte de Perú. Los principales riesgos

a los que se encuentra expuesta la cuenca en la situación actual son los problemas de sedimentación en las principales áreas agrícolas e inundaciones en los asentamientos poblacionales por ubicarse en zonas planas y con poco drenaje. Debido a la gran importancia ambiental y económica de esta cuenca es necesario conocer el comportamiento de las precipitaciones a través de su agresividad y concentración.

El objetivo de la presente investigación es evaluar la agresividad climática y concentración de precipitaciones en la cuenca Chancay-Lambayeque, perteneciente a la vertiente del Pacífico del norte peruano, empleando el índice de Fournier (IF), el índice de Fournier modificado (IFM), el índice de Fournier-Maule modificado (IFMM) y el índice de concentración de precipitaciones (ICP), ya que estos índices son los más adecuados para la zona de estudio, pues se tienen como antecedentes de investigaciones a nivel de Sudamérica casos aplicados en Ecuador, Chile y Argentina que han mostrado muy buenos resultados, por lo que su aplicación en el Perú sería válida y apropiada. Además, el uso de estos cuatro índices se justifica debido a su simplicidad, alta confiabilidad en los resultados y que no requieren uso de softwares especializados, en comparación a los demás métodos existentes.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Ubicación del área de estudio

La cuenca Chancay-Lambayeque se ubica en el norte de Perú, entre las coordenadas 78°38' a 80°00' longitud oeste y de 6°20' a 6°56' latitud sur y comprende parte de las regiones de Lambayeque y Cajamarca (Figura 1), con una extensión territorial de 5555,49 km², el área corresponde desde las nacientes de la Quebrada Shugur hasta la descarga al Océano Pacífico, cuyo principal afluente es el río Chancay. La cuenca tiene en su ámbito político siete provincias y cuarenta y siete distritos. Las principales actividades son las del tipo agrícola, pecuario, generación de energía eléctrica y turismo. La población económicamente activa representa el 48,40% en la parte alta y media de la cuenca para la región Cajamarca, y 49,80% para la parte baja de la cuenca correspondiente a la región Lambayeque.

Figura 1. Ubicación del área de estudio

2.2 Recolección de datos

La recolección de datos permitió establecer que la cuenca Chancay-Lambayeque tiene 16 estaciones del tipo convencional - meteorológica cuyos registros a nivel diario se encuentran disponibles en el Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología (SENAMHI) de Perú, considerándose para la investigación el período completo de 1969 al 2017, es decir una longitud de registro de 49 años (Tabla 1).

Así mismo, a los datos de precipitación se aplicó un control de calidad para determinar posibles valores erróneos que podrían resultar de algún problema operacional, sistemático o de observación (Luna-Romero et al., 2018). En ese sentido, se pudo aplicar una evaluación gráfica para la identificación de casos atípicos, siendo muy usual los diagramas de cajas al 95% de probabilidad, excluyéndose los meses que difirieron en más de tres desviaciones estándar respecto al promedio mensual de la estación respectiva (Lavado et al., 2013).

Tabla 1. Estaciones meteorológicas del área de estudio (período 1969-2017)

Código de estación	Nombre de estación	Altitud (m.s.n.m.)	Latitud Sur	Longitud oeste
E1	Lambayeque	18	6°44'04"	79°54'35"
E2	Reque	21	6°53'10"	79°50'08"
E3	Pimentel	14	6°49'60"	79°55'60"
E4	Ferreñafe	64	6°37'56"	79°47'32"
E5	Tinajones	23	6°39'18"	79°25'40"
E6	Pucalá	85	6°45'00"	79°36'00"
E7	Sipán	110	6°48'05"	79°36'00"
E8	Llama	2134	6°30'52"	79°07'21"
E9	Huambos	2294	6°27'13"	78°57'47"
E10	Santa Cruz	2026	6°37'59"	78°56'51"
E11	Chancay Baños	1677	6°34'30"	78°52'02"
E12	Chugur	2744	6°40'15"	78°44'14"
E13	Hacienda Chancay	1849	6°34'01"	78°52'01"
E14	Quilcate	3100	6°49'00"	78°48'00"
E15	Quilcate 2	3100	6°49'00"	78°44'38"
E16	Santa Catalina de Pulán	1900	6°44'01"	78°55'01"

Otro aspecto importante es el análisis del vector regional para el agrupamiento de estaciones climáticas según el patrón de precipitaciones. La aplicación de este método en la zona de estudio se justifica, ya que a diferencia de otras metodologías, tiene la particularidad de considerar una estación ficticia (vector) como si fuera el promedio de todas las demás, de esta manera se logra caracterizar mucho mejor a un grupo de estaciones como homogéneas en referencia a su altitud y precipitación dentro de la cuenca.

Se aplicó entonces el vector regional a la cuenca Chancay-Lambayeque, pues esta presenta una distribución estacional de las precipitaciones (Figura 2a y Figura 2b), determinándose

dos regiones. La primera que llega cerca a los 24 mm cuyos índices de vector son muy variables (Figura 2c) debido a que las estaciones climáticas están cercanas a la costa en un rango promedio de distancia de 50 km, esto explica los patrones temporales de las lluvias en esta zona de la cuenca. Para la segunda región que llega hasta los 40 mm, sus índices de vector tienen un rango similar pues las estaciones climáticas de esta parte de la cuenca están ubicadas en las zonas más altas (Figura 2d).

Figura 2. Distribución de las precipitaciones y vector regional para las 16 estaciones climáticas. a) Distribución estacional de las precipitaciones mensuales para las 7 estaciones homogéneas de la primera región. b) Distribución estacional de las precipitaciones mensuales para las 9 estaciones homogéneas de la segunda región. c) Vector regional para 7 estaciones donde destacan los extremos correspondientes al Fenómeno de El Niño. d) Vector regional para 9 estaciones ubicadas en la zona alta de la cuenca

2.3 Metodología

La metodología desarrollada se compone de dos etapas: la primera corresponde a la determinación de la agresividad climática y concentración de precipitaciones, y la segunda etapa consiste en determinar la correlación de los índices con respecto a las altitudes y precipitaciones medias de las estaciones. Esta secuencia metodológica se sustenta en las investigaciones realizadas a nivel de Europa (Vyshkvarikova et al., 2018; Bessaklia et al., 2018; Huang et al., 2018) y Sudamérica (Valdés et al., 2016; Zubieta et al., 2017; Llano, 2018; Ilbay et al., 2019; Back et al., 2019).

2.3.1 Agresividad climática y concentración de precipitaciones

La agresividad climática se determinó aplicando tres índices de agresividad basados en los estimadores de Fournier con sus respectivas modificaciones (Castelán et al., 2014; Valdés et al., 2016; Ilbay et al., 2019). El índice de Fournier (IF) es definido según la ecuación 1.

$$IF_j = \frac{p_{maxj}^2}{P} \quad (1)$$

Donde IF_j es el índice de Fournier para el año j , p_{max} es la precipitación media del mes más lluvioso del año j , y P es la precipitación media anual. Luego, se aplicó el índice de Fournier modificado (IFM) que se estima aplicando la ecuación 2.

$$IFM_j = \frac{\sum_{i=1}^{12} (p_{ij})^2}{P} \quad (2)$$

Donde IFM_j es el índice de Fournier modificado para el año j , p_{ij} es la precipitación mensual del mes i en el año j , y P es la precipitación media anual. Así mismo, se estimó el índice de Fournier-Maule modificado (IFMM) que se expresa en la ecuación 3.

$$IFMM_j = \frac{(\sum_{i=1}^{12} p_{ij})^2}{P} \tag{3}$$

Donde $IFMM_j$ es el índice de Fournier-Maule modificado, p_{ij} es la precipitación mensual del mes i en el año j , y P es la precipitación media anual.

El índice de concentración de precipitaciones (ICP) que usualmente se utiliza a una escala mensual y anual se recomienda aplicarlo para evaluar las lluvias anuales si se concentran transitoriamente en un mes o si se distribuyen de forma homogénea en todo un año, ambas en función del tiempo de la estación lluviosa (Ilbay et al., 2019); en ese sentido se aplicó este índice considerando la ecuación 4.

$$ICP_j = 100 \frac{\sum_{i=1}^{12} p_{ij}^2}{P_j^2} \tag{4}$$

Donde ICP_j es el índice de concentración de precipitación (ICP) para el año j expresado en porcentaje, p_{ij} es la precipitación mensual del mes i en el año j , y P_j es la precipitación anual del año j . La Tabla 2 muestra las clasificaciones cuantitativas y cualitativas de cada índice empleados en la presente investigación.

Tabla 2. Índices que determinan la agresividad climática y concentración de precipitaciones

Parámetro	Clasificación		Referencia
	Cuantitativa	Cualitativa	
Índice de Fournier (IF)	< 50	Muy bajo	Ilbay et al. (2019)
	50 - 100	Bajo	
	100 - 150	Moderado	
	150 - 200	Alto	
	> 200	Muy alto	
Índice de Fournier modificado (IFM)	< 100	Muy bajo	Ilbay et al. (2019)
	100 - 200	Bajo	
	200 - 300	Moderado	
	300 - 400	Alto	
Índice de Fournier-Maule modificado (IFMM)	> 400	Muy alto	Pizarro et al. (2008)
	< 400	Muy bajo	
	400 - 1000	Bajo	
	1000 - 1800	Moderado	
Índice de concentración de precipitación (ICP)	1800 - 2800	Alto	Ilbay et al. (2019)
	> 2800	Muy alto	
	< 8,30%	Uniforme	
	10% - 15%	Moderadamente estacional	
	15% - 20%	Estacional	
	20% - 50%	Fuertemente estacional	
	50% - 100%	Irregular	

2.3.2 Correlación de los índices con respecto a la altitud y precipitación media

Se aplicó la correlación que permite identificar si una variable depende de otra y que se establece por medio de una ecuación, el coeficiente de correlación y el coeficiente de determinación, que por lo general en el campo de la hidrología es del tipo lineal, es decir debe haber una razón de correspondencia homogénea lo cual se logra a partir de graficar la dispersión de valores de ambas variables con la mayor cantidad posible de datos (Herrera et al., 2017; Liu et al., 2018). La ecuación 5 es la que determina la correlación de dos variables.

$$r = \frac{n * \sum_{i=1}^n xy - \sum_{i=1}^n x * \sum_{i=1}^n y}{\sqrt{(n * \sum_{i=1}^n x^2 - (\sum_{i=1}^n x)^2) * (n * \sum_{i=1}^n y^2 - (\sum_{i=1}^n y)^2)}} \tag{5}$$

Donde r es el coeficiente de correlación, n es el número de datos, x es la variable de las abscisas, y es la variable de las ordenadas. Los valores, rangos y clasificación del coeficiente de correlación se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Rangos del coeficiente de correlación y su clasificación

Rangos del coeficiente	Clasificación	Referencia
$r = 1,00$	Perfecta	Herrera et al. (2017)
$0,80 < r < 1,00$	Muy alta	
$0,60 < r < 0,80$	Alta	
$0,40 < r < 0,60$	Moderada	
$0,20 < r < 0,40$	Baja	
$0,00 < r < 0,20$	Muy baja	
$r = 0,00$	Nula	

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A partir de la Figura 3ª, se puede interpretar que existe una buena correlación entre la altitud y la precipitación media ($r = 0,83$; $R^2 = 0,69$), por lo que se deduce que en toda la cuenca Chancay-Lambayeque existe un patrón de fuertes lluvias entre los cinco primeros meses del año, mientras que en los demás meses la precipitación disminuye hasta en un 65% respecto a los meses más lluviosos en la primera región homogénea (Figura 2a). En el caso de la segunda región homogénea (Figura 2b), la variabilidad de la precipitación fue de 35% de los primeros meses de mayor precipitación en relación a los meses de menores lluvias.

De los índices aplicados a la cuenca Chancay-Lambayeque, el que muestra mejor ajuste en función al coeficiente de correlación y de determinación según la Figura 3d es el índice de Fournier-Maule modificado (IFMM) en relación a la variable altitud ($r = 0,79$; $R^2 = 0,62$) cuya correlación fue alta y según la Figura 3h con la variable precipitación media ($r = 0,93$; $R^2 = 0,87$) la correlación fue muy alta. Respecto a los valores del IFMM y precipitación media, Valdés et al. (2016) obtuvieron los valores de $r = 0,9976$ y $R^2 = 0,9953$, confirmando en ese sentido la aceptación del IFMM con lo estimado en la presente investigación.

En relación al IFMM y la altitud fue todo lo contrario pues Valdés et al. (2016) estimaron $r = 0,0373$ y $R^2 = 0,1931$, valores muy por debajo de los obtenidos, esto se puede deber a que su investigación consideró mayor cantidad de estaciones

y con diversas altitudes; o como en el caso de Castelán et al. (2014) que el comportamiento de las precipitaciones se concentra en los meses de junio a octubre lo cual hace que el comportamiento de la agresividad de las precipitaciones sea diferente a la cuenca Chancay-Lambayeque.

En el caso de la investigación de Ilbay et al. (2019), determinaron que el índice de Fournier (IF) en función a la altitud y a la precipitación media si se relacionan en un 72% y 60% respectivamente, según los coeficientes de determinación obtenidos, sin embargo, para nuestra investigación según los resultados hallados el IF no se relaciona con ninguna de estas variables, pues los coeficientes de correlación fueron de clasificación bajos (Figura 3b) y muy bajos (Figura 3f). Sobre el índice de Fournier modificado (IFM) al correlacionarlo con la altitud y precipitación media, se obtuvo un $r = 0,61$ (Figura 3c) y $r = 0,87$ (Figura 3g) respectivamente, lo que indica una correlación alta y muy alta, pero en comparación a las correlaciones del IFMM no fue mejor su desempeño.

En cuanto al índice de concentración de precipitaciones (ICP) y en relación a la precipitación media Valdés et al. (2016) obtuvieron coeficientes de determinación 0,2249 y 0,0739 los cuales indican que no hay una correlación directa entre esas variables; para el caso estudiado por Huang et al. (2018), Ilbay et al. (2019), Sarricolea et al. (2019) y Wang et al. (2019) mencionan que no hay correlación entre el ICP con la altitud y la precipitación media lo que demuestra según sus hallazgos que los períodos de mayor precipitación anual no se corresponden con el ICP debido a que las variables estudiadas dependen directamente de las diferencias regionales.

Figura 3. Coeficientes de correlación y determinación entre altitud y: a) precipitación media; b) IF; c) IFM; d) IFMM y e) ICP; y entre precipitación media con f) IF; g) IFM; h) IFMM; i) ICP

A pesar de ello, nuestros resultados indican que para la relación ICP y altitud (Figura 3e) si existe una correlación muy alta ($r = 0,83$) y en la relación ICP y la precipitación media

(Figura 3i) se mantiene una correlación alta ($r = 0,79$) con lo que se infiere que el comportamiento estacional de la cuenca se asocia en gran medida con la concentración de precipitación media de la cuenca.

Por lo expuesto, el caso analizado de la cuenca Chancay-Lambayeque nos muestra el patrón estacional de una cuenca que se ubica en la zona costera peruana y por ende en la costa del Pacífico Sur de Sudamérica, esto concuerda con los resultados conseguidos por algunas investigaciones actuales sobre la distribución de la precipitación, variaciones temporales y su concentración en Chile (Valdés et al., 2016; Sarricolea et al., 2019), Ecuador (Ilbay et al., 2019) y Argentina (Llano, 2018).

Luego, se generaron los mapas climáticos de la cuenca Chancay-Lambayeque respecto al mejor estimador de la agresividad climática y concentración de precipitaciones, empleando para ello el método de interpolación de ponderación de distancia inversa, que determina los valores de cada punto de celda sin registros y/o mediciones en función a los datos disponibles en las estaciones meteorológicas. Se justifica la aplicación de este método en la cuenca de estudio, ya que es una metodología sencilla y precisa en la interpolación de los parámetros requeridos, además no se requiere de información adicional a la disponible en cada estación.

Finalmente, luego de realizada la interpolación con respecto al IFMM (Figura 4), se puede apreciar una menor agresividad de las precipitaciones en la primera región homogénea correspondiente a las primeras siete estaciones, mientras que sucede todo lo contrario para la segunda región homogénea.

Figura 4. Mapa de la distribución de agresividad climática mediante el índice IFMM para la cuenca Chancay-Lambayeque

Respecto a la concentración de precipitaciones según el ICP (Figura 5) se muestra una mayor concentración de lluvias en la zona más cercana a la costa peruana, el cual se ha visto muy influenciado por los eventos del Fenómeno El Niño en los períodos 1982, 1998 y 2017.

Figura 5. Mapa de la distribución de la concentración de precipitaciones mediante el índice ICP para la cuenca Chancay-Lambayeque

4. CONCLUSIONES

Se evaluó la agresividad climática en la cuenca Chancay-Lambayeque mediante tres índices (Fournier, Fournier modificado y Fournier-Maule modificado) con lo que se concluye que el índice que presenta mejores resultados de correlación y determinación es el índice de Fournier-Maule modificado (IFMM), debido a ello, la cuenca se clasifica en rangos desde muy bajo hasta muy alto.

La concentración de lluvias usando el índice de concentración de precipitaciones (ICP) indica altas correlaciones significativas concluyéndose en que la cuenca Chancay-Lambayeque se clasifica entre los rangos desde moderadamente estacional hasta irregular, cuyo comportamiento climático se ha visto influenciado en esta parte de Perú por el Fenómeno El Niño.

REFERENCIAS

- Amara, D., Ullah, K., & Yushu, Z. (2020). Rainfall erosivity estimation for Sierra Leone using non-parametric indices. *Theoretical and Applied Climatology*, 139(1-2), 221-236. <https://doi.org/10.1007/s00704-019-02960-3>
- Arriola, G., Villegas, L., & Sotomayor, G. (2020). Análisis de las curvas de infiltración para determinar caudales máximos en zonas de escasa información ante eventos extremos. *Revista Científica Ingeniería: Ciencia, Tecnología e Innovación*, 7(1). <https://doi.org/10.26495/icti.v7i1.1352>
- Asurza, F., Ramos, C., & Lavado, W. (2018). Evaluación de los productos Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) y Global Precipitation Measurement (GPM) en el modelamiento hidrológico de la cuenca del río Huancané, Perú. *Scientia Agropecuaria*, 9(1), 53-62. <https://doi.org/10.17268/sci.agropecu.2018.01.06>
- Back, Á., Gonçalves, F., & Fan, F. (2019). Spatial, seasonal, and temporal variations in rainfall aggressiveness in the south of Brazil. *Engenharia Agrícola*, 39(4), 466-475. <https://doi.org/10.1590/1809-4430-Eng.Agric.v39n4p466-475/2019>
- Benhamrouche, A., Boucherf, D., Hamadache, R., Bendahmane, L., Martín, J., & Teixeira, J. (2015). Spatial distribution of the daily precipitation concentration index in Algeria. *Natural Hazard and Earth System Sciences*, 15(3), 617-625. <https://doi.org/10.5194/nhess-15-617-2015>
- Benhamrouche, A., & Martin-Vide, J. (2012). Avances metodológicos en el análisis de la concentración diaria de la precipitación en la España peninsular. *Anales de Geografía*, 32(1), 11-27. https://doi.org/10.5209/rev_AGUC.2012.v32.n1.39306
- Bessaklia, H., Ghenim, A., Megnounif, A., & Martín, J. (2018). Spatial variability of concentration and aggressiveness of precipitation in North-East of Algeria. *Journal of Water and Land Development*, 36(I-III), 3-15. <https://doi.org/10.2478/jwld-2018-0001>
- Burt, T., Boardman, J., Foster, I., & Howden, N. (2016). More rain, less soil: Long-term changes in rainfall intensity with climate change. *Earth Surface Processes and Landforms*, 41(4), 563-566. <https://doi.org/10.1002/esp.3868>
- Caloiero, T., Coscarelli, R., & Gaudio, R. (2019). Spatial and temporal variability of daily precipitation concentration in the Sardinia region (Italy). *International Journal of Climatology*, 39(13), 5006-5021. <https://doi.org/10.1002/joc.6123>
- Camarasa, A., Rubio, M., & Salas, J. (2020). Evolución de episodios pluviométricos en la Demarcación Hidrográfica del Júcar (1989-2016): del recurso al riesgo. *Investigaciones Geográficas*, 73, 11-29. <https://doi.org/10.14198/INGEO2020.CBRVSR>
- Castelán, R., Tamariz, V., Linares, G., & Cruz, A. (2014). Agresividad de las precipitaciones en la subcuenca del río San Marcos, Puebla, México. *Investigaciones Geográficas*, (83), 28-40. <https://doi.org/10.14350/rig.33480>
- Diodato, N., Ljungqvist, F., & Bellocchi, G. (2020). Fingerprint of climate change in precipitation aggressiveness across the central Mediterranean (Italian) area. *Scientific Reports*, 10. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-78857-3>
- Dumitrașcu, M., Dragotă, C., Grigorescu, I., Dumitrașcu, C., & Vlăduț, A. (2017). Key pluvial parameters in assessing rainfall erosivity in the south-west development region, Romania. *Journal of Earth System Science*, 126(60). <https://doi.org/10.1007/s12040-017-0834-y>
- Ezenwaji, E., Nzoiwu, C., & Chima, G. (2017). Analysis of precipitation concentration index (PCI) for Awka urban area, Nigeria. *Hydrology: Current Research*, 8(4). <https://doi.org/10.4172/2157-7587.1000287>
- Fernandez, H., Martins, F., & Isidoro, J. (2020). Mapping rainfall aggressiveness from physiographical data: application to the Grândola Mountain Range (Alentejo, Portugal). *Physical Geography*, 41(5), 451-466. <https://doi.org/10.1080/02723646.2019.1674557>
- García-Barrón, L., Morales, J., & Sousa. (2018). A new methodology for estimating rainfall aggressiveness risk based on daily rainfall records for multi-decennial periods. *Science of The Total Environment*, 615, 564-571. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2017.09.305>
- Gubler, S., Hunziker, S., Begert, M., Croci, M., Konzelmann, T., Brönnimann, S., Schwierz, C., Oria, C., Rosas, G. (2017). The influence of station density on climate data homogenization. *International Journal of Climatology*, 37(13). <https://doi.org/10.1002/joc.5114>

- Guo, E., Wang, Y., Jirigala, B., & Jin, E. (2020). Spatiotemporal variations of precipitation concentration and their potential links to drought in mainland China. *Journal of Cleaner Production*, 267. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.122004>
- Herrera, C., Campos, J., & Carrillo, F. (2017). Estimación de datos faltantes de precipitación por el método de regresión lineal: Caso de estudio Cuenca Guadalupe, Baja California, México. *Investigación y Ciencia de la Universidad Autónoma de Aguascalientes*, 25(71), 34-44. <https://doi.org/10.33064/icycuaa201771598>
- Huang, Y., Wang, H., Xiao, W., Chen, L., Yan, D., Zhou, Y., Jiang, D., & Yang, M. (2018). Spatial and temporal variability in the precipitation concentration in the upper reaches of the Hongshui river basin, Southwestern China. *Advances in Meteorology*, 2018, 1-19. <https://doi.org/10.1155/2018/4329757>
- Ibay, M., Zubieta, R., & Lavado, W. (2019). Regionalization of precipitation, its aggressiveness and concentration in the Guayas River basin, Ecuador. *Granja*, 30(2), 57-76. <https://doi.org/10.17163/lgr.n30.2019.06>
- Kaboli, S., Hekmatzadeh, A., Darabi, H., & Haghghi A. (2021). Variation in physical characteristics of rainfall in Iran, determined using daily rainfall concentration index and monthly rainfall percentage index. *Theoretical and Applied Climatology*, 144(1-2), 507-520. <https://doi.org/10.1007/s00704-021-03553-9>
- Lavado, W., Labat, D., Ronchail, J. (2013). Trends in rainfall and temperature in the Peruvian Amazon–Andes basin over the last 40 years (1965-2007). *Hydrological Processes*, 27(20), 2944-2957. <https://doi.org/10.1002/hyp.9418>
- Liu, W., Zhang, Q., Fu, Z., Chen, X., & Li, H. (2018). Analysis and estimation of geographical and topographic influencing factors for precipitation distribution over complex terrains: A case of the northeast slope of the Qinghai-Tibet Plateau. *Atmosphere*, 9(9), 349. <https://doi.org/10.3390/atmos9090349>
- Llano, M. (2018). Spatial distribution of the daily rainfall concentration index in Argentina: Comparison with other countries. *Theoretical and Applied Climatology*, 133(3-4), 997-1007. <https://doi.org/10.1007/s00704-017-2236-0>
- Luna-Romero, A., Ramírez, I., Sánchez, C., Conde, J., Agurto, L., & Villaseñor, D. (2018). Distribución espacio-temporal de la precipitación en la cuenca del río Jubones, Ecuador: 1975-2013. *Scientia Agropecuaria*, 9(1), 63-70. <https://dx.doi.org/10.17268/sci.agropecu.2018.01.07>
- Mondol, M., Al-Mamun, A., Iqbal, M., & Jang, D. (2018). Precipitation concentration in Bangladesh over different temporal periods. *Advances in Meteorology*, 2018, 1-18. <https://doi.org/10.1155/2018/1849050>
- Nunes, A., Lourenço, L., Vieira, A., & Bento, A. (2016). Precipitation and erosivity in southern Portugal: Seasonal variability and trends (1950-2008). *Land Degradation and Development*, 27(2), 211-222. <https://doi.org/10.1002/ldr.2265>
- Oliver, J. (1980). Monthly precipitation distribution: A comparative index. *The Professional Geographer*, 32(3), 300-309. <https://doi.org/10.1111/j.0033-0124.1980.00300.x>
- Patel, A., Goswami, A., Dharpure, J., & Thamban, M. (2021). Rainfall variability over the Indus, Ganga and Brahmaputra river basins: A spatio-temporal characterisation. *Quaternary International*, 575-576, 280-294. <https://doi.org/10.1016/j.quaint.2020.06.010>
- Patel, N., & Shete, D. (2015). Analyzing precipitation using concentration indices for North Gujarat agro climatic zone, India. *Aquatic Procedia*, 4, 917-924. <https://doi.org/10.1016/j.aqpro.2015.02.115>
- Pizarro, R., Cornejo, F., González, C., Macaya, K., & Morales, C. (2008). Análisis del comportamiento y agresividad de las precipitaciones en la zona central de Chile. *Ingeniería Hidráulica en México*, 23(2), 91-109. Obtenido de la base de datos de SCOPUS
- Rahman, M., & Islam, A. (2019). Are precipitation concentration and intensity changing in Bangladesh overtimes? Analysis of the possible causes of changes in precipitation systems. *The Science of The Total Environment*, 690, 370-387. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2019.06.529>
- Roblero, R., Chávez, J., Ibáñez, L., Palacios, O., Quevedo, A., & González, J. (2018). Índice de concentración de la precipitación diaria en la cuenca del Río Grande de Morelia. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 9(5), 170-197. <https://doi.org/10.24850/j-tyca-2018-05-07>
- Sarricolea, P., Meseguer, Ó., Serrano, R., Soto, M., & Martín, J. (2019). Trends of daily precipitation concentration in Central-Southern Chile. *Atmospheric Research*, 215, 85-98. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2018.09.005>
- Valdés, R., Pizarro, R., Valdés, J., Carrasco, J., García, P., & Olivares, C. (2016). Spatio-temporal trends of precipitation, its aggressiveness and concentration, along the Pacific coast of South America (36-49°S). *Hydrological Sciences Journal*, 61(11), 2110-2132. <https://doi.org/10.1080/02626667.2015.1085989>
- Vyshkvarkova, E., Voskresenskaya, E., & Martin-Vide, J. (2018). Spatial distribution of the daily precipitation concentration index in Southern Russia. *Atmospheric Research*, 203, 36-43. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2017.12.003>
- Wang, R., Zhang, J., Guo, E., Zhao, C., & Cao, T. (2019). Spatial and temporal variations of precipitation concentration and their relationships with large-scale atmospheric circulations across Northeast China. *Atmospheric Research*, 222, 62-73. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2019.02.008>
- Zubieta, R., Saavedra, M., Espinoza, J., Ronchail, J., Sulca, J., Drapeau, G., & Martín, J. (2019). Assessing precipitation concentration in the Amazon basin from different satellite-based data sets. *International Journal of Climatology*, 39(7). <https://doi.org/10.1002/joc.6009>
- Zubieta, R., Saavedra, M., Silva, Y., & Giráldez, L. (2017). Spatial analysis and temporal trends of daily precipitation concentration in the Mantaro river basin: central Andes of Peru. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 31(6), 1305-1318. <https://doi.org/10.1007/s00477-016-1235-5>

BIOGRAFÍA

Guillermo Gustavo Arriola Carrasco, Ingeniero Civil de la Universidad Señor de Sipán, con estudios concluidos de Maestría en Ingeniería Vial en la Universidad Ricardo Palma. Proyectista y consultor en proyectos de ingeniería civil con énfasis en hidrología e ingeniería hidráulica. Cuenta con experiencia en el cálculo y

diseño de obras de arte para carreteras, puentes, obras hidráulicas, modelamiento hidrológico e hidráulico. Investigador y asesor de tesis en ingeniería hidráulica, hidrología y ramas afines para pregrado.

Luis Mariano Villegas Granados, Ingeniero Civil de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, con Maestría en Gestión pública y Educativa de la Universidad César Vallejo. Con experiencia en Supervisión y Residencia de obras de Construcción Civil, Proyectista y consultor en proyectos de ingeniería civil con énfasis en

edificaciones y obras viales. Cuenta con experiencia en el sector público como subgerente en el área de Urbano Rural. Investigador, asesor y jurado de tesis de pre y post grado en ingeniería vial, saneamiento y construcción.

Noe Humberto Marín Bardales, Ingeniero Civil, Magíster en Ingeniería Civil con mención en Estructuras. Profesor de la Escuela Profesional de **Ingeniería Civil (USS)**. Me desempeño en labores de diseño de cálculo de estructuras de concreto armado y asesoría de tesis de investigación. Actualmente

egresado del programa de Doctorado en Ciencias e Ingeniería de la Universidad Nacional de Trujillo.

César Antonio Idrogo Pérez, Ingeniero Civil de la Universidad Señor de Sipán, Maestro en Ciencias de la Educación con Mención en Docencia y Gestión Universitaria de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. Licenciado en Educación, Especialidad Ciencias Naturales de la Universidad Nacional

Pedro Ruiz Gallo. Docente de tiempo completo de la Universidad Señor de Sipán.

José Luis Piedra Tineo, Ingeniero Civil. Magister en Gestión Pública. Estudios concluidos de Maestría en Transportes y Conservación Vial. Doctorando en Ingeniería Civil. Catedrático ordinario y miembro de la Comunidad de Investigación Científica Universitaria (CICU) en la

Universidad Nacional de Jaén (UNJ), catedrático en Universidades públicas y privadas, ingeniero proyectista y consultor en la rama de la ingeniería civil. He desempeñado el cargo de Coordinador de la Carrera Profesional de Ingeniería Civil (UNJ) y actual investigador y jurado, asesor de trabajos de investigación a nivel de pregrado.

José del Carmen Arbulú Ramos, Ingeniero Civil con Maestría en Ingeniería Ambiental y Doctorado en Ciencias Ambientales de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. Profesor principal de hidráulica en pre grado y profesor de la Maestría en Ingeniería Hidráulica en la UNPRG. Con más de 35 años de

experiencia académica y profesional, como ingeniero de diseño de la central hidroeléctrica de Carhuaquero y del Proyecto Hidráulico Tinajones. Director de Obras del Proyecto Hidráulico Olmos. Miembro del Directorio del Proyecto Especial Olmos-Tinajones. Investigador y asesor de tesis en ingeniería hidráulica, hidrología y ramas afines para pre y posgrado.

Eficiencia de la Imputación de Datos Faltantes de Precipitaciones Utilizando Herramientas Computacionales en la Cuenca Hidrográfica, Jubones - Ecuador

Matovelle, Carlos^{1,*} ; Heras, Diego² ; Solano-Peláez, José³

¹Universidad Católica de Cuenca, HYDROLAB, Cuenca, Ecuador

²Universidad Católica de Cuenca, Carrera de Arquitectura, Cuenca, Ecuador

³Universidad Católica de Cuenca, Laboratorio de Simulación en Tiempo Real, Cuenca, Ecuador

Resumen: Para un correcto análisis de los recursos hídricos es necesario conocer de una manera precisa las precipitaciones de una zona, esto permitirá realizar aplicaciones con altos niveles de confiabilidad en cuanto a la cantidad de agua que se tenga en una cuenca hidrográfica. Las series suelen ser de varios años por lo que es muy probable que por fallas de los equipos, fallas humanas o pérdida de registros de almacenamiento se encuentren datos faltantes. Previo a cualquier análisis hidrológico, una tarea fundamental es tener series de datos completas y debido a la variabilidad de ciertas cuencas hidrográficas muchos de los métodos convencionales no resultan efectivos. Por tal motivo se utiliza la paquetería Climatol de R y la metodología estadística recomendada desde la normalización de los datos para evaluar su funcionamiento. Para esto se imputan los datos de la cuenca del río Jubones que se caracteriza por ser vertiente de Pacífico y por tener una gran variabilidad de precipitaciones. Se han utilizado varias métricas estadísticas de comparación para comprobar el funcionamiento de la metodología encontrando muy buenos ajustes en diversas comparaciones entre series de datos de diferentes estaciones meteorológicas.

Palabras clave: precipitación, datos faltantes, cuencas del Pacífico

Imputation Efficiency of Missing Rainfall Data Using Computational Tools in a River Basin, Jubones-Ecuador

Abstract: For a correct analysis of water resources, it is necessary to know precisely the rainfall in an area; this will allow applications with high levels of reliability in terms of the amount of water in a hydrographic basin. The series is usually of several years, so it is very likely that missing data will be found due to equipment failures, human failures, or loss of storage records. Before any hydrological analysis, a fundamental task is to have complete data series, and due to the variability of certain hydrographic basins, many of the conventional methods are ineffective. For this reason, the R Climatol package is used, and the statistical methodology is recommended from the normalization of the data to evaluate its operation. For this, the Jubones river basin data are imputed, characterized by being a Pacific-slope and having a great rainfall variability. Several statistical comparison metrics have been used to verify the methodology performance, finding perfect fits in various comparisons between data series from different meteorological stations.

Keywords: precipitation, missing data, Pacific basins

1. INTRODUCCIÓN

La climatología es el estudio del clima que busca analizar el comportamiento e interrelación entre las variables que dan lugar a las perturbaciones climáticas, considerando la variabilidad de las observaciones de acuerdo a la ubicación y escala temporal de los datos (Mills, 2006; Le Gal La Salle et al., 2021). Para lo cual se requiere realizar mediciones a diferentes escalas temporales utilizando estaciones meteorológicas automáticas o manuales que permitan

recolectar esta información, en algunas ocasiones estas no funcionan correctamente. Para esto se requiere rellenar datos faltantes (Hernández-García et al., 2012), dentro de estas variables la precipitación juega un papel importante para los sistemas hídricos y los relacionados (Asurza et al., 2018). De esta manera se logra una gestión adecuada del recurso hídrico. Sin embargo, los datos de pluviómetros que existen generalmente son escasos y están mal distribuidos, especialmente en los países en desarrollo (Chen & Li, 2016) a todo esto se suma la falta de datos por fallas humanas o

*cmmatovelleb@ucacue.edu.ec

Recibido: 10/02/2021

Aceptado: 21/06/2022

Publicado en línea: 04/08/2022

10.33333/tp.vol50n2.03

CC 4.0

tecnológicas, lo que causa una limitada comprensión de los procesos físicos que definen el clima (Condom et al., 2020). Esto hace que se tengan que desestimar series temporales que podrían ser de gran utilidad para estudios posteriores, para solventar este problema se trabaja con diferentes técnicas de imputación de datos (Ng et al., 2009; Kim et al., 2015; Mwale et al., 2012) en las que la mayoría utiliza herramientas computacionales que desarrollan técnicas estadísticas.

Para este estudio se utiliza el software Climatol, que es un programa que se aplica para realizar el control de calidad, homogeneización y completado de datos faltantes de series climatológicas, ya que en varias ocasiones eventos poco frecuentes alteran los datos recolectados y las metodologías de homogeneización y completado permiten eliminar o reducir al máximo estas alteraciones no deseadas, al comparar todas las series disponibles en pares, de modo que la detección repetida de una falta de homogeneidad permite identificar cuál es la serie errónea (Guijarro, 2018).

Los eventos climáticos afectan la producción y abastecimiento de recursos por lo que cada país está en la obligación de monitorear el clima y sus variaciones, esto se consigue mediante el uso de estaciones meteorológicas que permite recopilar información que se utiliza para el estudio del clima, su comportamiento y predicción a corto, mediano y largo plazo (Toro et al., 2017). En Ecuador, el INAMHI (Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología) es la organización que tiene a su cargo el monitoreo y recolección de información de las estaciones meteorológicas, que, a pesar de su importancia, varias de estas estaciones se encuentran en abandono o no están completamente operativas lo que genera datos erróneos e incompletos. Estos datos deberán ser verificados y rellenados para fines académicos con el mínimo error posible (Carrera et al., 2016). Las series que se busca completar son las de temperatura, precipitación a diferentes escalas, pudiendo ser diaria o mensual, etc., esto dependerá del tipo de análisis, los resultados y objetivos que se persigan durante la investigación (Pezoa, 2003).

Para ello, existen varios métodos que permiten el rellenado de datos meteorológicos entre ellos se puede mencionar el método de regresión-correlación, que depende del supuesto de linealidad entre los datos de las estaciones que se encuentren dentro de un área de influencia cercana y establece el nivel de relación mediante un análisis de dispersión utilizando un coeficiente de correlación, posterior a esto se obtiene una ecuación que se usa para calcular el valor faltante en función de los datos de las estaciones de referencia (Herrera et al., 2017).

Otro método es el denominado promedio aritmético simple (SAA), se utiliza cuando el valor anual en cada uno de los datos a promediar difiere por lo menos de 10% y llega a presentar estimaciones confiables si el dato analizado no tiene variabilidad espacial y si existe correlación entre las estaciones utilizadas para el análisis.

El método de ponderación de distancia inversa IDW se utiliza cuando se dispone de registros en la misma escala temporal de tres estaciones cercanas a la estación en estudio. El IDW se

utiliza en cualquier delta de tiempo y para su utilización se requiere una cantidad suficiente de datos para producir un semivariograma fiable (Toro et al., 2017).

Todos los modelos aplican estadística para el relleno de datos, actualmente existen herramientas como Climatol que facilita el relleno y control de calidad para series climatológicas, siendo parte del software estadístico R, está basada en la interpolación espacial de los datos de precipitación que permite el relleno de datos faltantes (Guijarro, 2004).

Para la presente investigación se requiere contar con una base de datos homogénea y de calidad, que sustente los resultados y que pueda ser utilizado como base para futuras investigaciones, por lo cual, se aplica una herramienta que está en capacidad de brindar los resultados esperados, Climatol realiza la imputación o completado de datos en estaciones meteorológicas a partir de datos temporalmente representativos dentro de un periodo de tiempo determinado con respecto a la cuenca de Río Jubones. La rutina Climatol de R Studio ha dado resultados en estudios de imputación de datos y de análisis de tendencia de precipitaciones, resultando ser una herramienta validada en estudios previos (Nery & Carfan, 2014; Caloiero et al., 2016).

2. METODOLOGÍA

Para el presente análisis se utiliza la cuenca del río Jubones, de la cual se seleccionaron a las estaciones meteorológicas que se muestran en la Figura 1:

Figura 1. Ubicación geográfica de las estaciones meteorológicas de precipitación seleccionadas

Se verificó que en los registros de datos de las estaciones existían datos faltantes en un porcentaje que no excedió un 18% aproximadamente, y en virtud de ello se justificó el realizar un proceso de verificación del control de calidad de los registros mediante un proceso inicial de análisis exploratorio de datos y luego la aplicación un proceso adecuado de imputación para los datos ausentes de las series a escala diaria.

Para realizar este proceso, se optó por la utilización de Climatol en su versión 3.1.1, el cual es una paquetería del software RStudio, el cual ha sido utilizado en diferentes estudios, obteniendo buenos resultados (De Luque Söllheim, 2011; Guijarro, 2016; Hernández-García et al., 2012).

2.1 Principio de funcionamiento de Climatol

La metodología descrita a continuación necesita que por lo menos exista un valor de cualquiera de las estaciones de las series de datos, por lo que, primero se revisó las bases de datos disponibles y se verificó que cumpla con esta condición. En la Figura 2 se puede comprobar que al menos si existe un dato a lo largo de la serie temporal.

Figura 2. Análisis de disponibilidad de datos en la serie temporal

Luego de comprobar que al menos existe un registro en algunas de las estaciones meteorológicas, se procede a realizar la normalización de los datos, Climatol permite ejecutar este proceso con la serie de datos analizados dentro de su propio algoritmo dependiendo de las características de las series (Guijarro, 2018).

Luego de realizar estos procesos, Climatol básicamente construye una serie artificial en la ubicación de cada estación, para lo cual, toma los datos de las estaciones de influencia en relación con la distancia (Guijarro, 2018). Luego, evalúa con la estación de referencia obteniendo una serie de atípicos que son las diferencias entre la serie original y la serie artificial reconstruida (De Luque Söllheim, 2011), esta es la base para obtener los datos que luego serán rellenados.

Para calcular el coeficiente de disimilitud climática, se aplica la metodología propuesta por De Luque Söllheim (2011), este índice es de gran importancia porque permite diferenciar agrupaciones de estaciones climáticas según la tendencia de las variables de precipitación.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una vez aplicado el proceso mediante la herramienta Climatol, se procede a comparar la calidad de los datos rellenados en las series. Esto se logra al eliminar datos observados aleatorios de una estación de precipitación, y someter estos datos a un nuevo proceso de homogeneización, control de calidad y relleno de datos ausentes de series a escala diaria. Una vez completado el proceso, se realizó una comparación entre los datos observados y los estimados con Climatol. Para la verificación de la variable de precipitación, se eligió a la estación de código M0142, la comparación entre datos observados y rellenados se puede observar en la Figura 3.

Figura 3. Validación de datos de precipitación rellenados

Para analizar la comparación objetiva de estos datos observados y rellenados, se eligieron a las estadísticas de comparación de: error medio (ME), error absoluto medio (MAE), error cuadrático medio (RMS), porcentaje de sesgo (PBIAS %), coeficiente de determinación (R2) y el índice de eficiencia de Kling-Gupta (KGE). Al evaluar todos estos datos estadísticos presentes en la Tabla 1, podemos concluir que el proceso de homogeneización, control de calidad y relleno de datos ausentes de series a escala diaria para precipitación en las estaciones dentro de la cuenca del Jubones proporcionado por Climatol tiene una eficiencia poco satisfactoria, al menos al emplear índices de bondad de ajuste como indicadores de eficiencia.

Tabla 1. Estadísticos de comparación entre datos observados y simulados de precipitación. Escala diaria para el período 1965 - 2015

Estadístico de comparación	Valor
ME	0,01
MAE	2,31
MSE	19,65
RMSE	4,43
PBIAS %	0,7
R2	0,18
KGE	0,40

Sin embargo, se realiza un análisis gráfico de manera rápida del comportamiento de los datos rellenados frente a los datos observados a escala diaria, esto debido a que la verificación se la realizó tomando muestras aleatorias, sin embargo, este breve análisis se lo realiza tomando las series completas, resultado de este análisis a escala diaria se obtienen los resultados mostrados en la Figura 4:

Figura 4: Galería de comparación de series diarias de datos observados y rellenados en las diferentes estaciones

Figura 5: Galería de comparación de series mensuales de datos observados y rellenados en las diferentes estaciones

Empleando las mismas métricas de comparación o métricas de ajuste de bondad que las utilizadas en el proceso de validación de Climatol, se obtienen los resultados listados en la Tabla 2, y podemos concluir que hay similitud entre las series diarias comparadas.

Tabla 2. Estadísticos de comparación en la serie completa diaria en las estaciones meteorológicas de precipitación. Período 1965 - 2015

Estadístico de comparación	M0040	M0142	M0419	M0420	M0422	M0481	M0421
ME	0	0	0	0	0	0	0
MAE	0	0	0	0	0	0	0
MSE	0	0	0	0	0	0	0
RMSE	0	0	0	0	0	0	0
PBIAS %	0	0	0	0	0	0	0
R2	1	1	1	1	1	1	1
KGE	1	1	1	1	1	1	1

Así mismo, se realiza una comparación entre series observadas y rellenadas a escala mensual, obteniendo los resultados mostrados en la Figura 5.

Se obtiene los resultados listados en la Tabla 3, donde se muestran los estadísticos que evidencian las similitudes entre las series mensuales, considerando el hecho de que se han rellenado datos faltantes de hasta el 18%.

Tabla 3. Estadísticos de comparación en la serie completa mensual en las estaciones meteorológicas de precipitación

Estadísticos	M0040	M0142	M0419	M0420	M0422	M0481	M0421
ME	5,1	2,06	4,02	7,97	4,72	12,04	8,25
MAE	5,1	2,06	4,02	7,97	4,72	12,04	8,25
MSE	666,94	162,81	492,59	920,51	242,61	1050,72	633,37
RMSE	25,83	12,76	22,19	30,34	15,58	32,41	25,17
PBIAS %	7	3,3	6,10	14	15,30	25,10	24,90
R2	0,94	0,93	0,90	0,77	0,87	0,80	0,63
KGE	0,92	0,95	0,92	0,81	0,83	0,73	0,68

Finalmente, se realiza una comparación entre series observadas y rellenadas a escala mensual en su media multianual, obteniendo los resultados mostrados en la Figura 6. En esta figura, se observa el comportamiento de las precipitaciones medias mensuales acumuladas para los años de análisis que van desde 1965 al 2015. De este comportamiento se pueden resaltar dos aspectos importantes, el primero es que el resultado de las series temporales de precipitación completadas por los métodos computacionales analizados presenta una tendencia monótona a los datos observados, como lo evidencian los índices de la Tabla 2. El segundo aspecto importante tiene que ver con el comportamiento propio de las precipitaciones en los meses de marzo y abril en

donde se registran los niveles más altos de lluvia, y por otra parte, en los meses de julio y agosto se observan los niveles más bajos.

Figura 6. Galería de comparación de series mensuales interanuales de datos observados y rellenados en las diferentes estaciones

Para este análisis los resultados de las métricas estadísticas se presentan en la Tabla 4, con ajustes satisfactorios.

Tabla 4. Estadísticos de comparación en la serie completa mensual en las estaciones meteorológicas de precipitación

Estadísticos	M0040	M014	M0419	M0420	M0422	M0481	M0421
ME	5,07	2,08	4,02	7,6	4,72	12,06	8,26
MAE	5,07	2,08	4,02	7,96	4,72	12,06	8,26
MSE	36	6,75	22,49	76,85	30,49	190,82	91,36
RMSE	6	2,60	4,74	8,77	5,52	13,81	9,56
PBIAS %	6,9	3,3	6,20	14	15,40	25,10	24,90
R2	1	1	1	1	1	1	0,92
KGE	0,92	0,97	0,93	0,81	0,81	0,69	0,75

Los datos faltantes pueden representar grandes anomalías en los modelos que se planteen en el futuro como lo demostró el estudio realizado por Afghari et al. (2019) para la aplicación en modelos regresivos y Shahbazi et al. (2018) para el monitoreo de datos de contaminación de aire.

Las técnicas usadas para la investigación propuesta han dado resultados satisfactorios para los datos de precipitación en una

cuenca de la vertiente del pacífico en Ecuador. Las técnicas usadas en este estudio se pueden comparar con métodos simples computacionalmente como los presentados por Yaseen et al. (2019) en donde aplica una técnica novedosa computacional para la imputación de datos de caudales.

Dentro de la análisis de datos de precipitaciones el estudio presentado por Mwale et al. (2012) presenta la importancia que tienen estos métodos y genera mapas con indicaciones de los lugares en donde es necesario imputar datos. Para Ecuador se puede mencionar la investigación de Campozano et al. (2014) que probaron técnicas para una cuenca andina en el sur del Ecuador y el estudio de Heras & Matovelle (2021) en el que se utilizan técnicas de máquinas de aprendizaje por computadora para la imputación de datos en cuencas vertientes del Pacífico del Ecuador.

El impacto que generan diferentes técnicas para la imputación de datos faltantes queda demostrado en estudios como los de Chen et al. (2019) en donde se evaluaron varios métodos estadísticos para completar series temporales con datos escasos, luego, se aplicaron los métodos mencionados en estudios de recursos hídricos, dando resultados confiables en la aplicación de los modelos hidrológicos.

El uso de algoritmos y metodologías combinadas para validar la imputación de datos hidrometeorológicos tiene un espectro grande de caminos a seguir hasta encontrar el proceso que mejores resultados entregue, desde el tipo de data que se tenga hasta las características propias del área de estudio. De acuerdo con Venema et al. (2012), debido a la importancia de los datos para estudios climáticos es fundamental manejar series temporales que sean correctas y representativas para garantizar los insumos mínimos necesarios para fundamentar la investigación referente al recurso hídrico.

4. CONCLUSIONES

Disponer de metodologías y técnicas computacionales, como las usadas en Climatol para la imputación de datos faltantes en series temporales cuya efectividad se ha puesto a prueba en las áreas específicas como las de gestión del recurso hídrico, hidráulicos, agrícolas, obra civil, entre otros; permite mejorar la estimación de resultados de predicción en el modelamiento de diferentes escenarios. Estas simulaciones tienen menor incertidumbre por lo que se convierten en una herramienta que permite tomar decisiones adecuadas en diferentes aplicaciones.

Los estadísticos de comparación utilizados como ME, MAE, MSE, RMSE, PBIAS, R2, KGE, para la comparación de series temporales diarias entre los datos observados y los datos rellenados resultaron satisfactorios, garantizando que el proceso brinda una imputación de datos de precipitación adecuada.

Se pudo concluir que los datos rellenados en el proceso de imputación fueron aptos para realizar inferencias estadísticas en los análisis de precipitación, gracias al respaldo de los resultados obtenidos en los indicadores comparativos que

fueron satisfactorios como se aprecia en la Tabla 4, entre los datos rellenados y los datos observados.

En general, al disponer de conjuntos de datos completos se pueden realizar análisis de precipitaciones y posterior evaluación de recursos hídricos con mayor certeza de que los resultados finales indicarán procesos reales. De esta manera, la planificación y gestión del recurso parte desde un conjunto de datos válidos y confiables. Los procesos de verificación garantizan el manejo correcto de los datos.

5. AGRADECIMIENTOS

Estudio realizado dentro del Proyecto “Análisis morfométrico e hidroquímico de las cuencas vertientes del Pacífico, Caso de Estudio – Jubones” financiado por la Convocatoria de Proyectos de Investigación de la Universidad Católica de Cuenca.

REFERENCIAS

- Afghari, A. P., Washington, S., Prato, C., & Haque, M. M. (2019). Contrasting case-wise deletion with multiple imputation and latent variable approaches to dealing with missing observations in count regression models. *Analytic Methods in Accident Research*, 24, 100104. <https://doi.org/10.1016/j.amar.2019.100104>
- Caloiero, T., Coscarelli, R., Ferrari, E., & Sirangelo, B. (2016). Trends in the Daily Precipitation Categories of Calabria (Southern Italy). *Procedia Engineering*, 162, 32–38. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.11.008>
- Campozano, L., Sánchez, E., Avilés, Á., & Samaniego, E. (2014). Evaluation of infilling methods for time series of daily precipitation and temperature: The case of the Ecuadorian Andes. *Maskana*, 5(1), 99–115. <https://doi.org/10.18537/mskn.05.01.07>
- Carrera, D., Guevara, P., Tamayo, L., Balarezo, A., Narváez, C., & Morocho, D. (2016). Relleno de series anuales de datos meteorológicos mediante métodos estadísticos en la zona costera e interandina del Ecuador, y cálculo de la precipitación media Filling series annual meteorological data by statistical methods in the coastal zone from Ecu. *Idesia*, 34(3), 81–90.
- Chen, L., Xu, J., Wang, G., & Shen, Z. (2019). Comparison of the multiple imputation approaches for imputing rainfall data series and their applications to watershed models. *Journal of Hydrology*, 572(May 2018), 449–460. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.03.025>
- Condom, T., Martínez, R., Pabón, J. D., Costa, F., Pineda, L., Nieto, J. J., López, F., & Villacis, M. (2020). Climatological and Hydrological Observations for the South American Andes: In situ Stations, Satellite, and Reanalysis Data Sets. *Frontiers in Earth Science*, 8(April), 1–20. <https://doi.org/10.3389/feart.2020.00092>
- De Luque Söllheim, A. L. (2011). *Cualificación y homogenización de las series climáticas mensuales de precipitación de Canarias . Estimación de Tendencias de la Precipitación . Memoria Explicativa*. Escrito por : Revisado por : Jose Luis Martín Esquivel Índi.
- Guijarro, J. (2004). *Climatol: Software Libre Para La Depuración Y Homogeneización De Datos Climatológicos. El Clima entre el Mar y la Montaña*. Asociación Española de Climatología y Universidad de Cantabria, Serie A, nº 4, Santander
- Guijarro, José A. (2018). *Homogeneización de series climáticas con Climatol*. Agencia Estatal de Meteorología (AEMET), D.T. En Islas Baleares, España, 1, 22. http://www.climatol.eu/homog_climatol-en.pdf
- Guijarro, José Antonio. (2016). Automatización de la homogeneización de series climáticas: nuevas funciones del paquete Climatol 3.0. In *Clima, sociedad, riesgos y ordenación del territorio* (pp. 153–160). Servicio de Publicaciones de la UA. <https://doi.org/10.14198/XCongresoAECALicante2016-14>
- Heras, D., & Matovelle, C. (2021). Machine-learning methods for hydrological imputation data: analysis of the goodness of fit of the model in hydrographic systems of the Pacific - Ecuador. *Ambiente & Agua - An Interdisciplinary Journal of Applied Science*, 16(3). <https://doi.org/10.4136/ambi-agua.2708>
- Hernández García, E. M., García Valero, J. A., Palenzuela Cruz, J. E., & Belda Esplugues, F. (2012). Ejercicio de homogeneización y relleno de series diarias de temperatura máxima, mediante el uso de Climatol. *VIII Congreso Internacional de La Asociación Española de Climatología*, 409–419.
- Herrera, C., Campos, J., & Carrillo, F. (2017). Estimación de datos faltantes de precipitación por el método de regresión lineal: Caso de estudio Cuenca Guadalupe, Baja California, México. *Investigación y Ciencia* 25(71) 34–44.
- Kim, M., Baek, S., Ligaray, M., Pyo, J., Park, M., & Cho, K. H. (2015). Comparative studies of different imputation methods for recovering streamflow observation. *Water (Switzerland)*, 7(12), 6847–6860. <https://doi.org/10.3390/w7126663>
- Le Gal La Salle, J., David, M., & Lauret, P. (2021). A new climatology reference model to benchmark probabilistic solar forecasts. *Solar Energy*, 223(May), 398–414. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2021.05.037>
- Mills, T. C. (2006). Modelling current trends in Northern Hemisphere temperatures. *International Journal of Climatology*. <https://doi.org/10.1002/joc.1286>
- Mwale, F. D., Adeloye, A. J., & Rustum, R. (2012). Infilling of missing rainfall and streamflow data in the Shire River basin, Malawi - A self organizing map approach. *Physics and Chemistry of the Earth*, 50–52, 34–43. <https://doi.org/10.1016/j.pce.2012.09.006>
- Nery, J. T., & Carfan, A. C. (2014). Re-analysis of pluvial precipitation in southern Brazil. *Atmosfera*, 27(2), 103–115. [https://doi.org/10.1016/S0187-6236\(14\)71104-X](https://doi.org/10.1016/S0187-6236(14)71104-X)
- Ng, W. W., Panu, U. S., & Lennox, W. C. (2009). Comparative Studies in Problems of Missing Extreme Daily Streamflow Records. *Journal of Hydrologic Engineering*, 14(1), 91–100. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)1084-0699\(2009\)14:1\(91\)](https://doi.org/10.1061/(asce)1084-0699(2009)14:1(91))
- Pezoa, L. S. (2003). Recopilación y análisis de la variación de las temperaturas (período 1965-2001) y las precipitaciones (período 1931-2001) a partir de la

información de estaciones meteorológicas de Chile entre los 33° y 53° de latitud Sur. *In Vitro*, 3(2), 1–23.

- Shahbazi, H., Karimi, S., Hosseini, V., Yazgi, D., & Torbatian, S. (2018). A novel regression imputation framework for Tehran air pollution monitoring network using outputs from WRF and CAMx models. *Atmospheric Environment*, 187, 24–33. <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2018.05.055>
- Toro, A. M., Arteaga, R., Vázquez, M. A., & Ibáñez, L. (2017). Relleno de series diarias de precipitación, temperatura mínima, máxima de la región norte del Urabá Antioqueño. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 6(3), 577. <https://doi.org/10.29312/remexca.v6i3.640>
- Venema, V. K. C., Mestre, O., Aguilar, E., Auer, I., Guijarro, J. A., Domonkos, P., Vertacnik, G., Szentimrey, T., Stepanek, P., Zahradnicek, P., Viarre, J., Müller-Westermeier, G., Lakatos, M., Williams, C. N., Menne, M. J., Lindau, R., Rasol, D., Rustemeier, E., Kolokythas, K., ... Brandsma, T. (2012). Benchmarking homogenization algorithms for monthly data. *Climate of the Past*, 8(1), 89–115. <https://doi.org/10.5194/cp-8-89-2012>
- Yaseen, Z. M., Sulaiman, S. O., Deo, R. C., & Chau, K. W. (2019). An enhanced extreme learning machine model for river flow forecasting: State-of-the-art, practical applications in water resource engineering area and future research direction. In *Journal of Hydrology* (Vol. 569, pp. 387–408). Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.11.069>

BIOGRAFÍAS

Carlos Matovelle, Máster en Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente por la Universidad Politécnica de Valencia. Especialista en Recursos Hídricos y Tratamiento de Agua. Candidato a Doctor por el Centro de

Hidrogeología de la Universidad de Málaga. Profesor por 7 años de la Carrera de Ingeniería Ambiental de la Universidad Católica de Cuenca, Coordinador del HYDROLAB del Centro de Investigación, Innovación y Transferencia de Tecnología – CIITT. Como Investigador ha sido Director de Proyectos Institucionales e Interinstitucionales que han resultado en publicaciones indexadas y ponencias en varios eventos científicos. Coordinador del Grupo de Investigación en Geociencias, Ambiente y Recursos Naturales adscrito al Centro de Investigación de la Unidad Académica de Ingeniería, Industria y Construcción.

Diego Heras, Profesor de Matemáticas tiempo completo en la Universidad Politécnica Salesiana (2013-2014). Profesor de Matemáticas y Estadística a tiempo completo con nombramiento de TITULAR AUXILIAR-1 en la Universidad Católica de Cuenca (desde el año 2014 hasta la fecha). Coordinador de la Unidad de Titulación de la carrera de Ingeniería Ambiental (2015 hasta la fecha). Consultor – Analista de datos de trabajos de titulación de la carrera de Ingeniería Ambiental. (2015 hasta la fecha). Analista de datos en proyectos de investigación de la carrera de Ingeniería Ambiental de la Universidad Católica de Cuenca. (2017 - 2020). Grupo de Investigación ACME. Capacitador del curso de Estadística descriptiva e inferencial aplicada a casos de estudio medioambientales con el software R y Rstudio en la Universidad Estatal de Cuenca (Departamento de Educación continua) (2019). Capacitador del curso de Análisis exploratorio de datos (EDA) aplicado con tics y el uso de R y Rstudio en la Universidad Católica de Cuenca. (Departamento de Educación Continua) (2019).

José Solano – Peláez, Supervisor Industrial, Ingeniero Químico y Especialista en Docencia Universitaria por la Universidad Católica de Cuenca; Magister en Sistemas de Gestión Ambiental por la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE;

estudiante de Doctorado en Ordenamiento Territorial y Desarrollo Sostenible de las Universidad de Cuyo – Argentina. Docente Investigador de la Universidad Católica de Cuenca; autor y coautor de libros y artículos científicos. Participación en proyectos de investigación y vinculación con la sociedad, en el campo de la evaluación de impactos ambientales y manejo de residuos sólidos desde una visión de territorio.

Modelado del Perfil de Temperatura para el Vuelo Suborbital EMIDSS-1

Padrón-Godínez, Alejandro ¹ ; Prieto-Meléndez, Rafael ¹ ; Mendoza-Bárceñas, Mario Alberto ²

¹Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, Universidad Nacional Autónoma de México, CDMX, México

²Centro de Desarrollo Aeroespacial, Instituto Politécnico Nacional, CDMX, México

Resumen: La medición física de las principales variables involucradas en las diferentes capas de la atmósfera ante un eminente cambio climático puede proporcionar registros que coadyuven al modelado, pronóstico, predicción y simulación del clima. En particular, el propósito de este trabajo se centra en el modelado del perfil de temperatura en diferentes etapas del vuelo, haciendo énfasis en la Tropopausa. El perfil fue obtenido por varios termómetros dentro y fuera del módulo “*Experimental Module for the Iterative Design for Satellite Subsystems version 1*” por sus siglas en inglés (EMIDSS-1) y registrados en la computadora de abordaje. Este es un Proyecto de colaboración entre el Centro de Desarrollo Aeroespacial del Instituto Politécnico Nacional y del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología de la Universidad Nacional Autónoma de México. El módulo fue lanzado con la ayuda de la NASA en la misión FY19-FTS dentro de la plataforma 11MCF#697N en septiembre 2019 desde Fort Sumner, Nuevo México-EUA dentro del Programa *Columbia Scientific Balloon Facility*. Los perfiles se comparan con vuelos suborbitales similares con plataformas de grandes altitudes y estándares internacionales de la atmósfera para el estudio y predicciones entre la tropósfera y la estratósfera.

Palabras clave: Cambio Climático, Cubesat, Instrumentación Espacial, Vuelos Suborbitales

Temperature Profile Modeling for Suborbital Flight EMIDSS-1

Abstract: The physical measurement of the main variables involved in the different layers of the atmosphere in the face of eminent climate change can provide records that contribute to the modeling, forecasting, prediction and simulation of the climate. In particular, the purpose of this work focuses on the modeling of the temperature profile at different stages of flight, emphasizing the Tropopause. The profile was obtained by several thermometers inside and outside the module “*Experimental Module for the Iterative Design for Satellite Subsystems Ver.1*” and recorded on the on board computer. This is a collaboration project between the CDA-IPN and ICAT-UNAM. The module was launched with NASA's help on the FY19-FTS mission within the 11MCF#697N platform in September 2019 from Fort Sumner, New Mexico-USA of the Columbia Scientific Balloon Facility Program. The profiles are compared with similar suborbital flights with high altitude platforms and international atmospheric standards for the study and predictions between the troposphere and the stratosphere.

Keywords: Weather Change, Cubesat, Space Instrumentation, Suborbital Flight

1. INTRODUCCIÓN

Entre muchas de las misiones espaciales de bajo costo que se están desarrollando en América Latina, la misión TEPEU-1 se viene desarrollando entre diversas instituciones mexicanas y diferentes programas espaciales. La misión TEPEU-1, como otras, está abierta a colaboraciones y participaciones con instituciones relacionadas de cualquier parte del mundo. A la misión TEPEU se le nombra así porque en la cosmovisión maya, este era un dios del cielo y una de las deidades que participaron en los tres intentos de crear humanidad. En el contexto del desarrollo tecnológico actual, TEPEU es el nombre de la misión espacial con fines científicos y tecnológicos promovida dentro y fuera de México por

instituciones de educación superior e investigación, (Mendoza et al., 2021).

La primera misión de TEPEU-1 se basará en la integración de un satélite de órbita baja con un doble objetivo. Por un lado, demostrará las capacidades institucionales para el desarrollo de un dispositivo de alta tecnología basado en componentes tipo COTS que orbitan la Tierra. Por otro lado, desde el punto de vista científico, se desarrollarán las bases para la creación de herramientas tecnológicas (Padrón et al., 2020). Esto permitirá, en el futuro, el registro de datos sobre variables físicas (temperatura, presión, intensidad del campo magnético, densidad de electrones, conductividad, etc.) presentes en las capas intermedias de la estratósfera terrestre y que, además,

*alejandro.padron@icat.unam.mx

Recibido: 02/09/2021

Aceptado: 21/06/2022

Publicado en línea: 04/08/2022

10.33333/tp.vol50n2.04

CC 4.0

permitan el estudio de su relación con los fenómenos geofísicos, como el clima espacial.

Desde 2015, el Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología (ICAT) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) junto con el Centro de Desarrollo Aeroespacial (CDA) del Instituto Politécnico Nacional (IPN) colaboran en este proyecto en el que generan instrumentación espacial, con especificaciones de satélites tipo CubeSat, para el análisis y determinación de la ionósfera. Las capas de la atmósfera ubicadas entre 85E03 y 460E03 (m) de altitud, una zona que se piensa que esta ionizada a causa de los efectos producidos por la radiación solar (Prieto, 2019).

En la misión TEPEU-1, se tomarán mediciones que coadyuven a caracterizar el plasma que forma a la ionósfera y que fenómenos físico-químicos se producen en esa capa. Al mismo tiempo se quiere analizar, estudiar y conocer las perturbaciones que se producen en la ionósfera además de su relación con otras capas de la atmósfera. Para lograr estos objetivos de la misión de TEPEU-1 se están realizando vuelos suborbitales para validar la instrumentación que se pondrá en órbita. En ese sentido, se ha iniciado con los primeros intentos para alcanzar grandes altitudes, entonces se usaron parapentes y globos aerostáticos. Los diseños de la instrumentación electrónica se desarrollan y se prueban para que puedan integrarse en satélites pequeños de baja órbita denominados LEO (Low Earth Orbit).

En las convocatorias realizadas por la Administración Nacional de Aeronáutica y el Espacio (NASA) para participar en vuelos suborbitales en el Programa *Columbia Scientific Balloon Facility* (CSBF), se sometió la propuesta para integrar el módulo EMIDSS-1 en uno de sus vuelos. Después de una evaluación, decidieron y consideraron que era pertinente que el módulo pudiera participar en alguna de sus misiones. En este primer vuelo suborbital con la NASA, se lanzó un globo que llegó a una altura máxima entre 36E03 y 38,5E03 (m), llevando una góndola enganchada con tres módulos experimentales, dos de ellos de Universidades Americanas y el otro por la colaboración mexicana IPN-UNAM. En el vuelo dentro de la misión FY19-FTS el *Experimental Module for the Iterative Design for Satellite Subsystems* versión 1 (EMIDSS-1) de 2019, cuyo objetivo era validar, en condiciones de espacio cercano, la instrumentación a bordo. En esta misión es donde obtuvimos los perfiles de temperatura, durante el vuelo de la sonda que nos disponemos analizar en este trabajo.

Con este experimento pretendemos comprender como debido a factores externos como la actividad solar, el campo magnético terrestre, la atmósfera pueden llegar a influir con los fenómenos naturales que suceden en la Tierra. Para esto se graficarán las mediciones registradas por la computadora de la hora local contra la temperatura de los sensores dentro y fuera del módulo EMIDSS-1 en función de la altitud. El módulo registró otras variables durante el vuelo como la presión barométrica, humedad relativa, altitud, latitud, longitud, voltaje de baterías, tiempo. Dentro de la carga útil, también se tienen transductores de movimiento inercial, con mediciones de aceleración, velocidades angulares y campos magnéticos. Una tarea de la comunidad científica es conocer la composición de la atmósfera terrestre, Figura 1, ya que la vida

en ella depende de la temperatura y de la radiación que recibe del sol.

Figura 1. Capas intermedias de la atmósfera (cortesía de @cumulo científico)

“Si no hubiera atmósfera, la temperatura del planeta sería de 271 (K), es decir temperatura bajo cero” en la escala de grados centígrados -2°C (Green, 2018). La atmósfera vista como un manto grueso transparente, es donde se concentran o dispersan contaminantes debido a factores como los vientos, las precipitaciones pluviales, las inversiones térmicas por mencionar algunos. Es bien conocido que la interacción entre la vegetación y el medio ambiente, durante la evolución está cambiando con el tiempo, por lo que las concentraciones de gases encontrados en el aire pueden medirse. Por ejemplo, podemos registrar Nitrógeno con 78,084, Oxígeno con 20,946, Helio con $5,2\text{E}-04$, Hidrógeno con $5,0\text{E}-05$, Xenón con $0,9\text{E}-05$ por porcentaje de volumen, por mencionar algunos. La metrología estudia y genera los modelos de predicción del clima en la atmósfera y cómo influyen sobre estos fenómenos como descargas eléctricas, la transferencia de energía en forma de calor, la contaminación por ruido en la atmósfera. Otros gases que conforman a la atmósfera en cantidades variables son: vapor de agua entre 0 y 7, Dióxido de carbono 0,035, el metano $1,5\text{E}-04$, el ozono con $0,2\text{E}-04$ por porcentaje de volumen. Estos porcentajes realizan un balance adecuado para el sustento de la vida en la Tierra (Günter, 2003).

Si observamos la estructura de la atmósfera, las capas que nos interesan, donde se registró los valores de temperatura a modelar son la Estratósfera y la Tropósfera pasando por la Tropopausa entre unos 10E03 y 12E03 metros de altura (Cavcar, 2017), ver Figura 2.

Figura 2. Temperatura contra altitud según el modelo de la ISA

La Figura 2 muestra el comportamiento de la temperatura en la tropósfera de acuerdo al modelo de la *International Standard Atmosphere* (ISA), usando:

$$T = T_0 - 6,5 \frac{h(m)}{1000} \quad (1)$$

$$T = T_0 - 1,989 \frac{h(ft)}{1000} \quad \text{o bien} \quad T = T_0 - 2 \frac{h(ft)}{1000}, \quad (2)$$

donde:

- T: Temperatura, (K) o (°C)
- T₀: Temperatura Inicial
- h: altura, (m) o (ft)

Veamos ahora el comportamiento o perfil de la temperatura contra la altitud registrada según las capas de la atmósfera, donde el modelo ISA ya no corresponde a la tendencia, ver Figura 3. La Figura 3 muestra la tendencia de la temperatura en función de la altitud que se encuentra reportada en la literatura de otras misiones en otros vuelos suborbitales, conforme se recorren las diferentes capas de la atmósfera (Chudobova, 2015). Recordando que el modelado que se presentará se hace para las etapas del vuelo suborbital de la misión FY19-FTS, que lleva al módulo EMIDSS-1 y alcanza una altitud cerca de los 39E03 (m). La Tropopausa es la capa intermedia entre la tropósfera y la estratósfera donde según la Organización Meteorológica Mundial, la "primera Tropopausa" se define convencionalmente como el nivel más bajo en el que la tasa de lapso disminuye a 2E-03 (K/m) o menos, siempre que la tasa de lapso promedio entre este nivel y todos los niveles superiores dentro de 2E03 (m) no supere los 2E-03 (K/m). Si la tasa de lapso promedio por encima de esta "primera Tropopausa" entre cualquier nivel y todos los niveles superiores dentro de 1E03 (m) supera los 3E-03 (K/m), entonces una "segunda Tropopausa" se define con el mismo criterio que la primera. Esta segunda Tropopausa puede estar dentro o por encima de la capa de 1E03 (m).

En la siguiente sección describiremos a grandes rasgos el camino que tomó el EMIDSS-1 hasta que fue recuperado a 200E03 (m) de donde fue el lugar del lanzamiento. También mencionaremos los instrumentos usados a bordo que nos servirán para este trabajo. Luego mostraremos los perfiles en los resultados y obtendremos los modelos de la hora local contra la temperatura registrada por varios termómetros.

La Figura 3 nos muestra un perfil genérico de temperatura con respecto a la altitud.

Figura 3. Temperatura contra altitud en las capas de la atmósfera, (cortesía de ISA y @astromia)633

2. MÉTODOS

El módulo EMIDSS-1 construido en el Laboratorio de Modelado y Simulación de Procesos del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología de la UNAM con la colaboración del Centro de Desarrollo Aeroespacial del IPN, fue un diseño que se adaptó e integró de misiones anteriores, realizados en otros vuelos suborbitales. El sistema se desarrolló con base en la tecnología de los Cubesat de dos unidades, con dimensiones 0,1(m), 0,1(m), 0,2(m) por cada lado, una estructura metálica aislada térmicamente y un peso aproximado de 1,5 (Kg).

El módulo integrado dentro de la plataforma 11MCF #697N con la misión FY19-FTS de la NASA fue lanzado desde la base del programa CSBF, ubicada en *Fort Sumner*, Nuevo México, Estados Unidos, en septiembre del 2019, en un exitoso vuelo que tuvo una duración aproximada de cinco horas. Los instrumentos estuvieron registrando a dos intervalos de muestreo, uno cada 30 (s) y otro a cada 10 (s), baja y alta frecuencia respectivamente. En la Tabla 1, se muestran los sensores que se emplearon para las mediciones durante el vuelo.

Tabla 1. Instrumentación a bordo del EMIDSS-1

Instrumento	Modelo	Escala	Precisión/Resolución	Voltaje de Operación
GPS Copernicus II Latitud, Longitud y Altitud	Spark Fun Trimble 63530-00	...	<2.0 (m) 50%, <4 (m) 90% con SBAS	2,7 – 3,3 (VDC) 233 a 358 (K)
Acelerómetro Ax, Ay, Az: (9.8 ms ⁻²)	LSM9DS 19 DoF IMU	±2/±4/±8 /±16 (9.8 ms ⁻²)	±1 (9.8 ms ⁻²)	1,9 a 3,6 (V)
Magnetómetro Mx,My,Mz: (μT)	LSM9DS 1 IMU	±4/±8/±1 2/±16	1x10 ⁻⁴ (Tesla)	1,9 a 3,6 (V)
Giroscopio Gx, Gy, Gz (rad/s)	LSM9DS 1 IMU	±4.27/±8. 72/±34.9 (rad/s)	1 (rad/s)	1,9 a 3,6 (V)
Magnetómetro Bx,By,Bz: (μT)	MAG311 0	±1000 (μT)	Sensitivity of 0,10 (μT)	1,95 a 3,6 (V)
Cronómetro EMIDSS-1	PIC32M X 5XX	---	1.25 (ns), 80 (MHz)	2,3 a 3,6 (V)
Voltaje de las Baterías	alcalina	---	+/- 0.1 (V)	1,5 (V)
Termómetro en las Baterías	LM135	218 a 435	3 (+/-K)	3,01 a 5 (V)
T ₁ : interna	LM135	218 a 435	3 (+/-K)	3,01 a 5 (V)
T ₂ : tapa superior	LM135	218 a 435	3 (+/-K)	3,01 a 5 (V)
T ₃ : OBD	LM135	218 a 435	3 (+/-K)	3,01 a 5 (V)
Medidor de Presión Barómetro (KPa)	MS5803- 14BA	0 a 1400 (KPa)	2 (KPa)	1,8 a 3,6 (V)
Humedad Relativa	DHT22	0 ~ 100% RH	± 2%	3,3 a 6 (V)
T _{nd} : temperatura exterior	LM135	218 a 423 (K)	3 (+/-K)	3,01 a 5 (V)
T _{pa} : temperatura del sensor de presión	LM135	218 a 423 (K)	3 (+/-K)	3,01 a 5 (V)

La Figura 4 muestra el módulo EMIDSS-1, la góndola o zona de anclaje, el inflado del globo y una toma del globo desde la sonda hacia el globo.

Figura 4. Imágenes del lanzamiento de la misión FY19-FTS

2.1 Preparación del vuelo

En Fort Sumner, Nuevo México donde está la base de lanzamiento de la NASA dentro de sus hangares se sujetan en la góndola o plataforma los diferentes módulos experimentales que llevará, estos módulos son de varias universidades con distintos propósitos. Una vez que se cierra el módulo y queda anclado a la góndola, se enciende la computadora abordo que controla los sensores y empezará a registrar los datos que se almacenan en una memoria SID. Luego es llevado hacia la zona de lanzamiento, se empieza a llenar el globo de Helio a su capacidad 311485,3 (m³) para iniciar el ascenso. El grupo de logística de la NASA se encarga de hacer el seguimiento en tiempo real del vuelo y se monitorea hasta que llega a su nivel de flotación mientras los instrumentos están registrando. En un momento, el globo que va perdiendo su capacidad de flotación es rasgado por un gancho controlado remotamente y entonces empezará el descenso. Mediante los GPS abordo, se realiza la ubicación del aterrizaje de la góndola y el equipo de rescate actúa para traer de regreso la góndola al hangar de operación y se apagan los módulos abordo.

3. RESULTADOS

En esta sección, mostraremos las gráficas de los registros obtenidos por el módulo, y los modelos dinámicos de los segmentos de interés durante el vuelo. Con los datos registrados y graficados del módulo EMIDSS-1 se obtienen los modelos dinámicos del comportamiento en vuelo para comprobar, analizar (validar, certificar) el funcionamiento de la instrumentación empleada.

Figura 5. Hora Local vs. Temperaturas & Altitud del EMIDSS-1

En la Figura 5, se muestran las variables de interés en este trabajo que son las temperaturas de los cinco termómetros, la altitud durante el tiempo de vuelo. En la Figura 6, se muestran las gráficas para cada perfil que analizaremos.

Figura 6. Perfiles de la temperatura en la a) preparación, b) ascenso, c) flotación, d) descenso y e) recuperación del módulo

Los termómetros registran la temperatura exterior, la temperatura de las baterías y tres temperaturas internas (tapa

superior, media e inferior) del módulo EMIDSS-1. Las gráficas de la Figura 6a, 6b, 6c, 6d y 6e son los perfiles de la temperatura en grados centígrados durante los tiempos de preparación, ascenso, flotación, descenso, recuperación de la sonda. En estas gráficas también están las altitudes como eje secundario medida en metros.

Para estas gráficas se obtuvieron los modelos experimentales representativos dados los registros obtenidos de las temperaturas en cada etapa del vuelo. Estos modelos de temperatura fueron ajustados a una tendencia lineal, exponencial, polinomial para cada termómetro en cada perfil dentro de lo físicamente razonable, ver la Tabla 2. Cada perfil puede ser comparado e interpretado con experiencias de otros vuelos similares, esto se discutirá más adelante.

Tabla 2. Ajuste de modelos para cada perfil de temperatura

Perfil	Termómetro	Modelo	Coef. Correlación
Preparación	T ₁	$y = 5\,049,4x^3 - 943,4x^2 + 1\,040,4x - 64,471$	R ² = 0,9753
	T ₂	$y = 20,42x + 18,716$	R ² = 0,9549
	T ₃	$y = 55,179x + 0,3637$	R ² = 0,7516
	T _{bat}	$y = 31,95x + 17,738$	R ² = 0,932
	T _{trd}	$y = 6\,624,3x^3 - 457,8x^2 + 986,37x - 55,701$	R ² = 0,7626
Ascenso	T ₁	$y = 4\,798,9x^2 - 835,5x + 772,93$	R ² = 0,9463
	T ₂	$y = 77\,329x^3 - 913x^2 + 29\,187x - 356$	R ² = 0,9882
	T ₃	$y = 668,91x^2 - 713,34x + 199,71$	R ² = 0,9493
	T _{bat}	$y = 1\,898,7x^2 - 656,6x + 368,57$	R ² = 0,9562
	T _{trd}	$y = 2E+08x^5 - 4E+08x^4 + 3E+08x^3 - 1E+08x^2 + 2E+07x - 2E+06$	R ² = 0,9811
Flotación	T ₁	$y = 6E+07x^5 - 2E+08x^4 + 2E+08x^3 - 8E+07x^2 + 2E+07x - 2E+06$	R ² = 0,9359
	T ₂	$y = 890,06x^2 - 617,54x + 106,6$	R ² = 0,9883
	T ₃	$y = 1\,531x^2 - 246,8x + 273,04$	R ² = 0,9897
	T _{bat}	$y = 0,0538E12,097x$	R ² = 0,9906
	T _{trd}	$y = 99\,570x^3 - 219x^2 + 62\,302x - 9510,9$	R ² = 0,867

Descenso	T_1	$y = 39\,522x^2 - 39\,998x + 10\,128$	$R^2 = 0,9778$
	T_2	$y = 2E+06x^3 - 2E+06x^2 + 1E+06x - 197\,439$	$R^2 = 0,9967$
	T_3	$y = 41\,151E-14,88x$	$R^2 = 0,9668$
	T_{bat}	$y = 4\,059x^2 - 479,1x + 1\,238,3$	$R^2 = 0,9575$
Recuperación	T_{rtid}	$y = 7E+07x^4 - 2E+08x^3 + 1E+08x^2 - 4E+07x + 5E+06$	$R^2 = 0,9928$
	T_1	$y = -1\,137,2x^2 + 523x - 470,15$	$R^2 = 0,9953$
	T_2	$y = -1\,968,3x^2 + 490,5x - 752,8$	$R^2 = 0,9963$
	T_3	$y = -1\,060,2x^2 + 460,7x - 456,2$	$R^2 = 0,9978$
	T_{bat}	$y = -1\,498,9x^2 + 956,4x - 601,36$	$R^2 = 0,9987$
	T_{rtid}	$y = -22\,847x^3 + 409x^2 - 21\,382x + 972,1$	$R^2 = 0,8426$

Por otra parte, también se midieron los perfiles de una serie de datos durante el vuelo correspondientes a la presión barométrica y los graficamos junto con la temperatura exterior del módulo y la altitud con respecto a las horas de vuelo, Figuras 7 y 8 respectivamente.

Figura 7. Hora Local vs. Temperatura Exterior & Altitud del EMIDSS-1

En la gráfica de la Figura 8a puede verse que el comportamiento de la temperatura en el perfil de flotación es creciente y decrece rápidamente en el descenso para después crecer en el perfil de recuperación. En este caso, la temperatura exterior comparándola con otros vuelos experimentales no tiene un comportamiento similar, es decir, es irregular en el sentido de que está creciendo en el perfil de flotación y no se muestra estable en un intervalo. En la Figura 8b, se muestra la gráfica del tiempo (UTC) contra el perfil de temperatura y presión barométrica del “High Altitude Student Platform” (HASP) del 2 de agosto del 2017, tomado como referencia y comparación para los registros del EMIDSS-1.

Figura 8. Hora Local vs Temperatura Exterior & Presión atmosférica, a) del EMIDSS-1 y b) de un HASP.

En otra gráfica donde se midió la velocidad de vuelo de la sonda se puede observar que durante el ascenso mantiene una velocidad promedio de 20 (Km/h) o bien 5,5 (m/s) y en flotación se mantiene más o menos estable ya que oscila entre los 38E03 y 39E03 (m) de altitud, Figura 9. Sin embargo, durante el descenso, pensaríamos que cuando se desgarran el globo, empieza la sonda en caída libre y el perfil de velocidad aumenta cuadráticamente con respecto a su desplazamiento. Hasta que llega, en un momento en que la fricción con el aire es mucho mayor por la abertura total del paracaídas a una altitud de 12E03 (m). Aquí llega a una velocidad promedio otra vez de 5,5 (m/s) hasta que aterriza y entonces en el tiempo de la recuperación la velocidad es cero.

Figura 9. Hora Local vs. Velocidad & Altitud

La velocidad de la sonda en la zona de la Tropopausa tiene perturbaciones que la hacen oscilar entre los 12,5E03 (m) y hasta que llega al perfil de flotación los 37E03 y 38E03 (m) de altitud. En el descenso nuevamente la velocidad de la sonda vuelve a oscilar cerca de los 12,5E03 (m) de altitud en la zona de la Tropopausa. Este fenómeno tenemos que relacionarlo con el perfil de temperaturas que mostramos anteriormente y que discutiremos en la sección correspondiente.

Luego mediante los registros del GPS Copernicus II podemos seguir el vuelo en el mapa ya que tenemos la longitud y latitud para ver la trayectoria de la sonda en todo momento, Figura 10. Aunque desde la base de lanzamiento se hace la telemetría en tiempo real de todo el vuelo de la sonda y se transmite en vivo vía Facebook.

Figura 10. Trayectoria de vuelo de la 11MCF #697N con la misión FY19-FTS de la NASA

4. DISCUSIÓN

Partiendo de la certeza de que en cada misión suborbital se tienen diferentes condiciones ambientales, debido a los puntos geográficos y de la época del año en que se llevan a cabo los lanzamientos de los globos sonda con los módulos experimentales. Nuestro interés se enfoca en el estudio y análisis de los registros de temperatura del módulo EMIDSS-1. En cada capa de la atmósfera se conocen algunos datos que permiten analizar el comportamiento del clima en esas capas, los datos y modelos de tendencias aquí mostrados se pueden corroborar y comparar con otros datos de vuelos suborbitales similares para comprender los fenómenos físicos que se producen en esas capas. En particular a una altitud de 11E03 (m) donde se encuentra la Tropopausa antes de la estratósfera, se conoce que hay fenómenos naturales que pueden influir sobre el cambio climático, las telecomunicaciones y otros fenómenos que suceden en la superficie de la Tierra. Y justamente en las gráficas de las Figuras 5, 7 y 8, el registro de la temperatura exterior a esa altitud muestra una variación a las ya registradas en vuelos similares (HASP, 2017). Observando que, aunque la norma ISA no registra estos datos a mayores altitudes, el módulo EMIDSS-1 en los perfiles de ascenso-flotación-descenso, la temperatura exterior baja rápidamente en el ascenso, tiende a recuperarse durante la flotación para nuevamente bajar rápidamente durante el descenso. Mientras que en los vuelos HASP no hay una variación más allá de 5 (K). En el caso del perfil de flotación, la temperatura exterior se tiene un promedio de 15 (K), fluctuando desde 5 hasta 25 (K), en otras palabras, una variación de 20 (K) en este periodo, podemos observar este comportamiento en la Figura 7. Así el termómetro que registra la temperatura exterior entre los 12E03 y 30E03 (m) de altitud pudo verse afectado por fricción con las partículas suspendidas en estas capas durante el ascenso y descenso. Estas perturbaciones o comportamientos anómalos de los registros de temperatura exterior los podemos relacionar con los registros obtenidos de las velocidades de vuelo que se graficaron en la Figura 9.

En la introducción vimos el comportamiento de la tropósfera con respecto a la temperatura, esto era variaba en una razón de $2E-03$ (K/m). Si en esta zona interpolamos según los registros de la velocidad del vuelo y obtenemos una velocidad promedio de $2,5E03$ (m) en 900 (s), vemos que lo deseable para medir la

razón de cambio anterior la sonda debería subir y bajar en la tropósfera más lentamente. Lo que si podemos ver claramente que durante las etapas de ascenso y descenso en la tropósfera hay perturbaciones en los registros medidos por el módulo EMIDSS-1 por la composición de esta subcapa de la atmósfera. Esto nos lleva a comparar estos registros y los modelos obtenidos en la Tabla 2 con otras y futuras misiones, para ver que puede estar pasando en ese periodo dentro de esas capas, o mandar una sonda que permanezca en flotación en esa subcapa y hacer otro tipo de mediciones para poderlas relacionar con fenómenos producidos en la superficie de la Tierra, pero no era el caso de esta misión.

En el caso de otras variables atmosféricas de estudio en este trabajo como la presión barométrica, no hay cambios relevantes en su comportamiento con respecto a otros vuelos similares, ver la Figura 8. Es decir, en comparación con el perfil de temperatura, el perfil de la presión barométrica se mantiene estable durante la flotación y solo tiene los abruptos en el ascenso y el descenso como se esperaba. Luego en el caso de los registros del GPS Copernicus II, puede observarse que con respecto a la telemetría en tiempo real no tiene variación, ver Figura 10. La posible diferencia que se muestra, es debida a la escala del mapa cuando se tomó la imagen. Realizando un acercamiento de esta imagen nos mostrará la trayectoria de los casi 200E03 (m) del trayecto de la sonda y las direcciones del globo por los vientos durante la misión, como sabemos no tenemos forma de controlar la dirección del vuelo y solo se puede medir la dirección del viento.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo, se mostraron los perfiles de temperatura de varios termómetros colocados estratégicamente en el módulo EMIDSS-1 que voló en la misión FY19-FTS de la NASA, durante la preparación, ascenso, flotación, descenso y recuperación. Donde se ajustaron modelos de tendencia a los registros experimentales que se almacenaron durante el vuelo de la sonda. Los modelos presentados en la Tabla 2 que fueron ajustados, van desde los lineales, hasta los polinomiales de sexto grado, pasando por modelos exponenciales en algunos termómetros para los diferentes perfiles. Encontramos una dinámica anormal en el ascenso-flotación-descenso comparada con otros vuelos similares que requiere más análisis y estudio sobre todo a las altitudes de la Tropopausa.

Una sugerencia propuesta para futuras misiones realizada por especialistas en el estudio de la atmósfera es tomar un mayor número de registros en esas altitudes. Aunque los primeros objetivos de estas misiones eran probar la instrumentación electrónica, los sensores de varias variables atmosféricas y el comportamiento de la computadora a bordo, con los resultados obtenidos nos dimos a la tarea de obtener los modelos experimentales para extrapolar resultados a otras altitudes. Cabe señalar que el perfil de la temperatura exterior en los modelos de tendencia fueron los que mayores diferencias tenían y los coeficientes de correlación no eran tan buenos, debido a que los ajuste en su mayoría fueron modelos polinomiales hasta de orden cinco de la Tabla 2.

Las expectativas de esta misión nos motivan a seguir experimentando en este tipo de misiones para ajustar y calibrar

la instrumentación empleada y tal vez usar otros instrumentos. Esto debido a los alcances de las sondas en este tipo de globos y en un futuro integrarlos a misiones satelitales de órbita baja.

En una plática con la directora encargada del Programa *Columbia Scientific Balloon Facility* de la NASA, Debora A. Fairbrother, nos comentó que estas misiones pudieran alcanzar los límites entre la estratósfera y la Mesosfera dependiendo el peso de las cargas útiles y la capacidad volumétrica con que se inflan los globos. Aunque por otro lado el Programa de Globos Científicos de la NASA no son para estudios climáticos pudimos percatarnos con los resultados del módulo EMIDSS-1, que la Tropopausa es la subcapa de la atmósfera donde ocurren fenómenos naturales que deben estudiarse más a fondo. Ahora estamos en espera de que vuelva a México el EMIDSS-2 que viajó a la estratósfera en la campaña primavera-verano de la NASA 2021 desde el mismo lugar en *Fort Sumner*, Nuevo México para comparar los resultados de los vuelos suborbitales con características similares.

REFERENCIAS

- Cavcar M. (2017). *The International Standard Atmosphere (ISA)*, Anadolu University, Turkey.
- Chudobova D., Cihalova K., Jelinkova P., Zitka J., Nejdil L. (2015). Effects of Stratospheric Conditions on the Viability, Metabolism and Proteome of Prokaryotic Cells. *Atmosphere*, 6(9), 1290-1306. <https://doi.org/10.3390/atmos6091290>
- Green Tal. (2018). *Ambientum, El portal profesional del medio ambiente*, <https://www.ambientum.com/>.
- Günter D. R. (2003). *Meteorología: Formaciones nubosas y otros fenómenos meteorológicos. Situaciones meteorológicas generales. Pronósticos del tiempo*. Barcelona: Ediciones Omega.
- HASP, (2020). High Altitude Student Platform. *Balloon Program Office NASA Wallops Flight Facility*. Issued October 16.
- Mendoza M. A., Prieto R. Álvarez-Cárdenas O., Padrón-Godínez A. (2021). TEPEU-1: Latin American space mission for scientific and technological validation, *I+D Tecnológico*. Vol. 17
- Padrón Godínez A., Mendoza M. A., Prieto R., López Cruz-Abeyro J. A. (2020). Integración de una red de estaciones terrestres para la misión TEPEU-1, *CONACES*, Agencia Espacial Mexicana.
- Prieto R. (2019). "NASA Lanza a la Estratósfera Módulo de Instrumentación Electrónica Creado por la UNAM e IPN". Boletín UNAM-DGCS-740. Ciudad Universitaria. Octubre.

BIOGRAFÍAS

Alejandro Padrón-Godínez, Físico por la Facultad de Ciencias de la UNAM, 1985-1990. Maestro en Ingeniería Eléctrica por la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. 1992-1994, Mención Honorífica. Especialización en Seguridad Informática y Tecnologías de la Información por ESIME-Culhuacán del IPN, 2008-2009. Maestro en Ingeniería en Seguridad y Tecnologías de la Información

por ESIME-Culhuacán del IPN, 2011-2013. Doctor en Ciencias por el INAOE, 2015-2020. Actualmente labora en el Grupo de Modelado y Simulación de Procesos del ICAT-UNAM. Es profesor de asignatura en la División de Ingeniería Eléctrica de la FI-UNAM, donde imparte clase desde 1992.

Rafael Prieto-Meléndez, recibió el título de Ingeniero Mecánico-Electricista en 1993, por la Facultad de Ingeniería y el grado de Maestro en Ingeniería, en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, en 1999. Actualmente labora en el Grupo

de Modelado y Simulación de Procesos del Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología de la Universidad Nacional Autónoma de México. Es profesor de asignatura en la División de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, donde imparte clase desde 1995.

Mario Alberto Mendoza-Bárceñas, Ingeniero eléctrico electrónico. Disciplina académica: Ingeniería eléctrica, electrónica y de comunicaciones. Fecha: 1999 – 2004. Maestro en Ingeniería Disciplina académica: Ingeniería eléctrica (Instrumentación). Fecha: 2005 – 2009. Doctor en Ingeniería

Disciplina académica: Ingeniería eléctrica (Instrumentación). Fecha: 2010 – 2014. Actualmente es Profesor Investigador en el Centro de desarrollo aeroespacial del Instituto Politécnico Nacional. Fechas de empleo: desde julio de 2013 – a la fecha. Duración del empleo 8 años y 1 mes. Líneas de Trabajo: Diseño e integración de Instrumentación aeroespacial para el desarrollo de cargas útiles orientadas a misiones científicas aeroespaciales mexicanas.

Obtención y Validación de Modelos de Presión Diferencial en la Sección de Impulsión de una Unidad Manejadora de Aire

García Vázquez, Carlos Alberto^{1,*} ; González Santos, Ana Isabel¹

¹Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría (CUJAE), Departamento de Automática y Computación, Cuba

Resumen: Este artículo aborda el problema de la identificación de la presión diferencial en una unidad manejadora de aire (UMA), haciendo especial énfasis en la validación de los modelos obtenidos. A pesar de que muchos autores se concentran solo en las variables: temperatura y humedad, por el probado ahorro energético de la aplicación de diversas estrategias de control avanzado sobre las mismas, otros estudios también muestran las oportunidades de ahorro a partir del control del flujo de aire. Todos estos trabajos tienen como denominador común el uso de modelos tanto en el diseño como en la evaluación de las estrategias de control propuestas. El trabajo aquí presentado destaca los aspectos tomados en cuenta durante la aplicación de la metodología de la identificación de sistemas en el proceso estudiado. Se exponen algunas de las principales dificultades que conlleva la aplicación de la misma en la industria y se proponen variantes, para, a pesar de ellas, obtener modelos que satisfagan las expectativas de sus futuros usuarios. En la validación se recomiendan, además de las pruebas que típicamente se hacen en la práctica de la identificación de sistemas, otros análisis sobre los modelos obtenidos, dada la variabilidad estocástica de la variable presión diferencial.

Palabras clave: Identificación de sistemas, Presión diferencial, Unidad manejadora de aire, Validación

Obtaining and Validating of Differential Pressure Models in the Impulse Section of an Air Handling Unit

Abstract: This article addresses the problem of identifying differential pressure in an air handling unit (AHU), with special emphasis on the validation of the obtained models. Despite of the fact that many authors focus only on the variables: temperature and humidity, due to the proven energy savings of the application of several advanced control strategies for these variables, other researches show energy savings opportunities from air flow control. All those works have as common denominator the use of models, both in the design and in the evaluation of the proposed control strategies. The work presented here highlights the aspects considered during the application of the system identification methodology in the studied process. Some of the main difficulties involved in applying it in a real case of the industry are exposed and variants are proposed to, despite them, obtain models that satisfy the expectation of its future users. In the validation step, in addition to tests typically done in the practice of system identification, other analysis on the obtained models are recommended, given the stochastic variability of differential pressure variable.

Keywords: System identification, Differential pressure, Air handling unit, Validation

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de calentamiento, ventilación y acondicionamiento de aire (HVAC por sus siglas en inglés) han sido objeto de numerosos trabajos de investigación durante los últimos años. Una de las principales razones es que estos sistemas representan hasta un 50%, o más, del consumo total de energía de los edificios donde se encuentran instalados (Afram & Janabi-Sharifi, 2015; Moradi & Vossoughi, 2016; Müller et al., 2014; Shah et al., 2017; Xiong & Wang, 2020; Yan et al., 2020), por lo que su operación eficiente resulta muy

importante. También, ha sido de interés el mejoramiento del confort térmico en los edificios y el diagnóstico y detección de fallos en el sistema de climatización. Una herramienta sumamente valiosa para los fines antes expuestos, resulta el desarrollo de modelos matemáticos del sistema bajo estudio.

La investigación realizada en García et al. (2021) muestra que se ha dedicado un número no despreciable de trabajos al desarrollo exclusivo de modelos matemáticos de sistemas HVAC, cuyo interés fundamental es el futuro desarrollo, a partir de los modelos obtenidos de estrategias de control para los sistemas o subsistemas modelados. Por otra parte, en el

*cagarcia@automatica.cujae.edu.cu

Recibido: 25/05/2021

Aceptado: 21/06/2022

Publicado en línea: 04/08/2022

10.33333/rp.vol50n2.05

CC 4.0

control propiamente de dichos sistemas se han enfocado también numerosos trabajos, los cuales se interesan fundamentalmente en un buen seguimiento de referencias, respuestas rápidas, sobreimpulsos y tiempos de establecimiento pequeños, lograr el confort térmico y alcanzar los anteriores objetivos con un menor consumo de energía.

La mayor parte de los trabajos citados en la investigación anterior se centran en las dinámicas de las variables: temperatura y humedad, siendo muy pocos los que abordan el flujo de aire o la presión, que suele ser una medida indirecta de este. El estudio de las anteriores variables se realiza en Sun et al. (2011), que desarrolla un modelo en ecuaciones algebraicas para relacionar la velocidad del ventilador con la presión estática del aire. En Abdo-Allah et al. (2018) se desarrolla un modelo multivariable en el espacio de estados que incluye la presión estática del aire entre las variables de salida, haciendo uso de datos del proceso controlado para estimar parámetros. En Razban et al. (2019), también se desarrolla un modelo multivariable, en este caso, en ecuaciones diferenciales donde una de las variables de salida es el flujo másico de aire, en función de la velocidad del ventilador. Los parámetros se estiman a partir de datos históricos del proceso. Por otra parte, en Yan et al. (2020) se utiliza una función de transferencia continua de primer orden con retardo para describir la relación entre la frecuencia suministrada al motor del ventilador y la presión estática generada por su velocidad, en un sistema con volumen de aire variable. El sistema fue identificado a partir de la aplicación de una secuencia binaria de máxima longitud como estímulo y los parámetros del modelo se estimaron mediante el método de mínimos cuadrados.

Una de las funciones fundamentales que cumplen los sistemas HVAC en la industria farmacéutica es mantener presurizadas las áreas que deben permanecer más limpias que aquellas que les rodean. Esto se logra proporcionando más aire dentro de los espacios más limpios que el que es mecánicamente removido de los mismos (Zaki & Mishra, 2015), de ahí la importancia del control del flujo de aire. El interés por desarrollar algoritmos de control que busquen la estabilidad del sistema de suministro de aire se justifica además por la significación del mismo en la calidad del ajuste de todo el sistema y por el consumo de energía (Yan et al., 2020), que aunque de acuerdo con Galitsky et al. (2006) no son los ventiladores los elementos de la UMA que más consumen, estrategias de control como la propuesta en Yan et al. (2020) permitieron un ahorro de energía de un 18.2% en el sistema estudiado.

En el presente trabajo de investigación, se estudió una UMA que climatiza varias salas limpias en un centro biotecnológico, y en ella, el control del flujo de aire de suministro, el cual se hace indirectamente a través del control de la presión diferencial en la sección de impulsión. El centro produce actualmente uno de los candidatos vacunales cubanos contra la Covid-19 y debe ser muy riguroso el mantenimiento de la limpieza de las salas, lo cual no solo se logra con los filtros, sino también cumpliendo con el número de recambios de aire por hora establecidos y suministrando en cada momento el volumen requerido de aire para mantener las diferencias de

presión establecidas entre las diversas áreas. La capacidad productiva del centro se encuentra en estos momentos en expansión, con la adición de nuevas plantas de producción, lo que implica la instalación de nuevas UMAs.

Para dar respuesta a las exigencias de calidad del aire en las salas limpias y hacerlo de una manera eficiente desde el punto de vista energético, se propone en este trabajo la obtención de una familia de modelos del subproceso de presión diferencial en la sección de impulsión. Los modelos serán usados para la resintonía del controlador PID actual, puesto que este fue inicialmente sintonizado a prueba y error. También se pretende usarlos para el futuro diseño y evaluación de otras estrategias de control que, por el momento, al no contarse con la licencia del software del PLC, solo pueden ser evaluadas mediante simulación. Por esta razón, el trabajo presta especial atención al procedimiento para validar los modelos obtenidos, pues se busca la fiabilidad de los resultados de las simulaciones basadas en modelos de un proceso con la particularidad de tener una variable de salida cuyos valores medidos presentan una variabilidad de carácter aleatorio muy marcada. De ahí que el aporte de este trabajo sea fundamentalmente metodológico y procedimental, ya que se hace un estudio y selección de un conjunto amplio de técnicas de validación de acuerdo a las características del proceso y los objetivos de los modelos.

A partir de la experimentación y la simulación también se sugieren las opciones de pretratamiento que ofrecen mejores resultados para este proceso, así como modificaciones a los modelos obtenidos que mejoran considerablemente los resultados de estos en las pruebas de validación aplicadas. La utilización de los procedimientos aquí descritos evidencia la posibilidad de obtener, para procesos como el estudiado, modelos fiables y sencillos. Se incentiva, por tanto, la aplicación de estos procedimientos, así como de las técnicas de validación expuestas, como paso previo e imprescindible al diseño de cualquier sistema de control, sea convencional o no, con el aval de los resultados de simulación del sistema controlado que se muestran también en el trabajo.

2. MODELO Y METODOLOGÍA UTILIZADA

Sopesando las ventajas y desventajas de los tipos de modelos que se pueden utilizar en la descripción de unidades manejadoras de aire, mencionadas en Santoro et al. (2019) y Afram & Janabi-Sharifi (2014), dadas las características del proceso bajo estudio, la información disponible sobre el mismo y su rango de operación, se han seleccionado modelos de caja negra lineales, con estructura polinomial, específicamente, estructura Box-Jenkins (BJ), para representar el subproceso de presión diferencial en la sección de impulsión de la UMA. Por lo tanto, se hizo uso de la identificación de sistemas para la obtención del modelo, siguiendo una metodología expuesta en García et al. (2021) que se basa en las metodologías propuestas por Ljung (1999b), Roffel & Betlem (2006) e Isermann & Munchhof (2011). A continuación, se exponen las etapas de la metodología utilizada.

2.1 Estudio preliminar del proceso

Las UMAs son el componente fundamental de los sistemas HVAC (Shah et al., 2017). Estas permiten controlar variables como: la temperatura, la humedad y la velocidad del aire, y pueden ser de volumen de aire constante o variable. En el primer caso, la velocidad del ventilador es constante, mientras en el segundo, el flujo de aire es controlado (Ghiaus et al., 2007). Las UMAs se componen de varias secciones y pueden presentar diferentes configuraciones. La estudiada en este trabajo, cuyo esquema se muestra en la Figura 1, climatiza varias salas limpias en el Centro de Ingeniería Genética y Biotecnología (CIGB) de La Habana, y está compuesta por: una sección de mezcla (en la cual el aire que retorna de los locales climatizados se mezcla con una porción de aire exterior), seguida por una sección de filtrado (prefiltro de mediana eficiencia seguido de filtro de alta eficiencia), una sección de enfriamiento (serpentín por donde circula agua enfriada a 7 °C), una sección de calentamiento (banco de resistencias eléctricas, regulado por un controlador de potencia trifásico con disparo por ráfagas y dos fases, al cual se le suele llamar válvula eléctrica) y una sección de impulsión (con un ventilador radial sin caracol tipo “plug fan”).

Figura 1. Representación de la UMA P401 de la planta de producción del CIGB

El proceso bajo estudio es el caudal de aire en la UMA descrita. Dicha variable se controla indirectamente a través de la medición de presión diferencial en la sección de impulsión, dado que el ducto de suministro no tiene la longitud necesaria para instalar un sensor de caudal de aire. El lazo de control de la variable consta de un controlador que recibe la señal correspondiente a la medición (0 a 10 V) del sensor de presión diferencial y genera la señal de control, la cual es transmitida (0 a 10 V) a un variador que regula la velocidad del motor trifásico de 460 V que mueve al ventilador, en función de la cual está el caudal de aire que suministra la UMA. La referencia de este lazo de control es de 2280 Pa.

El objetivo perseguido con la obtención de un modelo matemático de presión diferencial en la sección de impulsión de la UMA es, en primer lugar, resintonizar el controlador PID que regula dicha variable, garantizando el suministro a las salas limpias del caudal de aire necesario en cada momento. Dicho ajuste se realizó a prueba y error y se desea comprobar si un ajuste basado en un modelo del proceso permite un mejor desempeño del lazo de control. La Figura 2 muestra el comportamiento de dicho lazo con la sintonía actual, la cual consiste solamente en un tiempo integral de 5 s, que, de acuerdo a la información técnica del controlador, hace que el mismo funcione como un controlador *On-Off*, al no tener un valor distinto de cero en la ganancia proporcional. Por otra parte, también se persigue el diseño de estrategias de control

avanzadas para el proceso, así como el estudio y evaluación de las mismas mediante simulación, tanto desde el punto de vista del desempeño del controlador (estabilidad, rechazo a perturbaciones, entre otros aspectos de interés) como desde el punto de vista de la eficiencia energética.

Como recurso para la realización de experimentos se contó con un sistema de supervisión, control y adquisición de datos (SCADA) que permite intervalos de muestreo fijos (de un minuto o superiores) o muestrear cada vez que se detecte un cambio en la variable. Al seleccionar esta segunda opción se observó que las mediciones de presión diferencial tenían lugar, casi siempre, cada un segundo. También, a través del controlador y del panel de operador, es posible cambiar los lazos de control de modo automático a manual, abrir los lazos de control y forzar los valores de la señal de control.

El valor de la presión diferencial se almacena y muestra en el sistema SCADA en pascal (Pa). La señal de control, aunque se transmite en el rango y unidades antes mencionados, se muestra en un rango de 0 a 100 %, existiendo una relación lineal, en la que 0 % se corresponde a 0 V y 100 % a 10 V. De ahí que se trabajó con el porcentaje de la señal de control, pues,

además, se conoce que la salida del bloque PID en el programa del controlador está configurada para que sus valores se encuentren en un rango de 0 a 100.

2.2 Selección de las variables de interés y diseño de experimentos

Teniendo en cuenta el objetivo de la identificación y los medios disponibles para realizar experimentos, se seleccionó como variable de entrada el porcentaje de la señal de control y como variable de salida la presión diferencial (variables de interés). Se realizaron tres experimentos, cuyos resultados se muestran en la Figura 2, de los cuales, el primero de ellos se puede considerar como pasivo, de acuerdo a las clasificaciones de los métodos de identificación hechas en Mikleš & Fikar (2007). Este experimento consistió en la recolección de datos del régimen de operación normal del proceso controlado en lazo cerrado. Se tomaron datos en tres ocasiones durante intervalos de tiempo de 186, 267 y 452 s y se promediaron los valores de la presión diferencial en cada uno de ellos, obteniéndose como resultado 2275,2, 2277,5 y 2275,9 Pa para cada intervalo respectivamente. De esta manera, se concluyó que la media de la presión diferencial, dependiendo de la cantidad de muestras tomadas, es un valor cercano a la referencia, aunque ligeramente inferior.

Para la realización de los experimentos activos se abrió el lazo de control y la entrada fue forzada manualmente desde el PLC, para que tomara determinados valores, de acuerdo al diseño de cada experimento. El primero de estos experimentos consistió en la aplicación de varios pasos de tipo escalón en la entrada. Pudieron así analizarse la linealidad, la ganancia del proceso (K) y parámetros de la respuesta temporal como la constante de tiempo (τ), el retardo (L), el tiempo de subida (T_r), y el pico máximo (M_p), lo cual fue importante tanto en el diseño del experimento posterior como en otras etapas de la identificación, especialmente en la validación.

Figura 2. Datos recolectados de los diferentes experimentos. El primer juego (1) corresponde a la operación normal del sistema controlado en lazo cerrado; el segundo juego (2) a los experimentos con pasos de tipo escalón y el tercero (3) a los experimentos con PRBS

Estos experimentos iniciales permitieron observar que la variable presión diferencial nunca alcanza el estado estacionario, sino que oscila permanentemente. Por otra parte, se apreció que, para el rango de valores de entrada mostrado, la salida del sistema no se comporta linealmente. Para un paso del 80 al 70 % de la señal de control se obtuvo $K \approx 45$, mientras que, del 90 al 80 %, el resultado fue $K \approx 54,74$. No obstante, como la entrada del sistema opera normalmente entre el 83 y el 89 %, puede asumirse que en ese intervalo el sistema se comporta aproximadamente de manera lineal y la ganancia

debe ser similar a la calculada para el paso que incluye dicho intervalo.

La constante de tiempo principal del sistema se estimó gráficamente por el método del 5 %, resultando ser $\tau \approx 2,27$ s. El tiempo de subida, tomado como el tiempo requerido para que la respuesta del sistema pase del 0 al 100 % de su valor final (Ogata, 2010), fue $T_r \approx 4$ s, aunque pudiera ser ligeramente superior (1 o 2 segundos más) ya que las oscilaciones de la variable no permiten apreciar bien los instantes en los cuales comienza y termina el desplazamiento de un punto de operación, forzado durante el experimento con entradas tipo escalón, a otro. El retardo de tiempo (L) se estimó por el mismo método que la constante de tiempo principal, resultando ser $L \approx 0,27$ s.

Para el tercer experimento (segundo experimento activo) se escogió como estímulo una secuencia binaria pseudoaleatoria (PRBS), sobre la base de que se busca un modelo lineal y que la señal de estímulo debe ser persistentemente excitante (Isermann & Munchhof, 2011). Para el diseño de la PRBS, como norma general, el tiempo de muestreo (T_s) debe seleccionarse tal que $0,25\tau \leq T_s \leq 0,5\tau$ (Roffel & Betlem, 2006). Dado el valor previamente estimado de τ y las características del sistema anteriormente expuestas, se puede tomar $T_s = 1$ s. Para escoger el tiempo de pulso (T_p) existe el criterio general de que $0,33\tau \leq T_p \leq 3\tau$ y se recomienda que T_s se escoja de forma que T_p sea un múltiplo exacto de T_s (Roffel & Betlem, 2006). Para cumplir con ambos criterios se escogió $T_p = 3T_s = 3$ s. Esta selección pretendió mejorar la estimación de la ganancia, al costo de disminuir la excitación de las altas frecuencias (Isermann & Munchhof, 2011). La longitud de la secuencia se calculó como $5\tau + L$ (Roffel & Betlem, 2006), que es aproximadamente el tiempo de establecimiento del sistema, que resultó ser 11,62 s. El número de términos de la secuencia se calculó partiendo de dividir la longitud de la secuencia entre el tiempo de muestreo, luego se tomó el menor resultado de la operación $2^n - 1$ que fuera mayor o igual que este cálculo, en este caso $2^3 - 1 < 11,62 < 2^4 - 1$, por lo que la secuencia tuvo 15 bits. Para tener más datos se aplicó dos veces consecutivas la secuencia generada.

2.3 Generación de señales, medición, recolección y análisis de datos

Dado que no se dispuso de la licencia del software del controlador, no fue posible programar en este la generación de las señales tipo escalón y de la PRBS diseñada. Por lo tanto, mediante el panel de operador se cambió el lazo de control de la variable presión diferencial de modo automático a manual, con lo que se abrió dicho lazo, y, a través de los botones del módulo de salida del controlador, se aplicaron estos estímulos con el apoyo de un cronómetro, en el caso de la PRBS. Los valores de las variables de entrada y de salida fueron adquiridos mediante la aplicación Trend Viewer del Desigo Insight (sistema SCADA). En la Figura 2, se aprecian los resultados de graficar los datos recolectados durante estos experimentos.

Una vez adquiridos y graficados los datos, lo primero que se comprobó fue que el estímulo en la entrada se hubiese aplicado como se diseñó. Siendo aparentemente así, se comprobó el

nivel de excitación en la entrada (para el experimento con PRBS), la cual es persistentemente excitante de orden 30, lo que significa que se deben estimar modelos de orden inferior. Para este análisis, así como para los que a continuación se mencionan, se hizo uso del software MatLab®. Para la detección de valores anómalos (*outliers*) se inspeccionaron visualmente las gráficas de la Figura 2, lo cual es una forma empírica muy común, aunque subjetiva e inexacta, de detectar outliers basada en la experiencia (Yu et al., 2016), dado que las mediciones que se alejan considerablemente del rango esperado del proceso pueden considerarse potencialmente como datos malos (Roffel & Betlem, 2006).

Para agilizar la etapa de estimación de parámetros, se hizo una estimación previa de los retardos basada en los coeficientes de correlación cruzada. Primero, se calcularon los coeficientes de covarianza cruzada c_{uy} a partir de una serie de datos de entrada $u_1, u_2, \dots, u_n$ y una de datos de salida $y_1, y_2, \dots, y_n$ según (1), donde i es la cantidad de intervalos de muestreo k que se retarda la entrada respecto a la salida, $\bar{u}$ y $\bar{y}$ son las medias de las series u y y respectivamente y N es el número de observaciones. Con frecuencia es más conveniente trabajar con la correlación cruzada adimensional r_{uy} , dada en (2) (Roffel & Betlem, 2006). La Figura 3 muestra los resultados del cálculo de los coeficientes de correlación de acuerdo a (1) y (2).

Figura 3. Gráfico de correlación cruzada entre la entrada y la salida del sistema

$$c_{uy}(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-i} (u_k - \bar{u})(y_{k+i} - \bar{y}) \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$r_{uy}(i) = \frac{c_{uy}(i)}{\sqrt{c_{uu}(0)c_{yy}(0)}} \quad (2)$$

Luego de calcular estos coeficientes, se puede tomar el retardo i con mayor valor absoluto de r_{uy} como la cantidad de períodos de muestreo de retardo que hay entre la entrada y la salida. Por este método se estimó un retardo de un período de muestreo, aunque, como el estimado mediante el experimento con paso escalón es más cercano a 0 s que a 1 s, en la estimación de parámetros, se consideraron ambas posibilidades.

2.4 Preprocesamiento de los datos

Como variantes de preprocesamiento fueron consideradas: 1) el filtrado de los datos; 2) el escalamiento de los datos; 3) la eliminación de medias, offsets o tendencias y 4) el remuestreo.

Debido a que las variaciones observadas en la salida con apariencia de ruido se deben, en lo fundamental, a la turbulencia del flujo de aire, no se hizo uso del filtrado con el fin de remover componentes de frecuencia indeseadas, pues fue de interés preservar este comportamiento del proceso a modelar. El filtrado solo se aplicó a la señal de salida con la función de suavizarla ligeramente, como se muestra en la Figura 4.

Figura 4. Resultado de aplicar un filtro de Butterworth pasa bajo de orden 2 con una frecuencia de corte de 0.96 Hz y un filtro de Wavelet de la familia Daubechies, db2, nivel 6, a los datos de salida recolectados del experimento

Dada la notable diferencia en cuanto a la magnitud de los valores de la entrada y la salida, para evitar darle un significado indebido a los grandes valores absolutos de la presión diferencial y sus variaciones, se aplicaron los métodos de escalamiento (normalización) dados por (3) y (4). El primero consiste en restarle a cada variable x su media $\bar{x}$ y dividir por su desviación estándar σ , mientras que el segundo resta a cada variable su valor mínimo x_{min} y divide el resultado por la diferencia entre sus valores máximo x_{max} y mínimo x_{min} . Como la ganancia de un modelo obtenido con datos normalizados difiere de la de un modelo obtenido con datos sin normalizar, en las simulaciones se aplicaron las operaciones inversas de (3) y (4), según fuese el caso, sobre los datos de entrada y salida de los modelos que se obtuvieron a partir de datos normalizados.

$$x_n = \frac{x - \bar{x}}{\sqrt{\sigma^2}} \quad (3)$$

$$x_n = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (4)$$

La eliminación de la media a los datos recolectados de ambas variables se consideró como una opción si los modelos estimados con los datos originales no fuesen satisfactorios, sobre la base de que este tipo de preprocesamiento tiene menos impacto en la exactitud de modelos como los ARMAX y BJ (Ljung, 2015). En el caso del remuestreo, debe tenerse en cuenta que los valores generados por interpolación entre las muestras originales no representan información sobre nuevas mediciones del sistema (Ljung, 2015). Como no fue posible repetir el experimento a una frecuencia de muestreo superior,

se valoró esta opción de preprocesamiento como una alternativa si los modelos obtenidos con datos muestreados a la frecuencia actual no eran suficientemente buenos.

2.5 Selección del tipo y estructura del modelo a identificar

Siempre que sea posible, se debe desarrollar un modelo lineal con un número pequeño de parámetros. Solo si esto no es así se debe recurrir a otras opciones (Roffel & Betlem, 2006). Teniendo en cuenta esto y el estudio del proceso, previo al experimento con PRBS, la estructura de modelo lineal invariante en el tiempo (LTI) seleccionada fue la familia general de modelos de función de transferencia representados, en tiempo discreto, por (5) (Ljung, 1999b). Estos modelos, conocidos como polinomiales (Ljung, 2015), expresan la relación entre la entrada $u(k)$, la salida $y(k)$ y el ruido $e(k)$, donde A , B , C , D y F son polinomios dados por (7) (Forssell & Ljung, 2000), k es el instante de tiempo discreto, n_k es el retardo de tiempo, en períodos de muestreo, entre la entrada del proceso y la salida y q^{-1} es el operador de desplazamiento ($q^{-1}y(k) = y(k-1)$).

$$A(q^{-1})y(k) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(k - n_k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(k) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \\ D(q^{-1}) &= 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{n_d}q^{-n_d} \\ F(q^{-1}) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{n_f}q^{-n_f} \end{aligned} \quad (6)$$

Esta familia de modelos polinomiales incluye estructuras como la ARX, ARMAX, OE, BJ, entre otras, cada una con sus correspondientes polinomios y parámetros. La práctica demostró a los autores de este trabajo que la selección a prueba y error de los órdenes de los polinomios de cada estructura y la posterior validación de cada modelo obtenido, constituía, dadas las características de los datos obtenidos de presión diferencial, un proceso largo, demandante de mucho tiempo y esfuerzo, al repetir los mismos procedimientos muchas veces sin obtener resultados satisfactorios. Como solución a esta problemática, se aplicó la metodología de la identificación de sistemas y el algoritmo de validación propuestos en García et al. (2021).

La aplicación de esta metodología, parcialmente programada en MATLAB®, y algoritmo de validación, totalmente programado, automatiza la selección de los órdenes de los polinomios, la estimación de sus parámetros, y parte de la validación. Por consiguiente, luego de tener listos los datos para identificar, el trabajo humano se reduce a la selección de los órdenes máximos para cada polinomio, la posibilidad de flexibilizar las pruebas de validación programadas (por ejemplo, el porcentaje de ajuste, conocido como *Fit*, mínimo, que se puede admitir, o que tan alejada puede estar la ganancia del modelo estimado de la ganancia del modelo de primer orden con retardo estimado en el experimento con entrada tipo escalón) y la realización de otras pruebas de validación que se estimen convenientes, según las características particulares del proceso.

De esta manera, el algoritmo programado estimó todos los modelos resultantes de las posibles combinaciones de los órdenes de todos los polinomios, partiendo del valor cero hasta los valores máximos fijados, con lo cual fueron probadas todas las estructuras de la familia de modelos polinomiales, para luego descartar los modelos que no cumplieron los requisitos establecidos en las pruebas de validación programadas.

Al aplicar los procedimientos antes descritos, se observó que evaluando rígidamente las pruebas de validación propuestas en García et al. (2021), se obtenían muy pocos modelos válidos, que al realizarles las restantes pruebas de validación propuestas en este trabajo, fallaban en algunas o en todas. A raíz de esto, se decidió relajar la evaluación de las pruebas de validación programadas (aceptar *Fits* un poco más bajos, aceptar algún grado de autocorrelación de los residuos, respuestas al paso más oscilatorias) y se obtuvieron más modelos candidatos a continuar evaluando y a aplicarles los procedimientos descritos en las subsecciones siguientes.

Fue notable que, a pesar de tenerse en cuenta todos los polinomios mostrados en (6) limitados hasta cierto orden, los modelos obtenidos resultaron ser en su mayoría modelos con $n_a = 0$ (BJ), además, los modelos con esta estructura fueron los que mejor pasaron las pruebas de validación programadas en la metodología. También se pudo observar que aumentar hasta cierto valor los órdenes de los polinomios que conforman la función de transferencia que describe la parte estocástica del modelo mejoraba los resultados en la validación, mientras que se podían mantener órdenes relativamente bajos en la función de transferencia que describe la parte determinística del modelo (relación entrada/salida).

Luego, buscando obtener modelos que pasaran lo mejor posible las pruebas de validación sin comprometer la sencillez de estos, y teniendo en cuenta los resultados de la aplicación de la metodología y algoritmo de validación citados, se hizo evidente que convenía modelar el ruido sin que la dinámica del modelo que caracteriza la relación entrada-salida y el modelo de ruido fueran dependientes, como ocurre en los casos de las estructuras ARX (donde $n_c = n_d = n_f = 0$) y ARMAX (donde $n_d = n_f = 0$) (Forssell & Ljung, 2000). De esta forma, utilizar la estructura BJ ofrece la ventaja de obtener modelos de bajo orden en su parte determinística y de un orden mayor en la parte estocástica. Téngase en cuenta además que, para una nueva iteración de la metodología de la identificación utilizada, limitar a cero el valor máximo de n_a permitió aumentar los valores máximos de n_c y n_d , manteniendo el número máximo de parámetros que podía tener un modelo, lo que implicó que, sin aumentar el tiempo que tarda la aplicación de la metodología, pues se estiman y evalúan la misma cantidad de modelos, se alcanzarán mejores resultados con los modelos obtenidos.

2.6 Estimación de parámetros del modelo

El procedimiento de estimación de parámetros utilizado selecciona el “mejor” modelo dentro de la estructura de modelo escogida (Ljung, 1999b). En el caso de los modelos polinomiales, se trata de para determinada combinación de grados de los polinomios dados por (6), previamente

seleccionada, estimar los coeficientes de los mismos de manera que la diferencia entre la salida del sistema y la del modelo sea la menor posible (Ljung, 2015; Mikleš & Fikar, 2007). Para dicha estimación se hizo uso del método iterativo de predicción del error de identificación (PEM), implementado en la caja de herramientas de identificación de MatLab®.

Se seleccionó la predicción como objetivo de la estimación, lo que determina cómo el error entre las salidas medida y predicha es pesado a frecuencias específicas durante la minimización de la predicción del error. Respecto al método de búsqueda para la estimación iterativa de parámetros, el algoritmo ofrecido por el software selecciona entre el método de los subespacios de Gauss-Newton, una versión adaptativa del mismo, el método de Levenberg-Marquardt y el método del gradiente descendente, de forma tal que la dirección descendente es calculada utilizando los anteriores métodos de manera sucesiva en cada iteración. Las iteraciones continúan hasta que es alcanzada una reducción suficiente del error.

Teniendo en cuenta que el orden del modelo no debe exceder el nivel de excitación en la entrada, (se obtuvo un valor de 30, a partir de la información que ofrece sobre los datos el comando *advise* de MatLab®), y que se buscan los modelos más sencillos que representen adecuadamente al sistema, se establecieron como límites máximos para los órdenes de los polinomios dados por (6) los siguientes valores: $n_b = 5$, $n_c = 5$, $n_d = 15$, $n_f = 6$ y $n_k = 1$. Luego, se estimaron todos los modelos resultantes de las posibles combinaciones de los anteriores órdenes. Para la estimación se hizo uso del 70% de las muestras recolectadas del experimento con PRBS.

2.7 Validación

La validación de un modelo puede definirse como la justificación de que el mismo posee, dentro de su dominio de aplicabilidad, un rango satisfactorio de exactitud, consistente con el uso que se le desea dar. Esta puede considerarse como un proceso dentro del proceso de desarrollo del modelo (Sargent, 2013).

Debido a la forma en que se llevó a cabo la etapa de estimación de parámetros y a que se utilizaron varios juegos de datos, al aplicar varias opciones y combinaciones de pretratamientos sobre los datos arrojados por el experimento con PRBS, se partió de cierta cantidad (decenas) de modelos. Como uno de los fines de un modelo de este proceso es su uso en el diseño de un controlador para el mismo, se buscó una combinación y compromiso entre tener un conjunto pequeño de modelos, tal que la tarea de construir un controlador con un desempeño aceptable en lazo cerrado para todos los modelos sea más fácil de resolver y, a la vez, que el conjunto sea lo suficientemente grande como para incrementar la probabilidad de que el diseño sea exitoso en la vida real (Ljung, 1999a).

El primer criterio considerado para validar fue el cálculo del ajuste (*Fit*), según (7), el cual expresa el porcentaje de la salida que el modelo reproduce (Ljung, 2015), donde y es la salida medida, $\hat{y}$ es la salida predicha (simulada) por el

modelo, $\bar{y}$ es la media de y y es aplicada la norma 2 a las diferencias $y - \hat{y}$ y $y - \bar{y}$.

$$Fit = \left(1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|}\right) \cdot 100 \tag{7}$$

La aplicación de este criterio al conjunto de datos de validación (30 % restante de las muestras recolectadas del experimento con PRBS), programada como parte de la metodología seguida, descartó todos los modelos con *Fit* inferior al 77 %. A continuación, sobre la base de la ganancia estimada en el experimento con entrada tipo escalón, se aceptaron los modelos con ganancias entre 52 y 57. No se aceptaron modelos inestables ni en límite de la estabilidad y se fue flexible con el grado de autocorrelación de residuos permitido.

A los modelos que fueron seleccionados hasta este punto por el algoritmo de validación se les graficó la respuesta ante un paso escalón (haciendo $e(t) = 0$ en la simulación). A partir de la observación de las gráficas obtenidas, se seleccionaron modelos con un tiempo de subida entre 4 y 7 segundos. Se fue flexible con el sobreimpulso y el tiempo de establecimiento, dado que las variaciones en los datos recolectados no permiten apreciar estos parámetros con claridad en el sistema real. No obstante, se seleccionaron modelos con tiempos de establecimiento y sobreimpulsos pequeños y, en los casos en que la respuesta presentó oscilaciones, no se escogieron modelos con oscilaciones de gran magnitud.

La Tabla 1 resume los modelos seleccionados teniendo en cuenta los anteriores criterios, donde las letras *PM* indican que es un modelo polinomial, los subíndices n y nm , si como pretratamiento fueron normalizados los datos según (3) o según (4), respectivamente, y los subíndices *fb/p* y *fw*, si los datos fueron filtrados con filtro de Butterworth pasa bajo o con filtro de Wavelet, respectivamente. Si hay combinación de subíndices, como por ejemplo *fw_n*, los datos fueron primero filtrados y luego normalizados. La combinación de números después de las letras se corresponde con n_a, n_b, n_c, n_d, n_f y n_k .

Otro criterio que da una medida de la calidad de un modelo es el error de predicción final de Akaike (FPE). De acuerdo a la teoría de Akaike, el modelo más exacto tiene el menor FPE (Ljung, 2015). La Tabla 1 incluye el cálculo del FPE para cada uno de los modelos seleccionados, que, de acuerdo a este criterio y a los demás tomados en cuenta hasta el momento pueden ser considerados como buenos modelos.

Tabla 1. Comparación de algunos modelos obtenidos

Modelo	Fit (%)	FPE	K	Respuesta ante un paso
PM _{nm} 0151250	77,96	0,0201	52,27	$T_r \approx 5$ s; $T_s \approx 11$ s; M_p pequeño; muy pocas oscilaciones.
PM _{fb/p_nm} 035860	86,76	0,0141	53,98	$T_r \approx 5$ s; $T_s \approx 12$ s; M_p muy pequeño; oscilaciones pequeñas.
PM _{fw_n} 0251130	82,02	0,0878	53,96	$T_r \approx 4$ s; $T_s \approx 7$ s; M_p muy pequeño; muy pocas oscilaciones.
PM _{fw_nm} 0111420	80,31	0,0571	53,35	$T_r \approx 7$ s; $T_s \approx 8$ s; no hay M_p ; no hay oscilaciones.
PM _{fw_nm} 0241520	84,72	0,0058	52,62	$T_r \approx 6$ s; $T_s \approx 7$ s; no hay M_p ; no hay oscilaciones.
PM _{fw_nm} 0251260	89,31	0,0049	53,42	$T_r \approx 4$ s; $T_s \approx 150$ s; M_p mediano; hay oscilaciones.

La Figura 5 muestra las gráficas correspondientes al análisis de los residuos de los modelos de la Tabla 1. Los residuos son diferencias entre la salida predicha un paso adelante por el modelo y la salida medida. De esta manera, los residuos representan la porción de los datos de salida no explicada por el modelo (Ljung, 2015). El análisis de los residuos consta de dos pruebas: la de blancura y la de independencia. De acuerdo a la primera, un buen modelo tiene la función de autocorrelación de los residuos dentro de un intervalo de confianza, indicando que los residuos no están correlacionados. De acuerdo a la segunda, un buen modelo tiene residuos no correlacionados con entradas pasadas; evidencia de correlación indica que el modelo no describe como parte de la salida se relaciona con la entrada correspondiente (Ljung, 2015). Ambas pruebas se aplicaron con el conjunto de datos de validación y los intervalos de confianza seleccionados fueron del 99%.

En la Figura 5, puede apreciarse que las funciones de correlación de los residuos con entradas pasadas se encuentran dentro de los intervalos de confianza sombreados, indicando que son estadísticamente insignificantes con una probabilidad del 99 %. Luego, se puede decir que no hay evidencias de que los residuos de los modelos de la Tabla 1 dependan de valores pasados de la entrada, y, por tanto, de que ante dichos valores la salida no sea adecuadamente descrita por los modelos.

En la prueba de blancura, dado que, por la propia definición de la función de autocorrelación, esta toma valor 1 en el retardo 0, sólo en los modelos $PM_{nm}0151250$ y $PM_{fwnm}0111420$ no hay evidencias de autocorrelación de sus residuos y, por tanto, estos en ningún instante de tiempo dependen (también con una probabilidad del 99 %) de los residuos en instantes anteriores. De esta manera, se tendría que estos dos modelos son los que pasan con más éxito las pruebas de validación realizadas.

Hasta aquí, pudiera pensarse que los modelos mencionados en el párrafo anterior son los más adecuados para representar al sistema y ser utilizados en el diseño y evaluación de algoritmos de control. Sin embargo, salvo el algoritmo PID, otras estrategias de control no podrían comprobarse actualmente en el sistema real, lo que hace necesario evaluarlas mediante simulación. Para asegurar la validez de los modelos a utilizar en la simulación, fueron considerados en este trabajo otros análisis, enfocados en la parte estocástica del modelo y en la operación normal del sistema.

A partir del juego de datos recolectado de la operación normal del sistema (controlado en lazo cerrado), se aplicó la señal de control a los modelos de la Tabla 1 y se compararon sus salidas con la salida medida del sistema. En este caso no tiene sentido calcular una medida del error entre las salidas de los modelos y la salida del sistema, debido a que las variaciones en la presión diferencial causadas por las variaciones en la señal de control no son lo suficientemente grandes comparadas con aquellas de carácter aleatorio debidas a la turbulencia del aire. Por tal motivo, incluso dos simulaciones del mismo modelo pueden tener diferentes valores de la presión diferencial en cada instante de tiempo. Luego, se utilizaron criterios propios de variables aleatorias, para las cuales, propiedades y funciones como medias y varianzas, son usualmente de mayor interés y utilizadas en determinar la validez del modelo (Sargent, 2013).

Se eligieron como medidas de cuan bien los modelos describen al sistema en su operación normal a la media y a la desviación estándar. Ambas fueron calculadas para los datos recolectados y, en el caso de la salida de los modelos, se hicieron varias corridas de estos ante la misma señal de control que produjo los datos recolectados, para poder observar la variabilidad estocástica (interna) en los modelos. Una gran cantidad de variabilidad (falta de consistencia) puede causar que los resultados del modelo sean cuestionables (Sargent, 2013).

Esta técnica de validación, útil para modelos estocásticos, se denomina validez interna (Sargent, 2013). La Figura 6 muestra el comportamiento de la media y la desviación estándar de la salida de los modelos para 100 simulaciones en comparación

Figura 5. Análisis de residuos de los modelos de la Tabla 1

con la media y la desviación estándar de la salida del sistema ante la misma señal de control.

Figura 6. Gráficos de validez interna de los modelos de la Tabla 1

Es evidente que los modelos $PM_{nm}0151250$, $PM_{fw_nm}0241520$ y $PM_{fw_nm}0251260$ tienen medias de la salida muy dispersas y alejadas de la media de la salida del sistema real para las simulaciones efectuadas. Las desviaciones estándar de estos modelos también están dispersas y alejadas de la del sistema real. Los modelos $PM_{fbfp_nm}035860$, $PM_{fw_nm}0251130$ y $PM_{fw_nm}0111420$ presentan medias bastante concentradas y cercanas a la de la salida del sistema real, aunque un poco inferiores. Mientras, solo las desviaciones estándar de los dos últimos son menos dispersas y más cercanas a la de la salida del sistema. Puede decirse entonces que, al aplicar la técnica de validez interna, salvo los dos últimos modelos citados, el resto son poco consistentes y, por tanto, cuestionables.

Sin embargo, el modelo $PM_{fw_nm}0251130$ tiene sus residuos autocorrelacionados, por lo que, luego de adicionar la prueba de validez interna a las antes realizadas, se puede decir que el modelo $PM_{fw_nm}0111420$ es el único que ha pasado bien todas las pruebas de validación hechas. A pesar de eso, este modelo, para 100 simulaciones, muestra una media de los valores de salida ligeramente inferior a la media de la salida del sistema real, calculada con 186 muestras, así como desviaciones estándar en las simulaciones un poco dispersas alrededor de la desviación estándar calculada para la salida del sistema.

Para mejorar los resultados en la prueba de validez interna se pueden hacer algunos ajustes a los modelos. Uno de ellos es multiplicar la entrada del modelo por un coeficiente para ajustar su ganancia, pues existe cierta incertidumbre en la ganancia estimada en el experimento con paso escalón, debido a la turbulencia del aire. También se puede añadir un *offset* a la salida del modelo si las medias en las simulaciones son inferiores a la media de la salida del sistema. Además, disminuir la varianza estimada de la componente ruido $e(t)$,

para que la desviación estándar en las simulaciones varíe menos alrededor de la correspondiente a la salida del sistema, también contribuye a disminuir las variaciones en la media.

Los resultados de aplicar los anteriores ajustes sobre el modelo $PM_{fw_nm}0111420$ se aprecian en la Figura 7. A este se le ajustó la ganancia, multiplicando su entrada por 1,04, con lo que aumentó de 53,35 a 55,48 aproximadamente. Se le añadió un *offset* de 22 Pa y se redujo la varianza de la componente ruido de 0,011 a 0,0095. Como se observa en la Figura 7, dichos ajustes aumentaron ligeramente el *Fit* del modelo, sin afectar los buenos resultados en las pruebas de blancura e independencia y, además, le dieron mayor consistencia al lograr que la media de los valores de su salida para sucesivas simulaciones variara poco y alrededor de la media de la salida del sistema real. También los valores de la desviación estándar en las simulaciones varían un poco menos alrededor de la desviación estándar de la salida del sistema con los ajustes hechos.

Otra variante considerada en este trabajo para obtener modelos que superen lo mejor posible las pruebas de validación aplicadas, sin tener que retornar a etapas anteriores de la metodología y repetir el procedimiento desde allí, es construir modelos mixtos con polinomios de dos o más modelos. Para ello se tomaron los polinomios B y F de un modelo, que caracterizan la relación entrada-salida, y se probó sustituir el polinomio C, el D, o ambos, por los mismos polinomios de otros modelos. Dichos polinomios determinan el comportamiento de la perturbación, y, por lo tanto, influyen notablemente en el *Fit*, los residuos, y el comportamiento de la desviación estándar y la media de la salida.

Esta construcción de nuevos modelos del proceso a partir de los ya existentes se hizo aplicando la técnica de prueba y error. Como resultado, se pudo observar que, teniendo modelos con *Fit* aceptable, donde unos tienen una consistencia también aceptable, pero residuos correlacionados y otros tienen residuos no correlacionados, pero son inconsistentes, combinar los primeros con los segundos de la forma antes descrita podría resultar en modelos consistentes y con residuos poco correlacionados o sin evidencias de correlación. El *Fit* podía aumentar o disminuir. La observación de este resultado sirvió de guía para obtener mejores modelos del proceso, sin existir un criterio que asegure que combinando tal parte de un modelo con la de otro se van a obtener los resultados esperados.

La Figura 7 muestra también el desempeño de los modelos mixtos, obtenidos a partir del procedimiento anteriormente explicado, que tuvieron mejores resultados en todas las pruebas de validación realizadas hasta el momento a los demás modelos hasta aquí analizados. Estos modelos mixtos se denominaron $PMMix0211460$, $PMMix0351560$ y $PMMix0211260$ y, luego de obtenerlos, también les hicieron ajustes. El primero se obtuvo a partir de combinar los polinomios B y F del modelo $PM_{fw_nm}0251260$ con los polinomios C y D del modelo $PM_{fw_nm}0111420$. Se ajustó la varianza de la componente ruido a 0,0085, se multiplicó la entrada por 1,05, aumentando la ganancia de 53,42 a 56,09 aproximadamente y se agregó un *offset* de 23 Pa a la salida.

Figura 7. Resultados del modelo ajustado y los modelos mixtos en las pruebas de simulación: 1) comparación de datos y cálculo del Fit, 2) análisis de residuos, 3) validez interna

El segundo se obtuvo al combinar los polinomios B, C y F del modelo $PM_{fbp_nm}035860$ con el polinomio D del modelo $PM_{fw_nm}0241520$. Se ajustó la varianza de la componente ruido a 0,0013, se multiplicó la entrada por 1,03, con lo que la ganancia aumentó de 53,98 a 55,6 aproximadamente y se agregó un *offset* de 23 Pa.

El tercero se obtuvo a partir de combinar los polinomios B y F del modelo $PM_{fw_nm}0251260$ con el polinomio C del modelo $PM_{fw_nm}0111420$ y el D del modelo $PM_{nn}0151250$. Se ajustó la varianza de la componente de ruido a 0,0045 y se añadió un *offset* de 22 Pa.

Como resultado de la primera combinación, puede apreciarse como a partir del modelo con mejor *Fit* en la Tabla 1 y el más consistente en la prueba de validez interna, ambos con residuos no correlacionados, se obtiene un modelo con un *Fit*, aún superior al del modelo de mayor *Fit* a partir del cual se obtuvo, una buena consistencia, similar a la del modelo $PM_{fw_nm}0111420$, y sus residuos se mantiene no correlacionados. O sea, se han combinado en este nuevo modelo las mejores características de los modelos a partir de los cuales se construye.

La segunda combinación también resulta en un modelo con un *Fit* superior a los de los modelos de los cuales se obtiene. Con los ajustes hechos se mejora la consistencia del modelo $PM_{fbp_nm}035860$, que, en cuanto al comportamiento de la media ya era muy buena. Por otra parte, los residuos, con evidencias claras de autocorrelación en los modelos originales, mejoran este comportamiento en el nuevo modelo.

La tercera combinación toma polinomios del modelo de mejor *Fit* y de los dos con peor *Fit* de la Tabla 1. El resultado es un modelo con un *Fit* bajo, pero aún mayor al del modelo de menor *Fit* del cual se obtuvo. Dos de los modelos que lo originan tiene residuos no correlacionados y esto se mantiene, la consistencia en la prueba de validez interna supera a la de cada uno de los modelos que lo originan.

Al disponerse de datos resultantes de un experimento en el cual se estimuló el sistema con señales tipo escalón, datos del sistema operando bajo control en lazo cerrado y datos del sistema en lazo abierto con la entrada forzada a un valor constante durante un período de tiempo, se propone en este trabajo hacer uso de estos tres juegos de datos en dos pruebas más de validación: las conocidas como *Face validity* y prueba de Turing. La primera, consiste en preguntar a individuos con conocimiento sobre el sistema si el modelo y/o su comportamiento son razonables. La segunda, en preguntar a individuos conocedores del proceso si pueden diferenciar entre la salida de los modelos y la del sistema real ante cada estímulo aplicado (Sargent, 2013). Ambas pruebas se aplicaron a los cuatro modelos analizados en la Figura 7. Los resultados de su aplicación se observan en las Figuras 8 y 9.

Estas pruebas complementan los resultados de la prueba de comparación de datos anteriormente hecha con los datos resultantes del experimento en el cual se estimula al sistema con una PRBS. ¿Por qué no aplicar a estos tres juegos de datos la validación tal cual se hizo con los datos resultantes del experimento con PRBS, en la cual el cálculo del *Fit* daba una

idea de la calidad de los modelos? Porque en este caso, en el cual la entrada permanece constante, o varía poco, ya sea por la frecuencia con que lo hace o por la amplitud de las variaciones, predomina el carácter aleatorio de las variaciones en la salida debido a la turbulencia del aire. Por esta razón, pierde sentido la clásica comparación de datos, que busca que las salidas de los modelos y la del proceso sean lo más parecidas posible, entendiendo por parecidas que el error entre la salida del modelo y la del proceso sea lo menor posible.

Luego, la primera conclusión a la que se puede arribar a partir de las gráficas de las Figuras 8 y 9, es que los modelos se comportan de manera razonable ante los estímulos aplicados. Esto se evidencia, en el caso de la respuesta al paso, en que las salidas de los modelos ante este estímulo varían en el sentido, la magnitud y con la rapidez esperada, al comparar con datos del proceso. Las gráficas de comparación de la respuesta al paso son útiles, al poner de manifiesto las características dinámicas de cada modelo en comparación con las del proceso, como pueden ser picos en la respuesta y el tiempo de subida.

En los casos de las respuestas de los modelos ante los otros dos estímulos (señal de control y entrada constante), aunque puede ser más difícil para quien no esté especializado en proceso sacar conclusiones de cuan razonable es la respuesta a partir de la observación de las gráficas, en las que predomina el

carácter aleatorio del comportamiento de la salida, la información que acompaña a estas en la leyenda (media y desviación estándar) da una medida de la similitud del comportamiento de los modelos en comparación con el sistema real, permitiendo corroborar los resultados obtenidos en las pruebas de validez interna. Adicionalmente a esto, al someter dichas gráficas al juicio de especialistas en el proceso, para que distinguieran entre la salida del sistema real y las salidas de los modelos, sin saber cuál era cada una, no pudieron distinguirlas. Con ello se concluyó que fue exitosamente aplicada la prueba de Turing para los cuatro modelos.

En el caso particular de la comparación de la salida de los modelos y la del sistema ante una entrada constante, aunque no se trate de las condiciones normales de operación del sistema, es útil para evaluar cómo los modelos describen el comportamiento aleatorio de la variable, ya que en este caso las variaciones en la salida no se deben a variaciones en la entrada, sino, fundamentalmente, a la turbulencia del aire. Los modelos a utilizar en la simulación deben reproducir bien la relación entrada-salida y también estas variaciones de carácter aleatorio en la salida, pues, como se vio antes, durante la operación normal del sistema controlado, no se distingue entre las variaciones en la presión diferencial debidas a variaciones

Figura 8. Comparación de las respuestas de los modelos y la del sistema ante: 1) entrada tipo escalón, 2) señal de control

Figura 9. Análisis de la parte estocástica de los modelos: 1) comparación de la salida de cada modelo y la del sistema ante una entrada constante, 2) diagrama de cajas y bigotes de la salida del sistema y de los modelos ante una entrada constante

en la señal de control y aquellas debidas a la turbulencia del aire.

El diagrama de cajas y bigotes de la Figura 9 en su sección viene a complementar la información que brindan las gráficas en la sección 1. Este diagrama permite visualizar una distribución de datos, aportando una visión general de la simetría de los datos de salida del sistema y de los modelos. Se pueden apreciar en él la dispersión de dichos datos con respecto a la mediana, percentiles 25 y 75 y los valores máximos y mínimos.

De manera general, se puede concluir que, luego de realizar estas dos pruebas de validación sobre la base de la información mostrada en las Figuras 8 y 9, las respuestas de los modelos en comparación con la del sistema fue muy similar. En las comparaciones con la señal de control como entrada, se aprecia una gran similitud entre las medias, salvo la del modelo $PM_{fw_nm}0111420$ ajustado, que es un poco superior. En las comparaciones con una señal constante como entrada, los modelos la tienen la media un poco superior. Las diferencias en cuanto a la desviación estándar en ambas comparaciones son pequeñas. Respecto al diagrama de cajas y bigotes, las medianas de los modelos, así como los terceros cuartiles, son muy similares a los del sistema. Las diferencias más notables en este diagrama están en los valores máximos y mínimos, el primer cuartil y la simetría, pero, aun así, puede decirse que, para los propósitos de los modelos, estos presentan un comportamiento aceptable en estas pruebas.

3. AJUSTE DEL CONTROLADOR. VALIDACIÓN DE ACUERDO AL PROPÓSITO DEL MODELO

Dado que ninguno de los modelos anteriores es ganador absoluto en todas las pruebas de validación realizadas, teniendo en cuenta el resultado de cada uno en las mismas, pueden considerarse aceptables los resultados del modelo $PM_{fw_nm}0111420$ ajustado y los modelos mixtos. A los mismos se les aplicó una última prueba de validación: probar (mediante simulación) si estos son aptos para el fin que se persigue con ellos. La prueba realizada consistió en el ajuste de controladores PID a partir de cada modelo y la comparación de la salida del sistema controlado con la estrategia actual (*On-Off*) y la salida de cada modelo con los ajustes propuestos a los controladores mencionados. También se compararon las señales de control.

Para las simulaciones se utilizó como modelo del controlador el dado en (8), donde T_i es el tiempo de acción integral, T_d es el tiempo de acción derivativa, T_s es el período de muestreo y N es el coeficiente del filtro de la acción derivativa. Esta función de transferencia se corresponde con un PID discreto, obtenido a partir de un PID continuo en su forma estándar con filtro en la acción derivativa, el cual se ha discretizado aproximando las derivadas por diferencias hacia atrás. Esta aproximación da buenos resultados para cualquier valor de T_d , lo cual es útil en la práctica, donde puede ser deseable que se desconecte la acción derivativa haciendo $T_d = 0$ (Åström & Hägglund, 2009).

$$G_{PID}(z) = K \left(1 + \frac{1}{T_i} \frac{T_s z}{z-1} + T_d \frac{N}{1+NT_s \frac{z}{z-1}} \right) \quad (8)$$

Para la simulación se tuvo en cuenta que el objetivo del lazo de control de presión no es seguir una referencia, sino tratar de mantener el valor de la presión diferencial constante e igual a la referencia (2280 Pa), y que, además, se cuenta con datos del comportamiento de dicho lazo. Luego, la simulación diseñada consistió en, partiendo del valor medio de la presión diferencial y de la señal de control con la estrategia de control actual, calculadas para 186 muestras de la operación normal del sistema, dejar que los controladores ajustados para cada modelo trataran de mantener la referencia, agregando a la salida de los modelos el efecto típico de la turbulencia, en forma de ruido.

Los resultados de las simulaciones que muestran el desempeño del sistema controlado a partir de los modelos en comparación con los datos reales del sistema de control actual se muestran en la Figura 10. Para las sintonías propuestas, que se muestran en la Tabla 2, se hizo uso de las opciones de sintonía que ofrece Simulink® a través de la interfaz de sintonía de PID.

Tabla 2. Juegos de parámetros de los controladores PID

Modelo	<i>K</i>	<i>T_i</i>	<i>T_d</i>	<i>N</i>
PM _{fw_nm} 0111420 ajustado	0,00255	0,95748	0	-
PMMix0211460	0,00451	0,99899	0	-
PMMix0351560	0,00573	1,00000	0	-
PMMix0211260	0.00364	0,97601	0	-

Figura 10. Resultados de simulación de la sintonía de controladores PID sobre la base de los modelos obtenidos

Para evaluar el desempeño de los controladores PID en comparación con la estrategia actual, se compararon la media de la presión diferencial a la salida del sistema y la media de la salida de cada modelo con el valor de la referencia. También se comparó la desviación estándar de los valores que toma dicha variable, para evaluar su dispersión respecto a su valor medio, tanto en la salida del sistema como en las salidas de los modelos. En cuanto a las señales de control, se compararon también medias y desviaciones estándar, así como la variación total (TV), definida en (9) (González et al, 2017), con lo que se persigue evaluar y comparar el esfuerzo de control.

$$TV = \sum_{j=1}^m |u_{j+1} - u_j| \quad (9)$$

Puede apreciarse en las gráficas de la Figura 10 que, como resultado del control PID, cuya sintonía se basó en los modelos, a nivel de simulación se logra que la media de la presión diferencial esté más cercana a la referencia que la media de la salida del sistema real controlado. En el caso de la desviación estándar, dos de los modelos muestran valores de salida menos dispersos que los del sistema real. En otro, la dispersión es ligeramente superior y en otro es evidente la mayor dispersión de los valores de la variable controlada.

Con respecto a la señal de control, la media con todos los modelos fue inferior a la media de la señal de control real, aun cuando se logró que la media de la variable controlada en las simulaciones estuviera más cercana a la referencia. Este comportamiento de la señal de control implica un menor

suministro de energía al ventilador. En todos los casos la desviación estándar de la señal de control en la simulación del control PID fue inferior a la desviación estándar de la señal de control real. De la misma forma ocurre con los valores de TV, lo que indica un menor esfuerzo de control.

Teniendo en cuenta los resultados mostrados, vale la pena probar las sintonías propuestas, que, además, son bastantes parecidas entre sí, en la práctica. De funcionar de una manera similar a la exhibida por las simulaciones, no solo permitirían un menor consumo de energía, sino que reforzarían la validez de los modelos para el diseño y prueba de estrategias de control más avanzadas que permitan un ahorro de energía mayor aún.

4. CONCLUSIONES

La realización de este trabajo puso de manifiesto algunos de los desafíos que puede involucrar la identificación de la presión diferencial en una UMA: 1) no siempre es posible realizar los experimentos tal cual se diseñan o utilizar el diseño más apropiado, evidente en la imposibilidad de aplicar una señal de estímulo idéntica a la diseñada, así como en las limitaciones para seleccionar el tiempo de muestreo más adecuado; 2) la turbulencia del aire, conjuntamente con la no linealidad del proceso, constituyen un reto a la hora de seleccionar la magnitud de las variaciones en la señal de entrada, pues cuanto más grande es, mejor permite apreciar el impacto de la entrada sobre la salida, pero a la vez, se aleja más del rango en el cual la operación del sistema se puede considerar lineal, lo que obliga a buscar un compromiso amplitud del estímulo Vs rango de operación lineal, que puede conducir a 3) pueden ser necesarios varios modelos para representar al sistema, ya que la turbulencia del aire le da un gran peso a la parte estocástica del modelo en las pruebas de validación, quedando una incertidumbre en cuanto a cuales de los modelos representan mejor la relación entrada-salida, en la cual se basará el posterior diseño de algoritmos de control, como, por ejemplo, el PID.

Se evidenció la necesidad de hacer la mayor cantidad de pruebas de validación posibles. Para el proceso estudiado, se mostró la importancia de la prueba de validez interna a la hora de seleccionar modelos aptos para la simulación. También el preprocesamiento realizado a los datos y los ajustes hechos a los mejores modelos obtenidos, en especial, la combinación de modelos, tal cual se expuso, fueron factores claves para arribar a modelos con resultados satisfactorios en todas las pruebas hechas. No obstante, debe decirse que solo cuando los valores de los parámetros de los PID ajustados sobre la base de cada uno de los modelos sean probados en la práctica, y los resultados sean similares a los obtenidos con ese modelo en la simulación del lazo de control, podrá afirmarse que el modelo ha cumplido su propósito y es realmente apto para su uso en el diseño de estrategias de control para esta variable.

REFERENCIAS

- Abdo-Allah, A., Iqbal, T., & Pope, K. (2018). Modeling, Analysis, and Design of a Fuzzy Logic Controller for an AHU in the S.J. Carew Building at Memorial University. *Journal of Energy*, 2018, 1-11. www.hindawi.com/journals/jen/2018/4540387 doi:https://doi.org/10.1155/2018/4540387
- Afram, A., & Janabi-Sharifi, F. (2014). Review of Modeling Methods for HVAC Systems. *Applied Thermal Engineering*, 67(1-2), 507-519. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2014.03.055
- Afram, A., & Janabi-Sharifi, F. (2015). Black-box modeling of residential HVAC system and comparison of gray-box and black-box modeling methods. *Energy and Buildings*, 94, 121-149. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2015.02.045>
- Åström, K. J., & Hägglund, T. (2009). *Control PID avanzado*. Ribera de Loira, 28, 28042 Madrid (España): PEARSON EDUCACIÓN, S.A.
- Forsell, U., & Ljung, L. (2000). Identification of Unstable Systems Using Output Error and Box-Jenkins Model Structures. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, 45(1), 137-141.
- Galitsky, C., Worrell, E., Masanet, E., & Chang, S.-c. (2006). Improving Energy Efficiency in Pharmaceutical Manufacturing Operations -- Part II: HVAC, Boilers and Cogeneration. 8. Retrieved from eScholarship website: <https://escholarship.org/uc/item/91b1k118>
- García, C. A., González, A. I., & Pérez, V. (2021). Metodología y algoritmo de validación para identificar modelos de una unidad manejadora de aire. *RIELAC*, 42(1), 105-121.
- Ghiaus, C., Chicinas, A., & Inard, C. (2007). Grey-box identification of air-handling unit elements. *Control Engineering Practice*, 15, 421-433. doi: 10.1016/j.conengprac.2006.08.005
- Isermann, R., & Munchhof, M. (2011). *Identification of Dynamic Systems. An Introduction with Applications* (Springer Ed.). Heidelberg: Springer.
- Ljung, L. (1999a). Model Validation and Model Error Modeling (D. o. E. Engineering, Trans.): Linköping University
- Ljung, L. (1999b). *System Identification. Theory for the User* (T. Kailath Ed. 2 ed.). Upper Side River, NJ 07458.
- Ljung, L. (2015). *System identification toolbox™ user's guide* (I. The MathWorks Ed.). Natick: The MathWorks, Inc.
- Mikleš, J., & Fikar, M. (2007). *ProcessModelling, Identification, and Control*. Heidelberg: Springer.
- Moradi, H., & Vossoughi, G. (2016). Multivariable control of the bifurcation and harmonic perturbations to improve the performance of air-handling units. *ISA Transactions*, 60, 119-127. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2015.11.009>
- Müller, G., Sugiyama, H., & Stocker, S. (2014). Reducing Energy Consumption in Pharmaceutical Production Processes: Framework and Case Study. *J Pharm Innov*, 9, 212-226. doi: DOI 10.1007/s12247-014-9188-z
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. Ribera del Loira, 2828042 Madrid (España): PEARSON EDUCACIÓN, S.A.
- Razban, A., Khatib, A., Goodman, D., & Chen, J. (2019). Modelling of air handling unit subsystem in a commercial building. *Thermal Science and Engineering Progress*, 11, 231-238. doi: <https://doi.org/10.1016/j.tsep.2019.03.019>
- Roffel, B., & Betlem, B. (2006). *Process Dynamics and Control. Modeling for Control and Prediction*. The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England: John Wiley & Sons Ltd.
- Santoro, B. F., Rincón, D., Silva, V. C. d., & Mendoza, D. F. (2019). Nonlinear model predictive control of a climatization

- system using rigorous nonlinear model. *Computers and Chemical Engineering*, 125, 365-379. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2019.03.014>
- Sargent, R. G. (2013). Verification and validation of simulation models. *Journal of Simulation*, 7, 12-24. doi: 10.1057/jos.2012.20
- Shah, A., Huang, D., Chen, Y., Kang, X., & Qin, N. (2017). Robust Sliding Mode Control of Air Handling Unit for Energy Efficiency Enhancement. *Energies*, 10(11), 1-21. doi: <https://doi.org/10.3390/en10111815>
- Sun, Z., Wang, S., & Zhu, N. (2011). Model-based Optimal Control of Outdoor Air Flow Rate of an Air-Conditioning System with Primary Air-Handling Unit. *Indoor Built Environ*, 20(6), 626-637. doi: 10.1177/1420326X11411511
- Xiong, W., & Wang, J. (2020). A semi-physical static model for optimizing power consumption of HVAC systems. *Control Engineering Practice*, 96. Retrieved from www.elsevier.com/locate/conengprac website: www.sciencedirect.com/science/article/abbs/pii/S09667066120300083 doi:<https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2020.104312>
- Yan, X., Guo, P., Zhang, S., Yan, X., & Liu, C. (2020). Static pressure set-point reset smoothing scheme based-on improved iterative learning control and variable trajectory for air-conditioning system. *Journal of Process Control*, 91, 63-71. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2020.03.016>
- Yu, C., Wang, Q.-G., Zhang, D., Wang, L., & Huang, J. (2016). System Identification in Presence of Outliers. *IEEE TRANSACTIONS ON CYBERNETICS*, 46(5), 1202-1216. doi: 10.1109/TCYB.2015.2430356
- Zaki, M. U., & Mishra, D. P. (2015). Overview of HVAC System: Operational Significance of HVAC Provision for Pharmaceutical Facilities. *International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication*, 3(3), 1261-1267.

Cuba, 2002. Investiga en control predictivo no lineal basado en modelos. Profesora Titular, colaboradora del Departamento de Automática y Computación de la CUJAE.

BIOGRAFÍAS

Computación de la CUJAE.

Carlos Alberto García Vázquez, Ingeniero en Automática (2017) y Máster en Modelación Matemática Aplicada a la Ingeniería (2021) por la Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría (CUJAE), Cuba. Investiga en control predictivo no lineal basado en modelos. Profesor Instructor del Departamento de Automática y

Ciencias Técnicas por el Ministerio de Educación Superior de

Ana Isabel González Santos, Ingeniera en Máquinas Computadoras (1994) y Máster en Automática (1996) por la Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría (CUJAE), Cuba. Doctora en Tecnologías de la Información (1996) por la Universidad de Valladolid Ciencias Técnicas, España. Homologación a Doctora en

Análisis Comparativo de los Algoritmos Basados en Abejas y Hormigas en el Problema de la Esfera

Hernández-Ocaña, Betania ¹ ; Hernández-Torruco, José ¹ ; Chávez-Bosquez, Oscar ^{1,*} ; Montané-Jiménez, Luis G. ²

¹Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, División Académica de Ciencias y Tecnologías de la Información, Cunduacán, Tabasco, México

²Universidad Veracruzana, Facultad de Estadística e Informática, Xalapa de Enríquez, Veracruz, México

Resumen: Dos algoritmos bio-inspirados en la naturaleza se implementaron con el fin de conocer y analizar su comportamiento al buscar una solución a un problema de optimización numérica bien conocido en el estado del arte como problema de la esfera. Asimismo, se buscó detectar aspectos comunes y particulares de ambos algoritmos que derivan en una convergencia prematura. Estos algoritmos son: el Algoritmo de Optimización de Colonia de Hormigas (ACO) y Colonia Artificial de Abejas (ABC). Ambos pertenecen al grupo de Algoritmos de Inteligencia Colectiva, los cuales simulan el comportamiento colaborativo de ciertas especies simples e inteligentes. ACO y ABC son escasamente utilizados debido a su poca popularidad en la solución de problemas de optimización numérica puesto que en un principio fueron desarrollados para problemas combinatorios. Los resultados de cinco experimentos son presentados dando como mejor algoritmo a ACO para el problema de la esfera.

Palabras claves: Optimización, Colonia de Hormigas, Colonia Artificial de Abejas, Metaheurísticas.

A Comparative Study of Bee and Ant Algorithms on the Sphere Problem

Abstract: Two bio-inspired algorithms in nature were implemented in order to know and analyze their behavior when looking for a solution to a numerical optimization problem well-known in the state of the art as a sphere problem. Likewise, we sought to detect common and particular aspects of both algorithms that lead to a premature convergence. These algorithms are: the Ant Colony Optimization Algorithm (ACO) and the Artificial Bee Colony (ABC). Both belong to the group of Collective Intelligence Algorithms, which simulate the collaborative behavior of certain simple and intelligent species. ACO and ABC are rarely used due to their low popularity in solving numerical optimization problems since they were originally developed for combinatorial problems. The results of five experiments are presented giving ACO as the best algorithm for the sphere problem.

Keywords: Optimization, Ant Colony, Artificial Bee Colony, Metaheuristics.

1. INTRODUCCIÓN

Los algoritmos bio-inspirados surgen con la motivación de mejorar algoritmos de búsqueda para resolver problemas de optimización. Los algoritmos bio-inspirados son usados como metaheurísticas debido a que arrojan un conjunto de resultados a un problema en particular de manera total o aproximada al óptimo global. De acuerdo al fenómeno natural en que basan su diseño, se clasifican en dos grupos: Los Algoritmos Evolutivos (AEs) que emulan el proceso evolutivo de las especies (Eiben and Smith, 2003) y los Algoritmos de Inteligencia Colectiva (AICs) que emulan el comportamiento colaborativo de ciertas especies (algunas de ellas simples y otras inteligentes) como bacterias, abejas, hormigas, aves, peces, monos, entre otros (Engelbrecht, 2005).

En las últimas cuatro décadas, el uso de metaheurísticas ha planteado ser una alternativa eficaz para resolver Problemas de Optimización Numérica con Restricciones (PONR). Aunque en un principio estos algoritmos fueron creados para resolver problemas de optimización sin restricciones, se han creado mecanismos adicionales para el manejo de restricciones tales como: función de penalización, decodificadores, operadores especiales, separación de la función objetivo y restricciones, reglas de factibilidad, entre otras (Mezura-Montes and Coello-Coello, 2011).

Un PONR también es conocido como el problema general de programación no-lineal y se puede definir como:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(\vec{x}) \text{ sujeta a:} \\ &g_i(\vec{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m, \\ &h_j(\vec{x}) = 0, \quad j = 1, \dots, p, \end{aligned}$$

*oscar.chavez@ujat.mx

Recibido: 29/09/2020

Aceptado: 21/06/2022

Publicado: 04/08/2022

10.33333/tp.vol50n2.06

CC 4.0

Donde $\vec{x} \in R^n$ tal que $n \geq 1$, es el vector de soluciones $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, donde cada x_i , $i = 1, \dots, n$ está delimitada por el límite inferior y superior $L_i \leq x_i \leq U_i$; m es el número de restricciones de desigualdad y p es el número de restricciones de igualdad (en ambos casos, las restricciones podrían ser lineales o no lineales). Si denotamos con F a la región factible (donde se encuentran todas las soluciones que satisfacen al problema) y con S a todo el espacio de búsqueda, entonces debe ser claro que $F \subseteq S$ Hernández-Ocaña et al. (2016).

Los AEs son ampliamente utilizados como técnicas alternativas para resolver PONR. Los principales paradigmas son: los Algoritmos Genéticos (AG), la Programación Genética (PG), las Estrategias Evolutivas (EE), la Programación Evolutiva (PE), y la Evolución Diferencial (ED). Por otro lado, el AIC más popular es Optimización Mediante Cúmulos de Partículas (PSO, por sus siglas en inglés) (Kennedy and Eberhart, 2001). Sin embargo, otras estrategias relativamente recientes han llamado la atención en el área por su utilidad para resolver con éxito problemas de optimización: Algoritmo de Optimización de Colonia de Hormigas (ACO, por las siglas en inglés de *Ant Colony Optimization*) (Dorigo et al., 1996) y Colonia Artificial de Abejas (ABC, por las siglas en inglés de *Artificial Bee Colony*) (Karaboga and Basturk, 2007), ambos algoritmos principalmente se han utilizado para resolver problemas combinatorios (Abbass, 2001; Leguizamón and Coello-Coello, 2009; Haddad and Mariño, 2007; Baykasoglu et al., 2007).

ACO simula el comportamiento de las hormigas en busca de comida y su regreso al nido. Al inicio, la hormiga busca una fuente alimentaria. Si la encuentra, la hormiga deja un rastro de feromona a su regreso al nido, la cual atrae a las hormigas cercanas, de modo que sigan este rastro. Si más hormigas utilizan el mismo camino encontrado entre el nido y la fuente alimentaria, éste será escogido como el camino más corto por la alta concentración de feromonas.

En las últimas cuatro décadas, el uso de metaheurísticas ha planteado ser una alternativa eficaz para resolver Problemas de Optimización Numérica con Restricciones (PONR). Aunque en un principio, estos algoritmos fueron creados para resolver problemas de optimización sin restricciones, se han creado mecanismos adicionales para el manejo de restricciones tales como: función de penalización, decodificadores, operadores especiales, separación de la función objetivo y restricciones, reglas de factibilidad, entre otras (Mezura-Montes and Coello-Coello, 2011).

ABC simula el comportamiento de las abejas en la búsqueda de alimento. Biológicamente, las abejas realizan la búsqueda de fuentes de alimento a grandes distancias y al regresar a su panal revolotean haciendo danzas, las cuales transmiten la información de las fuentes de alimento localizadas. De manera artificial, el objetivo es el reclutamiento de abejas en una fuente de alimento y abandono de la misma (Karaboga and Basturk, 2007).

ACO y ABC son algoritmos cuyo potencial aún no es aprovechado a su máximo debido a su poca popularidad (Mezura-Montes and Cetina-Domínguez, 2012; Dorzán et al., 2012; Leguizamón

and Coello-Coello, 2009), aunque existen soluciones que han implementado estas metaheurísticas con éxito en problemas del mundo real (Matijaš et al., 2010; Vega-Alvarado et al., 2018). Por ello, esta investigación es motivada principalmente para explorar las capacidades de ambos algoritmos en la solución de un problema de optimización numérica conocido en el estado del arte como la minimización de una esfera.

Este problema es probado en 5 experimentos, donde se prueba el problema con dos y diez dimensiones, lo cual hace más complejo al problema. El objetivo principal de estos experimentos es detectar las características particulares y comunes que permiten un mejor rendimiento de estas dos metaheurísticas. Se busca analizar el beneficio de incrementar o decrementar las poblaciones de abejas y hormigas; así mismo de las iteraciones generacionales de estos algoritmos. Ambos algoritmos serán probados con los mismos parámetros para hacer una comparación justa al resolver el mismo problema de optimización.

El presente trabajo está organizado de la siguiente manera: En la Sección 1 se describen brevemente los antecedentes de esta investigación dando una introducción a los algoritmos bio-inspirados, presentación del modelado del Problema de Optimización Numérica con Restricciones, y de los algoritmos a implementar en este trabajo: Optimización de Colonia de Hormigas y Colonia Artificial de Abejas. En la Sección 2, se describe brevemente al algoritmo de la Colonia Artificial de Abejas. De igual forma, el Algoritmo de Optimización de Colonia de Hormigas es descrito en la Sección 3. Los resultados de implementar ambos algoritmos en el problema de optimización de la esfera son presentados en el Sección 4. Finalmente, las conclusiones y trabajos futuros son presentados en la Sección 5.

2. COLONIA ARTIFICIAL DE ABEJAS (ABC)

ABC se compone de 3 grupos de abejas que trabajan durante un máximo número de iteraciones MCN del algoritmo: abejas empleadas, abejas observadoras y abejas exploradoras. El número de abejas empleadas es usualmente igual al número de fuentes de alimento SN y se asigna una abeja empleada a cada una de las fuentes. Al llegar a dicha fuente, la abeja calculará una nueva solución (volará hacia otra fuente de alimento cercana) a partir de esta y conservará la mejor solución. El número de abejas observadoras es usualmente igual al número de abejas empleadas y son creadas aleatoriamente dentro del rango del espacio de búsqueda, sin embargo, se puede definir un parámetro para determinar el número de abejas observadoras. En este trabajo no se define otro parámetro. La función de la abeja observadora es visitar una fuente de alimento asignada con base en la aptitud de las abejas empleadas (valor de la función objetivo) y se calcula una nueva solución a partir de su fuente de alimento asignada y la información de la propia abeja observadora. Cuando una fuente de alimento no mejora después de un cierto número de iteraciones definido con el parámetro *limit*, ésta se abandona, siendo reemplazada por aquella encontrada por una abeja exploradora, la cual es una nueva abeja generada aleatoriamente Mezura-Montes et al. (2010).

Tabla 1. Parámetros del ABC

Símbolo	Descripción
SN	Número de soluciones (fuentes de alimento).
MCN	Número total de iteraciones que ejecutará el ABC.
$limit$	Número de iteraciones que se conservará una solución sin mejora antes de ser reemplazada por una nueva generada por una abeja exploradora.

La ventaja de este algoritmo es el bajo número de parámetros que se requiere calibrar, como se puede observar en la Tabla 1.

La representación de las soluciones se lleva a cabo mediante fuentes de alimentos, los cuales son vectores de D -dimensiones (donde D es el número de variables de decisión del problema). La representación vectorial de la solución i en la iteración g es la presentada en la Ecuación (1):

$$x_{i,g}, i = 1, \dots, SN, \quad g = 1, \dots, MCN \quad (1)$$

donde cada variable de decisión x_i está asociada a un rango $L_i \leq x_i \leq U_i$, el cual se debe tomar en cuenta para generar las fuentes de alimento iniciales de manera aleatoria con una distribución uniforme.

En el mecanismo de selección, la comunicación entre abejas empleadas y observadoras es indispensable, de manera que aquellas fuentes de comida con mejor calidad (mejor valor de aptitud) serán más visitadas. Las abejas son vistas como operadores de variación, cuando una de ellas llega a una fuente de alimento, se calcula una nueva solución candidata $v_{i,g}$ utilizando la Ecuación (2):

$$v_{i,g} = x_{i,g} + \phi * (x_{i,g} - x_{k,g}) \quad (2)$$

donde $x_{i,g}$ representa la opción actual de la abeja, $x_{k,g}$ es una fuente de alimento aleatoria y distinta de $x_{i,g}$, g es la iteración actual del algoritmo y ϕ es un número real aleatorio en el intervalo $[-1,1]$.

El mecanismo para eliminar soluciones (fuentes de comida) es mediante las abejas exploradoras, es decir, cuando una solución no es mejorada (no es reemplazada por una candidata) durante el número de iteraciones establecidos por la variable $limit$ donde su valor es determinado por $(SN * D)$. La fuente abandonada se reemplaza con una nueva solución generada aleatoriamente. Finalmente, la mejor solución encontrada durante la iteración se compara con la mejor solución en memoria y si tiene una mejor aptitud la reemplazará. El pseudocódigo de ABC es presentado en el Algoritmo 1.

3. COLONIA DE HORMIGAS (ACO)

ACO se inspira en el comportamiento de búsqueda y provisión de alimentos de algunas especies de hormigas. Estas hormigas depositan feromona en el suelo con el fin de marcar algún camino favorable que debe ser seguido por otros miembros de la colonia. Los parámetros de ACO se presentan en la Tabla 2.

Como prerrequisito para aplicar un algoritmo ACO, se requiere de un "grafo de construcción". La existencia de este grafo permitirá a las hormigas de la colonia recorrer dicho grafo para

Algoritmo 1: Pseudocódigo de ABC

```

1 begin
2   Crear una población inicial de abejas  $x_{i,0}, i = 1, \dots, SN$ 
3   Evaluar  $x_{i,0}, i = 1, \dots, SN$ 
4    $g=1$ 
5   repeat
6     Producir nuevas soluciones  $v_{i,g}$  para las abejas empleadas
       utilizando la Ecuación (2) y evaluarlas.
7     Conservar la mejor solución entre la actual y la candidata.
8     Seleccionar las soluciones que serán visitadas por una abeja
       observadora según el valor de aptitud.
9     Producir nuevas soluciones  $v_{i,g}$  para las abejas observadoras
       utilizando la Ecuación (2) y evaluarlas.
10    Conservar la mejor solución entre la actual y la candidata.
11    Determinar si existe una fuente abandonada y reemplazarla
       utilizando una abeja exploradora.
12    Memorizar la mejor solución encontrada hasta el momento.
13     $g=g+1$ 
14  until  $g==MCN$ ;
end

```

la construcción de las soluciones en forma cooperativa. Las hormigas artificiales construyen una solución para atravesar el grafo de construcción $G_C(V, E)$. Este grafo totalmente conectado consiste de un conjunto de vértices V y un conjunto de arcos E . El conjunto de componentes C puede ser asociado con el conjunto de vértices V , o con el conjunto de arcos E . Las hormigas se mueven entre los vértices a lo largo de los arcos del grafo, construyendo incrementalmente una solución parcial. Además, las hormigas depositan una cierta cantidad de feromona sobre los componentes, es decir, en los vértices o en los arcos que atraviesan. La cantidad de feromona $\Delta\tau$ depositada puede depender de la calidad de la solución encontrada. Las hormigas siguientes utilizan la información de la feromona como una guía hacia regiones más prometedoras del espacio de búsqueda. El pseudocódigo de ACO es presentado en el Algoritmo 2 donde la aplicación del buscador local será decisión del usuario (La función `AplicarBúsquedaLocal()` es opcional).

En ACO una variable de decisión instanciada $X_i = v_i^j$ (es decir, una variable X_i con un valor v_i^j asignado de su dominio D_i , donde D es el dominio de las variables $D_1, \dots, D_n$ y v_i^j es una distancia del grafo), se llama componente de una solución y se denota por c_{ij} . El conjunto de todos las posibles componentes de soluciones es denotado por C . Un parámetro de rastro de feromona T_{ij} es asociado con cada componente c_{ij} . El conjunto de todos los parámetros de rastros de feromona es denotado por T . El valor de un parámetro de rastro de feromona T_{ij} es denotado por τ_{ij} (y es llamado valor de feromona). Este valor de feromona es usado y actualizado por el algoritmo ACO durante la búsqueda, y permite modelar la distribución de probabilidad de diferentes componentes de una solución (Arito, 2010).

`ConstruirSolucionesporHormigas()` Un conjunto de m hormigas artificiales construye soluciones a partir de elementos de un conjunto finito de componentes de soluciones disponibles $C = c_{ij}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, |D_i|$. La construcción de una so-

Algoritmo 2: Pseudocódigo de ACO

```

1  $x_i, 0, i = 1, \dots, h$ 
2 Generar grafo de solución para cada  $x_i, 0, i = 1, \dots, h$ .
3  $N = 1$ 
4 begin
5   while  $N \leq Nro\_iters$  do
6     ConstruirSolucionesporHormigas() de acuerdo
       con la Ecuación (3)
7     [AplicarBúsquedaLocal()] (por ejemplo:
       Búsqueda Tabú, Programación Cuadrática Secuencial,
       entre otros).
8     ActualizarFeromona() de acuerdo con la
       Ecuación (4).
9   end
10 end

```

lución empieza con una solución parcial vacía $s^p = 0$. Luego, en cada paso de la construcción, la solución parcial actual s^p es extendida agregando una componente de solución factible del conjunto de vecinos factibles $N(s^p) \subseteq C$. El proceso de construcción de soluciones puede ser considerado como un camino en el grafo de construcción $G_C(V, E)$. Los caminos permitidos en G_C están definidos implícitamente por el mecanismo de construcción de soluciones que define el conjunto $N(s^p)$ con respecto a una solución parcial s^p . La elección de una componente de solución de $N(s^p)$ se hace probabilísticamente en cada paso de la construcción. Las reglas exactas para la elección probabilística de componentes de soluciones varían entre diferentes variantes de algoritmos ACO. La regla más conocida es de *Ant System* (Dorigo et al., 1996) y se presenta en la Ecuación (3).

$$p(c_{ij}|s^p) = \frac{\tau_{ij}^\alpha * \eta(c_{ij})^\beta}{\sum_{c_{ij} \in N(s^p)} \tau_{ij}^\alpha * \eta(c_{ij})^\beta}, \forall c_{ij} \in N(s^p) \quad (3)$$

donde τ_{ij} es el valor de feromona asociado con la componente c_{ij} , y $\eta(\cdot)$ es una función que asigna a cada paso de la construcción un valor heurístico para cada componente de solución factible $c_{ij} \in N(s^p)$. Los valores que son retornados por esta función son llamados normalmente información heurística. Además, α y β son parámetros aleatorios positivos entre $[0,1]$ cuyos valores determinan la importancia relativa de la feromona y de la información heurística, respectivamente.

ActualizarFeromona() El objetivo de la actualización de feromona es incrementar los valores de feromona asociados con soluciones buenas o prometedoras, y reducir aquellos valores que están asociados con malas soluciones. Normalmente, esto se logra: 1) reduciendo todos los valores de feromona a través de la evaporación de feromona (evitar convergencia prematura del algoritmo) y 2) aumentando los niveles de feromona asociados con un conjunto de buenas soluciones S_{upd} como se calcula con la Ecuación (4).

Tabla 2. Parámetros de ACO

Símbolo	Descripción
h	Tamaño de la población de hormigas.
Nro_iters	Número total de iteraciones que ejecutará el ACO.
ρ	Factor de evaporación.

Tabla 3. Combinación de parámetros para la calibración de ACO y ABC

Algoritmo	Población	Iteración
ACO, ABC con 2 y 10 dimensiones	50	1000
ACO, ABC con 2 y 10 dimensiones	50	100
ACO, ABC con 2 y 10 dimensiones	20	1000
ACO, ABC con 2 y 10 dimensiones	20	100

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) * \tau_{ij} + \rho * \sum_{s \in S_{upd} | c_{ij} \in s} F(s) \quad (4)$$

donde S_{upd} es el conjunto de soluciones que son usadas para la actualización, $\rho \in (0,1]$ es un parámetro llamado factor de evaporación, y $F: S \rightarrow R_0^+$ es una función tal que $f(s) < f(s') \Rightarrow F(s) \geq F(s'), \forall s \neq s' \in S$. La función $F(\cdot)$ es llamada función *fitness* o de aptitud.

S_{upd} es un subconjunto de $S_{iter} \cup s_{bs}$ donde S_{iter} es el conjunto de soluciones que fueron construidas en la iteración actual, y s_{bs} es la mejor solución encontrada desde la primera iteración del algoritmo. Un ejemplo muy conocido es la regla de actualización de *Ant System* $S_{upd} \leftarrow S_{iter}$.

4. PRUEBAS Y RESULTADOS

Los algoritmos ACO y ABC fueron implementados en el lenguaje M usando el software libre Octave 4.2.1, el cual es una variante libre de Matlab (Eaton, 2016). El problema de optimización (minimización) a resolver por ambos algoritmos es la bien conocida función de la esfera, la cual es definida en la Ecuación (5).

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2, -10 \leq x_1, x_2 \leq 10 \quad (5)$$

Se realizaron 5 experimentos para observar y analizar el comportamiento de los algoritmos ACO y ABC ante el problema de optimización numérica. Los primeros 4 experimentos consistieron en probar a ACO y ABC en el problema de la esfera con dos y 10 dimensiones empleando la configuración de parámetros mostrada en la Tabla 3 en un total de 10 ejecuciones independientes por cada algoritmo. El parámetro ρ fue un valor aleatorio entre $(0,1]$ y *limit* fue $SN * D$ para todos los experimentos.

Para el caso de dos dimensiones, la función de la esfera se representa como una curva en el plano. En el caso de tres dimensiones, se representa como una esfera propiamente dicha. Para el caso de cuatro o más dimensiones corresponde al hiperespacio.

Los resultados de la ejecución independiente de los algoritmos con cada una de las combinaciones se presentan en la Tabla 4 de manera resumida, usando estadística básica como mejor y peor resultado, media, desviación estándar. Como se puede observar, en la mayoría de las ejecuciones el algoritmo ACO obtuvo mejores resultados con respecto a ABC y con una diferencia significativa según la prueba de Wilcoxon *Signed Rank Test*.

Para ambos algoritmos, resolver el problema de la esfera con diez dimensiones se vuelve más complejo que con sólo dos dimensiones. Por otra parte, se puede apreciar en la Tabla 4 que no importa el número de población que tenga el algoritmo ACO:

Figura 1. Gráfica de convergencia de ACO y ABC con 20 individuos y 1000 iteraciones en el problema de la esfera con 2 y 10 dimensiones

mientras más iteraciones haga, mejor será el resultado arrojado, puesto que se probó con población de 50 y 20 e iteraciones de 100 y 1000 obteniendo los mejores resultados con una población de 20 y 1000 iteraciones. Caso contrario ocurre con el algoritmo ABC, ya que a menor número de iteraciones se obtienen mejores resultados.

En general, ACO obtiene mejores resultados al tener un mayor número de iteraciones y menor número de población. Es decir, entre menos hormigas y más tiempo, se acarrea más comida. En el caso de ABC, entre menos tiempo y más abejas, se recolecta más miel. Se puede apreciar que para ACO, la mejor combinación de parámetros es la de una población de 20 y 1000 iteraciones; para ABC la mejor combinación de parámetros es población de 50 y 100 iteraciones, tomando como referencia al problema con una dimensionalidad mayor, es decir, el problema de la esfera con diez dimensiones.

Tabla 4. Resultados obtenidos por los algoritmos ACO y ABC en las diez ejecuciones con distinta combinación de parámetros

Estadística	2 dimensiones		10 dimensiones	
	ACO	ABC	ACO	ABC
50 individuos y 1000 iteraciones				
Mejor	1.12E-279	2.65E-18	1.16E-37	1.27E-05
Media	2.37E-275	2.50E-17	2.91E-35	4.84E-05
Desv. estándar	0	1.61E-17	6.34E-35	3.22E-05
Peor	1.61E-274	4.64E-17	2.08E-34	9.86E-05
50 individuos y 100 iteraciones				
Mejor	2.92E-29	1.82E-18	1.07E-02	1.08E-16
Media	4.60E-28	2.74E-18	2.94E-02	1.10E-16
Desv. estándar	5.97E-28	2.39E-18	1.40E-02	5.11E-17
Peor	2.02E-27	5.17E-18	4.94E-02	2.34E-16
20 individuos y 1000 iteraciones				
Mejor	0.00E+00	4.53E-19	1.87E-79	3.10E-05
Media	0.00E+00	4.45E-18	3.31E-77	4.50E-04
Desv. estándar	0	5.28E-18	5.19E-77	2.83E-04
Peor	0.00E+00	1.63E-17	1.69E-76	9.40E-04
20 individuos y 100 iteraciones				
Mejor	1.60E-52	4.20E-18	3.41E-07	3.74E-04
Media	1.52E-50	3.16E-17	4.40E-06	4.50E-04
Desv. estándar	1.69E-50	2.53E-17	5.56E-06	2.83E-04
Peor	5.24E-50	8.22E-17	1.64E-05	9.40E-04

Tabla 5. Parámetros de ACO y ABC para la ejecución de las 30 ejecuciones independientes

	ACO		ABC	
<i>Nro_iters</i>	1000		<i>MCN</i>	1000
<i>h</i>	20		<i>SN</i>	20
ρ	(0, 1]		<i>limit</i>	$SN * D$

En el quinto y último experimento, ACO y ABC son ejecutados en el problema de la esfera con la mejor combinación de parámetros de los experimentos previos. Ambos algoritmos se ejecutaron de manera independiente 30 veces. Los parámetros utilizados en los algoritmos ABC y ACO son presentados en la Tabla 5. Cabe mencionar que se usó el mismo número de iteraciones y población para observar la convergencia de los algoritmos de manera equitativa.

Los resultados de la ejecución de ambos algoritmos en la función de la esfera con dos y diez dimensiones se presentan en la Tabla 6. Para el caso de dos dimensiones, se observa que los resultados estadísticos favorecen a ACO al encontrar el óptimo de la función en todas las ejecuciones tal como lo comprueba la desviación estándar de las 30 ejecuciones independientes. Sin embargo, ABC tiene resultados muy cercanos a la solución óptima del problema que en este caso es 0. Al realizar la prueba de Wilcoxon *Signed Rank Test* a los resultados de ambos algoritmos (mejor solución encontrada en cada una de las 30 ejecuciones independientes), se obtiene como resultado $p\text{-value} = 0$, por lo tanto, existe una diferencia significativa de los resultados entre ACO y ABC.

Para el caso de diez dimensiones, los resultados también favorecen estadísticamente al algoritmo ACO al obtener un mejor resultado que ABC y una desviación estándar mucho menor en comparación que ABC. Al realizar la prueba de Wilcoxon *Signed Rank Test* a los resultados de ambos algoritmos, la prueba da como resultado un $p\text{-value}$ de 0 y un $Z\text{-value}$ de -4.782. Por lo tanto, podemos concluir que existe una diferencia significativa de los resultados entre ACO y ABC.

La Figura 1 presenta el comportamiento de ambos algoritmos en el problema de la esfera con dos y diez dimensiones en la ejecución número 15 de las 30 ejecuciones realizadas de manera

Tabla 6. Resultados estadísticos de ABC y ACO en el problema de la esfera con 2 y 10 dimensiones en 30 ejecuciones independientes

Estadística	2 dimensiones		10 dimensiones	
	ABC	ACO	ABC	ACO
Mejor	9.34E-20	0.00E+00	7.41E-17	2.30E-80
Media	3.39E-18	0.00E+00	1.53E-16	2.19E-76
Desv. estándar	3.38E-18	0	6.30E-17	4.7E-76
Peor	1.52E-17	0.00E+00	2.96E-16	1.99E-75

Tabla 7. Valores de ABC y ACO en el problema de la esfera con 2 y 10 dimensiones en la ejecución independiente 15

Variables	2 dimensiones		10 dimensiones	
	ACO	ABC	ACO	ABC
x_1	-9.97E-164	-1.02E-09	3.32E-40	-2.29E-09
x_2	-1.12E-162	1.19E-09	1.12E-40	3.09E-09
x_3	-	-	2.86E-40	-8.74E-10
x_4	-	-	1.20E-39	1.66E-09
x_5	-	-	-9.42E-40	-1.55E-09
x_6	-	-	9.16E-40	9.73E-11
x_7	-	-	4.20E-40	-3.00E-10
x_8	-	-	-9.68E-40	-1.81E-09
x_9	-	-	1.68E-40	-5.11E-09
x_{10}	-	-	7.71E-40	-7.56E-09
$f(\bar{x})$	0	2.46E-18	5.10E-78	1.07E-16

independiente (mediana). Para el caso de dos y diez dimensiones, se puede observar que el algoritmo ACO tiene una convergencia hacia el óptimo después de pasar la mitad de las iteraciones. Por otro lado, ABC tiene una convergencia prematura en alguno de los óptimos locales del problema desde el principio de las generaciones. Sin duda, el algoritmo ABC tiene un verdadero problema de convergencia prematura.

Los valores finales de las variables y función objetivo de ambos algoritmos de las gráficas de convergencia se presentan en la Tabla 7.

De acuerdo con el análisis de complejidad de ACO (Gutjahr, 2008) y de ABC (Ji et al., 2015), el coste computacional del primero es menor que el segundo, ya que el orden de complejidad de ABC es cuadrático. Comparando los resultados obtenidos por ACO y ABC con los obtenidos por otras metaheurísticas, por ejemplo el algoritmo de Cúmulo de Partículas (PSO, por las siglas en inglés de *Particle Swarm Optimization*), se tienen los siguientes resultados de un algoritmo de PSO modificado aplicado al problema de la esfera con diez dimensiones (Wei et al., 2015): 1.11E-132 como mejor solución, 1.96E-121 como media, desviación estándar de 2.38E-122 y 6.44E-122 como peor solución.

De acuerdo con estos resultados, ACO y ABC se encuentran por detrás de PSO y otros algoritmos encontrados en el estado del arte. Sin embargo, si se aplica la prueba de Wilcoxon *Signed Rank Test* no hay diferencia significativa porque esta prueba considera irrelevantes valores con decimales muy cercanos a cero.

5. CONCLUSIÓN

En este trabajo, se abordaron dos metaheurísticas de Inteligencia Colectiva (IC) para observar su comportamiento ante un problema de optimización conocido en el estado del arte como problema de la esfera y conocer los aspectos comunes y particulares

que favorecen la convergencia prematura en el Algoritmo de Optimización de Colonia de hormigas (ACO) y Colonia Artificial de Abejas (ABC). Ambas metaheurísticas fueron programadas y adaptadas para resolver el problema de la esfera con dos y diez dimensiones usando el lenguaje de programación M empleando el software libre Octave 4.2.1. Un conjunto de experimentos fue realizado donde ambas metaheurísticas se ejecutaron con igual número de población e iteraciones para llevar a cabo una comparación justa usando medidas de rendimiento estadísticas y la prueba no paramétrica Wilcoxon *Signed Rank Test*, así como gráficos de convergencia.

Los primeros cuatro experimentos consistieron en probar a ACO y ABC en el problema de la esfera con dos y diez dimensiones con distinta población e iteraciones. Los mejores resultados obtenidos en estos experimentos fueron obtenidos con una población de 20 y 1000 iteraciones para ACO; para ABC la mejor combinación de parámetros es una población de 50 y 100 iteraciones, tomando como referencia al problema con una dimensionalidad mayor, es decir, el problema de la esfera con diez dimensiones. Un aspecto común encontrado fue que para ambas metaheurísticas resolver el problema de la esfera con diez dimensiones se vuelve más complejo que con sólo dos dimensiones.

Se observó que ACO obtiene mejores resultados cuando tiene un mayor número de iteraciones y menor número de población, es decir, entre menos hormigas y más tiempo, se acarrea más comida. En el caso de ABC, ocurre justo lo contrario: entre menos tiempo y más abejas, se recolecta más miel. Por lo tanto, una convergencia prematura ocurrirá a ambos algoritmos cuando la dimensionalidad aumente. Otro factor que provoca la convergencia prematura para el caso de ABC es una población pequeña de abejas sin importar si se tiene un gran número de iteraciones; en el caso de ACO una convergencia prematura puede ocurrir si se tiene un número menor de iteraciones sin importar el tamaño de la población.

Ambas metaheurísticas fueron probadas con el mismo número de población e iteraciones (20, 1000 respectivamente) en el problema de la esfera con dos y diez dimensiones, donde ACO obtuvo los mejores resultados y una convergencia estable hacia el óptimo global, caso contrario a ABC donde su convergencia fue prematura al caer en óptimos locales sin ninguna mejora al final de las iteraciones. Por último, la prueba de Wilcoxon *Signed Rank Test* arrojó una diferencia significativa entre los resultados de ACO y ABC.

Como trabajo futuro, ambas metaheurísticas deben ser probadas en más problemas de optimización numérica con restricciones, además de hacer experimentos donde otros parámetros de ambas metaheurísticas, aparte de la población e iteraciones, sean calibrados para conocer si estos parámetros también impactan en la convergencia y rendimiento de la metaheurística.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecemos al CONACYT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México) el apoyo otorgado al Doctorado

Interinstitucional en Ciencias de la Computación de la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco y la Universidad Veracruzana.

REFERENCIAS

- Abbass, H. A. (2001). Mbo: marriage in honey bees optimization—a haplometrosis polygynous swarming approach. In *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No.01TH8546)*, volume 1, pages 207–214 vol. 1.
- Arito, F. L. A. (2010). Algoritmos de optimización basados en colonias de hormigas aplicados al problema de asignación cuadrática y otros problemas relacionados. Master's thesis, Universidad Nacional de San Luis Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas y Naturales Departamento de Informática, San Luis, Argentina.
- Baykasoglu, A., Ozbakir, L., and Tapkan, P. (2007). *Artificial bee colony algorithm and its application to generalized assignment problem Swarm Intelligence*, chapter Focus on Ant and Particle Swarm Optimization. Felix T.S. Chan and Manoj Kumar Tiwari. Itech Education and Pub., Vienna, Austria.
- Dorigo, M., Maniezzo, V., and Colnari, A. (1996). The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents. *IEEE Transactions of Systems, Man and Cybernetics-Part B*, 26(1):29–41.
- Dorzán, M., Gagliardi, E., Leguizamón, M., and Hernández Peñalver, G. (2012). Approximations on minimum weight triangulations and minimum weight pseudo-triangulations using ant colony optimization metaheuristic. *Fundamenta Informaticae*, 119(1):1–27.
- Eaton, J. W. (2016). GNU Octave. Technical report, Free Software Foundation. Accessed 13-11-2016.
- Eiben, A. and Smith, J. E., editors (2003). *Introduction to Evolutionary Computing*. Natural Computing Series. Springer-Verlag.
- Engelbrecht, A. P. (2005). *Fundamentals of Computational Swarm Intelligence*. John Wiley & Sons.
- Gutjahr, W. J. (2008). First steps to the runtime complexity analysis of ant colony optimization. *Computers & Operations Research*, 35(9):2711 – 2727. Part Special Issue: Bio-inspired Methods in Combinatorial Optimization.
- Haddad, O. B. and Mariño, M. A. (2007). Dynamic penalty function as a strategy in solving water resources combinatorial optimization problems with honey-bee mating optimization (hbmo) algorithm. *Journal of Hydroinformatics*, 9(3):233 – 250.
- Hernández-Ocaña, B., Pozos-Parra, M., Mezura-Montes, E., Portilla-Flores, E., Vega-Alvarado, E., and Calva-Yáñez, M. (2016). Two-swim operators in the modified bacterial foraging algorithm for the optimal synthesis of four-bar mechanisms. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2016(0):1–18.
- Ji, J., Pang, W., Zheng, Y., Wang, Z., and Ma, Z. (2015). A novel artificial bee colony based clustering algorithm for categorical data. *PloS One*, 10(5). e0127125.
- Karaboga, D. and Basturk, B. (2007). A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (abc) algorithm. *Journal of Global Optimization*, 39(3):459–471.
- Kennedy, J. and Eberhart, R. (2001). *Swarm Intelligence*. Morgan Kaufmann, UK.
- Leguizamón, G. and Coello-Coello, C. A. (2009). Boundary search for constrained numerical optimization problems with an algorithm inspired by the ant colony metaphor. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 13(2):350–368.
- Matijaš, V. D., Molnar, G., Čupić, M., Jakobovic, D., and Bašić, B. D. (2010). University course timetabling using ACO: A case study on laboratory exercises. In *Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems - 14th International Conference, KES 2010, Cardiff, UK, September 8-10, 2010, Proceedings, Part I*, pages 100–110.
- Mezura-Montes, E. and Cetina-Domínguez, O. (2012). Empirical analysis of a modified artificial bee colony for constrained numerical optimization. *Applied Mathematics and Computation*, 218(22):10943 – 10973.
- Mezura-Montes, E., Cetina-Domínguez, O., and Hernández-Ocaña, B. (2010). *Mecatrónica*, chapter Nuevas Heurísticas Inspiradas en la Naturaleza para Optimización Numérica. in Ramón Silva-Espinoza, Edgar Alfredo Portilla-Flores and María Aurora Molina-Vilchis (Editors) Mecatrónica. Editorial IPN, México.
- Mezura-Montes, E. and Coello-Coello, C. (2011). Constraint-handling in nature-inspired numerical optimization: Past, present and future. *Swarm and Evolutionary Computation*, 1(4):173–194.
- Vega-Alvarado, E., Portilla-Flores, E., noz Hernández, G. M., Mezura-Montes, E., Sepúlveda-Cervantes, G., and Bautista-Camino, P. (2018). A memetic algorithm based on Artificial Bee Colony for optimal synthesis of mechanisms. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 34(1):1–18.
- Wei, X., Zhang, J., Zhou, D., and Zhang, Q. (2015). Multiswarm particle swarm optimization with transfer of the best particle. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2015. 904713.

BIOGRAFÍAS

Betania Hernández-Ocaña, obtuvo el grado de doctor en Ciencias de la Computación en la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco en 2016 de la cual es profesora-investigadora. Actualmente es miembro del Sistema Nacional de Investigadores Nivel I y tiene el perfil deseable PRODEP. Ha participado como responsable en proyectos de investigación con y sin financiamiento. Participa activamente en la revisión de artículos de diversas revistas indizadas, asimismo en la

revisión de tesis en nivel licenciatura y posgrado. Sus intereses científicos incluyen algoritmos de inteligencia colectiva y evolutivos, optimización global y aprendizaje automático.

Luis G. Montané-Jiménez, Licenciado en Informática por la Universidad Veracruzana, Maestro en Computación Aplicada por el Laboratorio Nacional de Informática Avanzada y Doctor en Ciencias de la Computación por la Universidad Veracruzana. Actualmente se desempeña como profesor de Tiempo Completo en la Facultad de Estadística e Informática de la Universidad Veracruzana (México). Sus áreas de inter-

és son el Computer-Supported Cooperative Work (CSCW), Interacción Humano-Computadora (IHC), Sistemas Conscientes del Contexto, Visualización de Información y Desarrollo de Videojuegos.

José Hernández-Torruco, Doctor en Ciencias de la Computación por la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. Docente de la División Académica de Ciencias y Tecnologías de la Información (DACyTI) de la UJAT desde el año 2000. Su área de interés es el aprendizaje automático y la minería de datos, especialmente su aplicación en la medicina. Ha publicado varios artículos en inglés y español en revistas arbitradas e indexadas, así como en congresos nacionales e internacionales.

Ha sido responsable de varios proyectos institucionales y ha participado como colaborador en proyectos financiados. Ha dirigido varias tesis a nivel Licenciatura, Maestría y Doctorado.

Oscar Chávez-Bosquez, Doctor en Ciencias de la Computación y actualmente miembro del Sistema Nacional de Investigadores Nivel I. Su interés es resolver problemas de la vida real empleando algoritmos inteligentes y aprendizaje profundo. Cuenta con una serie de certificaciones nacionales e internacionales en desarrollo de software y ha dirigido diversas tesis a nivel licenciatura, maestría y doctorado. Ha escrito diversos artículos en revistas de alto impacto y

ha desarrollado software promoviendo siempre el uso y difusión del Software Libre.

Cinética y Mecanismos de Adsorción de Plomo (II) Usando Zeolita Gis-NaP Obtenida a Partir de Residuos de Ladrillo

Rodríguez Valdivia, Marcelo^{1,*}

¹Universidad Nacional de San Agustín, Facultad de Ing. de Procesos, Escuela de Ing. de Materiales, Arequipa, Perú

Resumen: Este artículo reporta los resultados de una investigación efectuada para evaluar la cinética y mecanismos de adsorción de Pb^{2+} de una zeolita sintética del tipo Gis-NaP, que fue obtenida a partir de residuos de ladrillos y que fue caracterizada mediante diversas técnicas de análisis. El tratamiento de los resultados experimentales mostró que el modelo de pseudo-primer orden ($R^2 = 0,9983$) describe mejor la cinética de adsorción. El mecanismo de adsorción de Pb^{2+} es mejor explicado por la isoterma de Freundlich que muestra ajuste perfecto ($R^2 = 0,980$). Con un tiempo de contacto de 8 horas, se consigue la saturación del material zeolítico alcanzando una adsorción de 109,8 mg/g de Pb^{2+} . La máxima capacidad de adsorción 124,4 mg/g (95,1%) se obtuvo para una concentración inicial de 872,0 mg/L. Según los resultados obtenidos, se concluye que la zeolita Gis-NaP tiene una alta eficiencia de remoción de Pb^{2+} y que se puede aplicar en el tratamiento de efluentes mineros y/o industriales.

Palabras clave: zeolita Gis-NaP, cinética de adsorción, isothermas de adsorción, intercambio catiónico, tratamiento hidrotermal

Kinetics and Adsorption Mechanisms of Lead (II) Using Gis-NaP Zeolite Obtained from Brick Waste

Abstract: This article reports the results of an investigation carried out to evaluate the kinetics and adsorption mechanisms of Pb^{2+} , of a synthetic zeolite of the Gis-NaP type that was obtained from brick residues and that was characterized by various analysis techniques. Treatment of the experimental results showed that the pseudo-first order model ($R^2 = 0,9983$) better describes the adsorption kinetics. The Pb^{2+} adsorption mechanism is better explained by the Freundlich isotherm which shows perfect fit ($R^2 = 0,980$). With a contact time of 8 hours, the saturation of the zeolitic material is achieved, reaching an adsorption of 109,8 mg/g of Pb^{2+} . The maximum adsorption capacity 124,4 mg/g (95,1%) was obtained for an initial concentration of 872,0 mg/L. According to the results obtained, it is concluded that the Gis-NaP zeolite has a high removal efficiency of Pb^{2+} and that it can be applied in the treatment of mining and / or industrial effluents.

Keywords: Gis-NaP zeolite, adsorption kinetics, adsorption isotherms, cation exchange, hydrothermal treatment

1. INTRODUCCIÓN

El Perú es por excelencia un país minero, y esta actividad económica importante se viene incrementando considerablemente en recientes años debido a ampliaciones de operación y la ejecución de nuevos proyectos. El impacto por contaminación de suelos y aguas se debe principalmente a la presencia de metales pesados originados tanto por el drenaje ácido de la mina como por el agua que se infiltra en la roca estéril en los vertederos de relaves que lixivian los metales pesados que contienen: cobre, mercurio, cadmio, plomo, hierro, etc. Estos elementos se transportan a través de la escorrentía y, en algunos casos; se vuelven a depositar a grandes distancias de la fuente de contaminación. Diversos metales pesados como: mercurio, cromo, cadmio, arsénico,

níquel y plomo, se encuentran entre los contaminantes mineros y/o industriales más peligrosos. Su toxicidad, persistencia y acumulación en los organismos vivos tienen un impacto negativo en el medio ambiente y la salud (Kalak et al., 2019).

El plomo viene a ser uno de los metales pesados más comunes y tóxicos en aguas residuales de la industria y/o mineras. Procesos como la minería, galvanización, metalurgia industrial, fabricación de baterías, pinturas, cerámicas, municiones, tuberías de plomo, etc. liberan ingentes cantidades de este metal pesado al medio ambiente (Ahmad et al., 2017). Es conocido los graves efectos sobre el sistema nervioso, reproductivo y circulatorio, los riñones y el hígado en humanos, principalmente en los niños que son los más susceptibles a la intoxicación. Se han desarrollado diferentes

*mrodriguezv@unsa.edu.pe

Recibido: 22/09/2021

Aceptado: 21/06/2022

Publicado en línea: 04/08/2022

10.33333/rp.vol50n2.07

CC 4.0

tecnologías para minimizar su presencia en aguas que incluyen la precipitación, intercambio iónico, ósmosis inversa, coagulación, electrodiálisis, ultrafiltración, etc. (Jiménez et al., 2017). Sin embargo, muchas de éstas requieren grandes cantidades de energía en su proceso, lo cual los convierte en ineficientes, y, por otro lado, ninguno es capaz de eliminar su presencia por completo (Ullah et al., 2020). La tecnología de la adsorción mediante zeolita de origen natural o sintético para eliminar metales pesados, resulta ser una alternativa viable de gran interés técnico-científico debido a su selectividad, bajo costo, facilidad de uso, y alta eficiencia de adsorción (incluso cuando estos metales están en baja concentración) (Chisti, 2018). Debido a su pequeño tamaño de poro, la zeolita sintética del tipo Gis-NaP; posee una alta capacidad de intercambio catiónico y adsorción y es usada ampliamente en separación de gases, eliminación de metales pesados, amonio, elementos radiactivos, tratamiento de agua de mar, ablandamiento del agua, suavizante de agua en la industria de los detergentes.

El trabajo de investigación actual propone evaluar la capacidad de adsorción de Pb^{2+} de un material zeolítico sintético del tipo Gis-NaP obtenido como resultado del tratamiento hidrotermal de residuos de ladrillo con soluciones alcalinas de NaOH.

En una primera etapa, el producto zeolítico obtenido será analizado mediante difracción de rayos X para determinar sus fases cristalográficas presentes, los componentes químicos serán cuantificados empleando un espectrómetro de fluorescencia de rayos X (XRF), la capacidad de intercambio catiónico (CIC) será medida utilizando el método de doble intercambio catiónico, la identificación morfológica de los cristales formados serán observados por medio de un microscopio electrónico de barrido (SEM).

En una segunda etapa, se evaluará su capacidad de adsorción en función del tiempo y a concentración variable. Los datos experimentales obtenidos se evaluarán con los modelos cinéticos de Pseudo-primero orden, Pseudo-segundo orden, Evolich y Difusión intrapartícula.

El mecanismo de adsorción será evaluado mediante las isotermas de Langmuir, Freundlich, Dubinin-Radushkevich y Tenmkin.

2. METODOLOGÍA

2.1 Obtención de zeolita Gis-NaP

La obtención de zeolita sintética se realizó mediante tratamiento hidrotermal de residuos de ladrillo molido con un tamaño de partícula igual a 100 micras bajo las siguientes condiciones experimentales: temperatura de activación de 140°C, tiempo de activación 7 horas, concentración de solución activante 2,0 M NaOH. Según Wang et al. (2017) quienes reportan haber obtenido zeolita NaP utilizando una temperatura superior a 100°C y tiempo prolongado. Para todas las pruebas se mantuvo una relación sólido/líquido de 10,0 g/125,0 mL. El producto sólido obtenido se lavó varias veces con agua destilada y luego se secó por un periodo de 6 horas a 60°C.

2.2 Técnicas Experimentales

El análisis de la composición química fue posible empleando un espectrómetro de fluorescencia de rayos X (XRF) S4 Explorer fabricado por Bruker AXS.

Para la identificación de los cristales zeolíticos formados se empleó un difractor de rayos X Siemens D 5000. Para el análisis morfológico, se utilizó un Microscopio Electrónico de Barrido (SEM) modelo Phillips XL-20 de FEI Company de alto vacío provisto con detectores de microanálisis SE y BSE.

El análisis cuantitativo de Pb^{2+} y Na^+ se realizó utilizando un espectrómetro de adsorción ICP-OES (inductively coupled plasma optical emission spectrometry) OPTIMA-2100-DV fabricado por Perkin Elmer.

2.3 Medición de la Capacidad de Intercambio Catiónico

La capacidad de intercambio catiónico (CIC) fue determinada empleando soluciones de acetato de sodio y acetato de amonio (Bhagwanjee et al., 2011). Una cantidad de material sólido se somete a un doble intercambio, primero con acetato de sodio 1,0N y luego con acetato de amonio 1,0N. La capacidad de intercambio catiónico se determina en base al contenido de Na^+ intercambiado y expresado en meq/100g.

2.4 Pruebas de adsorción de Pb^{2+}

Las soluciones conteniendo cationes Pb^{2+} se prepararon a partir de $Pb(C_2H_3O_2)_2 \cdot 3H_2O$ (99,9%). La cantidad de catión adsorbido por la zeolita se calcula basándose en la diferencia entre el contenido de catión en la solución inicial y final. Durante la realización de las pruebas, se agitaron los recipientes para mejorar el contacto entre la solución y el material de zeolita.

2.4.1 Adsorción en función del tiempo

Se utilizaron recipientes puestos en agitación moderada, que contenían 1 g de zeolita y 150 mL de solución con 1 090 mg/L de Pb^{2+} (concentración constante) y con un pH de 5,5. La toma de muestras de solución para análisis se llevó a cabo después de que el tiempo de contacto entre el sólido y el líquido fuera de 4, 8, 12 y 24 horas. Una vez completados los tiempos de contacto establecidos, se filtró y se tomaron 100 mL para realizar el análisis de Pb^{2+} . Las pruebas se realizaron a temperatura ambiente.

2.4.2 Adsorción a concentración variable

Evalúa la capacidad de adsorción a altas y bajas concentraciones. En recipientes plásticos de 200 mL de capacidad, se colocaron 150 mL de solución de Pb^{2+} a concentraciones de 872, 436, 217,97, 109,00, 54,50 mg/L y 1 g de zeolita sintética. El tiempo de contacto se determinó en las pruebas en función del tiempo (8 horas). Al finalizar la prueba, se filtra y se toma 100 mL de solución para analizar contenido de Pb^{2+} .

2.5 Cinética e Isotermas de Adsorción

Los parámetros y constantes de los modelos cinético e isotérmico aplicados se determinan por un método lineal, utilizando los valores de la capacidad de adsorción obtenidos a partir de datos experimentales y calculados mediante modelos Cinéticos: Pseudo-primer orden, Pseudo-segundo orden, Evolich, Difusión intrapartícula. Isotérmicos: Langmuir, Freundlich, Dubinin-Radushkevich y Temkin.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Composición Química Zeolita Gis-NaP

En muestras de zeolita sintética, se realizaron análisis de caracterización química, cristalográfica, capacidad de intercambio y morfológica.

La Tabla 1 muestra los resultados del análisis químico reportado como óxidos presentes.

Tabla 1. Composición Química-Zeolita Gis-NaP

Elemento	Na ₂ O	Al ₂ O ₃	SiO ₂	K ₂ O	CaO	Fe ₂ O ₃	LOI
	%	%	%	%	%	%	%
	3,6	25,5	45,8	1,3	2,17	4,4	0,05

En comparación con el análisis del ladrillo molido en sus componentes: Na₂O = 0,20, Al₂O₃ = 25,49, SiO₂ = 63,89; se hace evidente un enriquecimiento en sodio y una disminución en silicio (Nowak et al., 2021). Un resultado similar en Na₂O fue reportado por Ferrarini et al. (2016).

3.2 Difracción de rayos X

La Figura 1 presenta el espectro de difracción obtenido donde se evidencia picos característicos de formación de zeolita Gis-NaP, y una abundante cristalinidad. Las reflexiones en 2θ se dan a 8,9°, 12,5°, 17,65°, 21,65°, 28,1°, 33,4° y 38,0°. Este resultado coincide con lo obtenido por otros autores (Araujo, et al., 2014) quienes reportan valores de 12,4°, 17,7°, 21,8°, 28,2° y 33,5°.

Figura 1. Análisis al difractor de rayos X identificando zeolita Gis-NaP (Powder Diffraction File 071-069)

3.3 Capacidad de Intercambio Catiónico (CIC)

La CIC está asociada con la cantidad de zeolita formada y la gran cantidad de sitios de intercambio disponibles en la zeolita. El producto obtenido en condiciones de prueba 140°C/2M/7 horas, presentó un valor de 163,50 meq/100g., valor superior a lo reportado para zeolita NaP del tipo Gis por tratamiento hidrotérmico de zeolita natural (Utami et al., 2019).

3.4 Análisis morfológico por SEM

En la Figura 2, se muestran formaciones de cristales pseudo-esféricos o agregados de cristales con morfología de cactus/repollo de zeolita Gis-NaP (Ali et al., 2015). Se observa también que estas formaciones están constituidas por pequeñas placas con bordes bien definidos producto de una cristalización total.

Figura 2. Formaciones pseudo-esféricas de zeolita Gis-NaP

3.5 Adsorción de cationes Pb²⁺

En la Tabla 2, se presenta los resultados de la prueba de adsorción de Pb²⁺ en función del tiempo.

Tabla 2. Adsorción de cationes Pb²⁺ con Zeolita Gis-NaP

Tiempo (horas)	Conc. inicial (mg/L)	Conc. final (mg/L)	Pb ²⁺ inicial (mg)	Pb ²⁺ final (mg)	Pb ²⁺ ads. (mg)	Pb ²⁺ ads. (mg/g)	Pb ²⁺ ads. (%)
	1 090						
4		421,6	163,5	63,2	100,3	100,3	61,3
8		357,8	163,5	53,7	109,8	109,8	67,2
12		330,8	163,5	50,8	112,7	112,7	69,0
24		338,4	163,5	49,6	113,9	113,9	69,7

Se aprecia claramente que después de 8 horas, la cantidad (mg de Pb²⁺ por gramo de zeolita Gis-NaP) de los cationes adsorbidos prácticamente no cambia.

La Tabla 3 muestra los resultados de las pruebas de adsorción de Pb²⁺ a concentración variable y a un tiempo de contacto constante de 8 horas.

Tabla 3. Adsorción de cationes Pb²⁺ con Zeolita Gis-NaP

Prueba	Conc. inicial (mg/L)	Análisis (mg/L)	Pb ²⁺ inicial (mg)	Pb ²⁺ final (mg)	Pb ²⁺ ads. (mg)	Pb ²⁺ ads. (mg/g)	Pb ²⁺ ads. (%)
1	872,0	42,40	130,8	6,4	124,4	124,4	95,1
2	436,0	12,3	65,4	1,9	63,6	63,5	97,2
3	217,9	5,9	32,7	0,9	31,9	31,9	97,3
3	109,0	2,9	16,4	0,4	15,9	15,9	97,3
5	54,5	1,4	8,2	0,2	7,9	7,9	97,4

3.6 Cinética de Adsorción de cationes Pb²⁺

Para comprender los mecanismos del proceso de adsorción, los datos experimentales obtenidos se evaluaron mediante los modelos cinéticos de Pseudo-primero orden, Pseudo-segundo orden, Evolich y Difusión intrapartícula.

La ecuación de pseudo-primero orden es expresada generalmente por la Ecuación (1):

$$\frac{dt}{q} = k_1 * (q_e - q_t) \tag{1}$$

Donde: q_e y q_t son la capacidad de adsorción en el equilibrio y a cualquier tiempo t en (mg/g), k₁ es la constante de velocidad de pseudo-primero orden, (min⁻¹), t es el tiempo de adsorción (min). Linealizando queda según la Ecuación (2):

$$\ln(q_e - q_t) = \ln q_e + k_1 * t \tag{2}$$

La cinética de pseudo-segundo orden resulta de modificar la ecuación de segundo orden y se puede obtener a partir de la Ecuación (3).

$$q_t = \frac{t}{(k_2 * q_e) * (\frac{t}{q_e})} \tag{3}$$

Linealizando resulta según la Ecuación (4):

$$\frac{t}{q_t} = \frac{1}{(k_2 * q_e^2)} + \frac{t}{q_e} * t \tag{4}$$

Donde: q_e y q_t son la capacidad de adsorción en el equilibrio y a cualquier tiempo t en (mg/g), k₂ es la constante de velocidad de pseudo-segundo orden (g/g.min), t es el tiempo de adsorción (min).

El modelo de Evolich ayuda a simular la cinética de adsorción en fase líquida y se puede representar mediante la siguiente Ecuación (5).

$$\frac{dq_t}{dt} = A_B * e^{(b_E * q_t)} \tag{5}$$

Donde: q_t es la capacidad de adsorción en cualquier tiempo t (mg/g), A_B y b_E son los parámetros del modelo. El parámetro A_B representa la velocidad de adsorción inicial (mg/g.min) y el parámetro b_E se relaciona con la superficie cubierta y la energía de activación por quimiadsorción (mg/g), t es el tiempo de adsorción (min). Linealizando resulta la Ecuación (6):

$$q_t = \frac{1}{b_E} * \ln(A_B * b_E) + \frac{1}{b_E} * \ln(t) \tag{6}$$

El modelo de difusión intraparticular se puede representar mediante la siguiente Ecuación (7):

$$q_t = k_{id} * t^{(0.5)} + c \tag{7}$$

Donde: q_t es la capacidad de adsorción en cualquier tiempo t (mg/g), K_{id} es la constante de velocidad de difusión intraparticular (mg/g.min^{-1/2}), c es la constante que brinda información sobre el espesor de la capa límite (mg/g), t es el tiempo de adsorción (min).

En la Figura 3, se muestra el gráfico correspondiente al modelo cinético de Pseudo-primero orden.

Figura 3. Modelo cinético Pseudo- primer orden

La Tabla 4 presenta los valores de las constantes relacionadas con los modelos cinéticos de adsorción y los respectivos coeficientes de correlación (R²) utilizando los valores experimentales en el equilibrio.

Tabla 4. Adsorción de cationes Pb^{2+} con Zeolita Gis-NaP

MODELO CINÉTICO	CONSTANTES	VALOR	R ²
Pseudo-primero orden	K_1 (1/min)	0,012	0,9983
	q_{cal}	13,745	
Pseudo-segundo orden	K_2 (g/mg*min)	0,001	0,9970
	q_{em} (mg/g)	113,636	
Evolich	b_E (g/mg)	0,132	0,8451
	$Ln(A_B * b_E)$	8,025	
Difusión intraparticular	K_{id} (g/mg.min ^{-1/2})	0,525	0,9800
	c (mg/g)	100,750	

Como se muestra en la Figura 3, los datos experimentales se correlacionan perfectamente con el modelo cinético de pseudo-primero orden con un valor de $R^2 = 0,9983$ describiendo mejor la cinética de adsorción. Para este caso de estudio, la adsorción del Pb^{2+} sobre la superficie de la zeolita Gis-NaP es muy rápida al principio y alcanza eficiencias de 61,3 y 67,2% en 4 y 8 horas de contacto con una velocidad de 0,012/min. (Tabla 4). Se puede asumir que cada catión de Pb^{2+} presente en la solución tiene asignado un sitio activo en la superficie de la zeolita sintetizada, y que la transferencia de masa es la etapa que controla el proceso de adsorción; por lo cual la velocidad de adsorción en función del tiempo es directamente proporcional a la diferencia entre la concentración del equilibrio de Pb^{2+} en solución y la concentración en la superficie de la zeolita (Kobayashi et al., 2020; Sánchez et al., 2018). El modelo pseudo-segundo orden tiene un $R^2 = 0,9970$ pero su velocidad de adsorción ($K_2 = 0,001$ g/mg*min.), es 12 veces menor que la del mecanismo de pseudo-primero orden.

La aplicación del modelo de difusión intraparticular, muestra una linealidad en el proceso de adsorción con un ajuste $R^2 = 0,9800$, y un valor de $c = 100,750$ mg/g; que indica que existe la formación de una película de líquido gruesa que rodea a la zeolita. El Pb^{2+} difunde lentamente desde el exterior hacia el interior del adsorbente. El análisis del modelo Evolich evidencia un ajuste $R^2 = 0,8451$ que es todavía una fuerte correlación con los valores experimentales, lo que implica que los sitios de adsorción aumentaron exponencialmente y supone una adsorción multicapa (Ayawei et al., 2017).

3.7 Isotermas de Adsorción

La evaluación de las isotermas de adsorción se centra en el análisis de la relación entre la cantidad de Pb^{2+} adsorbido por la zeolita Gis-NaP y la concentración en el equilibrio a una temperatura constante. Para el presente estudio, se usaron los modelos de Langmuir, Freundlich, Dubinin-Radushkevich y Temkin.

La isoterma de Langmuir se puede representar mediante la siguiente Ecuación (8):

$$q_e = \frac{q_{m\acute{a}x} * b * C_e}{1 + b * C_e} \quad (8)$$

Linealizando la expresión (8) se obtiene la siguiente Ecuación (9):

$$\frac{C_e}{q_e} = \frac{C_e}{q_{m\acute{a}x} * b} + \frac{1}{q_{m\acute{a}x}} \quad (9)$$

Donde: q_e es el equilibrio alcanzado del adsorbato en el adsorbente (mg/g), $q_{m\acute{a}x}$ es la máxima capacidad de adsorción (mg/g), C_e es la adsorción en equilibrio del adsorbato en solución (mg/L), b energía relativa de adsorción (L/mg).

La isoterma de Freundlich se representa mediante la Ecuación (10):

$$q_e = K_f * C_e^{\frac{1}{n}} \quad (10)$$

La isoterma en su forma linealizada queda expresada por la Ecuación (11):

$$\log(q_e) = \log(K_f) + \frac{1}{n} * \log(C_e) \quad (11)$$

Donde: q_e es el equilibrio alcanzado del adsorbato en el adsorbente (mg/g), C_e es la adsorción en equilibrio del adsorbato en solución (mg/L), K_f capacidad de adsorción del adsorbente (mg/g), n es la intensidad de adsorción.

La isoterma de adsorción de Dubinin-Radushkevich se expresa mediante la Ecuación (12).

$$\ln(q_e) = \ln(q_m) - \beta * \epsilon^2 \quad (12)$$

Donde: q_m es la capacidad de adsorción teórica (mg/g), β es la constante del modelo Dubinin-Radushkevich (mol²/kJ²), ϵ es el potencial de Polanyi con respecto a la concentración de equilibrio y se calcula mediante la Ecuación (13).

$$\epsilon = RT * \ln\left(1 + \frac{1}{C_e}\right) \quad (13)$$

Donde: R es la constante universal de los gases (8,314 J/mol/K), T es la temperatura absoluta (K), C_e es la adsorción en equilibrio del adsorbato en solución (mg/L).

La Ecuación (14) determina la energía libre E por molécula de adsorbato, y ayuda a distinguir entre la adsorción física y la química. Si el valor de E está entre 8 y 16 kJ/mol, la adsorción ocurre como un intercambio de iones y si $E < 8$ kJ/mol, el proceso de adsorción es físico.

$$E = \frac{1}{\sqrt{-2 * \beta}} \quad (14)$$

La ecuación del modelo de Temkin es expresada mediante la Ecuación (15). La constante B puede ser determinada por la Ecuación (16):

$$q_e = B * \ln(A_t) + B * \ln(C_e) \quad (15)$$

$$B = \frac{R * T}{b_T} \quad (16)$$

Donde: T es la temperatura absoluta en grados Kelvin (K), R es la constante universal de los gases (8,314 J/mol/K), A_t es la constante de equilibrio de la isoterma de Temkin (L/g), b_T es la constante de la isoterma de Temkin, B es la constante

asociada con el calor de adsorción (J/mol) (Hernández Soto del Valle, 2019).

La Figura 4 muestra el gráfico correspondiente al modelo de Freundlich.

Figura 4. Isotherma de adsorción de Freundlich

En la Figura 4, se puede ver que los datos experimentales están perfectamente correlacionados con la isoterma de Freundlich mostrando un valor de $R^2 = 0,983$. Es posible afirmar que la superficie de la zeolita sintética Gis-NaP presenta una superficie heterogénea y que posee sitios de adsorción con distintas afinidades. Primero, se ocuparán las posiciones de mayor afinidad y luego lo harán las restantes generando la formación de una multicapa (Abatal et al., 2019). Su capacidad máxima de adsorción, considerando su superficie heterogénea; es de 124,4 mg/g cuando se tiene una concentración en el equilibrio de 42,4 mg/L de Pb^{2+} .

La Tabla 5 presenta los valores de las constantes relativas a las isotermas de Langmuir, Freundlich, Dubinin-Radushkevich y Temkin; con los respectivos coeficientes de correlación (R^2) para los valores experimentales en el equilibrio.

La Tabla 5 muestra que el valor obtenido de $1/n = 0,82$ se encuentra entre 0 y 1, indicando que existe una buena capacidad de adsorción de la zeolita Gis-NaP para el catión Pb^{2+} . La relación entre el exponente de Freundlich ($1/n = 0,82$) y el factor de separación de Langmuir $RL = 0,0004$ y $0,00005$, para las concentraciones iniciales de 54,5 y 872,0 mg/L de Pb^{2+} respectivamente, confirman la existencia de una buena afinidad y una naturaleza de adsorción favorable para Pb^{2+} (Zhang et al., 2020).

Tabla 5. Valores de parámetros de las isotermas de Langmuir, Freundlich, Dubinin- Radushkevich y Temkin y sus correspondientes coeficientes de correlación (R^2)

ISOTERMA	CONSTANTES	VALOR	R^2
Langmuir	K_L (L/mg)	41,00	0,971
	$q_{m\acute{a}x}$ (mg/g)	6,09	
Freundlich	K_f (mg/g)	6,69	0,983
	$1/n$	0,82	
	n	1,22	
Dubinin- Radushkevich	β (mol ² /kJ ²)	0,03	0,865
	$q_{m\acute{a}x}$ (mg/g)	12,08	
	E (kJ/mol)	4,05	
Temkin	At (L/g)	0,61	0,941
	b_T	69,62	

El coeficiente de correlación correspondiente a la isoterma de Temkin $R^2 = 0,941$, indica que la distribución de energía de unión entre la zeolita y los cationes Pb^{2+} no es constante (Manzoor et al., 2019). La evaluación del comportamiento termodinámico del proceso de adsorción mediante la isoterma de Dubinin-Radushkevich revela un valor de $E = 4,05$ kJ/mol, indicando que el mecanismo de adsorción es por fisiorción (Lee et al., 2021). Para el caso del catión examinado, la adsorción es influenciada por su densidad de carga, su energía de hidratación y su radio iónico. Dado que el Pb^{2+} posee un radio iónico hidratado pequeño, ingresa fácilmente en los poros de la zeolita y alcanza los sitios intercambiables disponibles.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo, la zeolita Gis-NaP obtenida por tratamiento hidrotermal de residuos de ladrillo con soluciones de NaOH, fue identificada físico-químicamente. La adsorción del material zeolítico por el catión Pb^{2+} es del orden de 124,4 mg/g (95,1%) para una concentración inicial de 872,0 mg/L, y de 7,9 mg/g (97,4%) para una concentración inicial de 54,5 mg/L. De acuerdo al análisis de los valores experimentales, el modelo de Pseudo-primer orden ($R^2 = 0,9983$) describe mejor la cinética de adsorción. La velocidad de adsorción es proporcional a la diferencia entre las concentraciones de Pb^{2+} en solución y en la superficie de la zeolita.

El análisis de las isotermas de adsorción pone en evidencia que los resultados se ajustan perfectamente con la isoterma de Freundlich ($R^2 = 0,983$). Por tanto, se puede considerar que esta isoterma es la que gobierna el proceso de adsorción de Pb^{2+} en la zeolita Gis-NaP. Los sitios activos de la zeolita Gis-NaP son energéticamente heterogéneos y presentan diferentes afinidades. La adsorción se inicia en los sitios activos con mayor afinidad y son ocupados por el catión Pb^{2+} formando una capa. Sin embargo, los sitios libres restantes interactúan con el Pb^{2+} por medio de fuerzas de wander walls y dan lugar a la formación de otras capas (multicapas). El valor de la constante $1/n$ de 0,82, indica un proceso de adsorción favorable de Pb^{2+} en la superficie de la zeolita Gis-NaP.

REFERENCIAS

- Abatal, M., Córdova, A., Olguín, M.T., Vázquez-Alva, A., Vargas, J., Anguebes, F., & Vallejos, G.G. (2019). Sorption of Pb(II) from Aqueous Solutions by Acid-Modified Clinoptilolite-Rich Tuffs with Different Si/Al Ratios. *Applied Sciences*, 9(2415), 1-17. <https://doi.org/10.3390/app9122415>
- Ahmad, R., & Haseeb, S. (2017). Adsorption of Pb(II) on Mentha piperita carbon (MTC) in single and quaternary systems. *Arabian Journal of Chemistry*, 10, S412-S421. <https://doi.org/10.1016/j.arabjc.2012.09.013>
- Ali, I., El-Sheikhz, M., Salama, T.M., Bakr, F., & Fodial, M.H. (2015). Controllable synthesis of NaP zeolite and its application in calcium adsorption. *Science China Materials*, 58(8), 621-633. <https://doi.org/10.1007/s40843-015-0075-9>
- Araujo, E., Bastos, Ch., Ferreira da Rocha, C., Simoes, A., Valenzuela-Díaz, F., & Freitas Neves, R. (2014). Synthesis and Characterization of Zeolite NaP Using Kaolin Waste as a Source of Silicon and Aluminum. *Materials Research*, 17(1), 174-179. <http://dx.doi.org/10.1590/S1516-14392014005000035>
- Ayawei, N., Newton, A., & Wankasi, D. (2017). Modelling and Interpretation of Adsorption Isotherms. *Journal of Chemistry*, 2017, 1-12. <https://doi.org/10.1155/2017/3039817>
- Bhagwanjee, J., & Singh, D. N., (2011). A Review on Synthesis, Characterization and Industrial Applications of Flyash Zeolites, *Journal of Materials Education*, 33, 65 – 132. Obtenido de: https://www.academia.edu/21659710/A_REVIEW_ON_SYNTHESIS_CHARACTERIZATION_AND INDUSTRIAL_APPLICATIONS_OF_FLYASH_ZEOLITES
- Chisti, H.T.N. (2018). Heavy metal sequestration from contaminated water: A review. *Journal of Materials Environmental Sciences*, 9(8), 2345-2355. Obtenido de: <http://www.jmaterenvironsci.com>
- Ferrarini, S., Cardoso, A., Paprocki, A., & Pires, M., (2016). Integrated Synthesis of Zeolites Using Coal Fly Ash: Element Distribution in the Products, Washing Waters and Effluent. *Journal of the Brazilian Chemical Society*, 27(11), 2034-2045. <http://dx.doi.org/10.5935/0103-5053.20160093>
- Hernández Soto del Valle, J.E. (2019). *Programación en Excel para el análisis de ensayos experimentales de biosorción de contaminantes en medio acuoso*. Santa Clara, Cuba.
- Jiménez, I., Rondón, W., Rojas de Astudillo, L., Rojas de Gásque, B., Prin, J.L., Freire, D., Díaz, Y., Pino, K., & González O. (2017). Síntesis de Carbón activado a partir de Epicarpio de *Attalea macrolepis* y su aplicación en la Remoción de Pb²⁺ en soluciones acuosas. *Revista Internacional de Contaminación Ambiental*, 33(2), 303-316. <https://doi.org/10.20937/rica.2017.33.02.11>
- Kalak, T., & Cierpiszewski, R. (2019). Comparative studies on the adsorption of Pb(II) ions by fly ash and slag obtained from CFBC technology. *Polish Journal of Chemical Technology*, 21(4), 72-81. <https://doi.org/10.2478/pjct-2019-0042>
- Kobayashi, Y., Ogata, F., Saenjum, Ch., Nakamura, T., & Kawasaki, N. (2020). Removal of Pb²⁺ from Aqueous Solutions Using K-Tipe Zeolite Synthesized from Coal Fly-Ash. *Water*, 12, 1-12. <https://doi.org/10.3390/w12092375>
- Lee, M.G., Kam, S.K., & Lee, Ch. H. (2021). Kinetic and isothermal adsorption properties of strontium and cesium ions by zeolitic materials synthesized from Jeju volcanic rocks. *Environmental Engineering Research*, 26(2), 1-8. <https://doi.org/10.4491/eer.2020.127>
- Manzoor, K., Ahmad, M., Ahmad, S., & Ikram, S. (2019). Removal of Pb(II) and Cd(II) from wastewater using arginine cross-linked chitosan-carboxymethyl cellulose beads as green adsorbent. *RSC Advances*, 9, 7890-7902. <https://doi.org/10.1039/C9RA90094B>
- Nowak, P., Muir, B., Solinska, A., Franus, M., & Bajda, T. (2021). Synthesis and Characterization of Zeolites Produced from Low-Quality Coal Fly Ash and Wet Flue Gas Desulphurization Wastewater. *Materials*, 14(1558), 2-16. <https://doi.org/10.3390/ma14061558>
- Sánchez, R., Padilla, I., López, S., & López-Delgado, A. (2018). Al-Waste-Based Zeolite Adsorbent Used for the Removal of Ammonium from Aqueous Solutions. *International Journal Chemical Engineering*, 2018, 1-12. <https://doi.org/10.1155/2018/1256197>
- Ullah, M., Nazir, R., Khan, M., Khan, W., Shah, M., Afridi, S., & Zada, A. (2020). The effective removal of heavy metals from water by activated carbon adsorbents of Albizia lebeck and Melia azedarach seed shells. *Soil and Water Research*, 15(1), 30-37. <https://doi.org/10.17221/212/2018-SWR>
- Utami, A., Sugiarti, S., & Sugita, P. (2019). Synthesis of NaP1 and Faujasite Zeolite from Natural Zeolite of Ende-NTT as Lead (Pb(II) Adsorbent. *Rasayan Journal of Chemistry*, 12(2), 650-658. <http://dx.doi.org/10.31788/RJC.2019.1222056>
- Wang, J., Chen, Y., Wu, J., & Xingron, L. (2017). Controllable preparation of Zeolite P1 from metakaolin-based Geopolymers via Hydrothermal method. *Clays and Clay Minerals*, 65(1), 42-51. <https://doi.org/10.1346/CCMN.2016.064048>
- Zhang, M., Yin, Q., Ji, X., Wang, F., Gao, X., & Zhao, M. (2020). High and fast adsorption of Cd(II) and Pb(II) ions from aqueous solutions by a waste biomass based hydrogel. *Scientific Reports*, 10(3285), 1-13. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-60160-w>

BIOGRAFÍA

Marcelo Rodríguez V., Ing. Metalurgista, Magister en Ciencia de los Materiales, Doctor en Geoingeniería y Tecnologías Ambientales, Doctor en Ciencias y Tecnologías Medioambientales. Profesor Titular Principal de la Escuela Profesional de Ing. de Materiales. Integrante del Centro de Microscopía Electrónica UNSA. Jefe de Proyectos de

implementación de Laboratorio para investigación básica y aplicada. Publicaciones: Conversión Termoquímica y Análisis Microestructural de Briquetas Auto-reductoras, Síntesis de zeolita Linde F, mediante Tratamiento Alcalino con Potasa Caústica a partir de Roca de Origen Volcánico, Evaluación de la Capacidad de Intercambio Catiónico de Zeolita Natural o Zeolita Intercambiada con Sodio de formaciones Ignimbríticas.

Exposición al *Default*: Estimación para un Portafolio de Tarjeta de Crédito

Bambino-Contreras, Carlos ^{1,*} ; Morales-Oñate, Víctor ^{1,2,3,4}

¹Banco Solidario, División de Riesgos, Analítica de Datos, Quito, Ecuador

²Universidad de las Américas, Departamento de Economía, Quito, Ecuador

³Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Data Science Research Group - CISED, Riobamba, Ecuador

⁴Universidad Técnica de Ambato, Territorial Development, Business and Innovation Research Group - DeTEI, Ambato, Ecuador

Resumen: Este trabajo estima la exposición al incumplimiento sin hacer uso del factor de conversión de crédito, mecanismo habitual empleado en la literatura de estimación de pérdidas y sugerido por el Comité de Basilea. Para lograr este objetivo se ha identificado la distribución de probabilidad de esta variable (exposición al *default*), que posteriormente es estimada en partes ($EAD = 0$ y $EAD > 0$) mediante modelos lineales generalizados (logit y GLM-Gamma). Los resultados obtenidos son competitivos con los que se encuentran en la literatura. Esto muestra que la estimación simultánea de parámetros, así como la estimación separada arrojan resultados prometedores. Adicionalmente, el caso $EAD > 0$ es contrastado con un modelo MARS cuyo rendimiento es superior al GLM-Gamma. Estos modelos se aplicaron a un conjunto de datos de un portafolio de tarjeta de crédito de una entidad financiera del Ecuador.

Palabras claves: Pérdida esperada, Riesgo de crédito, Exposición al riesgo, Modelos lineales generalizados, Distribución Gamma, Aprendizaje Automático

Exposure to Default: Estimation for a Credit Card Portfolio

Abstract: This work estimates the exposure at default without using the credit conversion factor, a common mechanism used in the expected loss estimation literature and suggested by the Basel Committee. To achieve this objective, the probability distribution of this variable (exposure at default) has been identified, which is subsequently estimated in parts ($EAD = 0$ and $EAD > 0$) using generalized linear models (logit and GLM-Gamma). The results obtained are competitive with those found in the literature. This shows that the simultaneous estimation of parameters, as well as the separate estimation, give promising results. Additionally, the $EAD > 0$ case is contrasted with a MARS model whose performance is superior to GLM-Gamma. These models were applied to a data set of a credit card portfolio of a financial institution in Ecuador.

Keywords: Expected loss, Credit risk, Exposure at default, Generalized linear models, Gamma Distribution, Machine Learning

1. INTRODUCCIÓN

El negocio de intermediación financiera es una de las principales, sino la principal actividad de la industria bancaria, generadora de una parte importante de sus beneficios y como consecuencia generadora también de una parte importante de sus riesgos.

Este proceso de transformación de activos y pasivos o, en otras palabras, este proceso de intercambio (compra - venta) de riesgos en el que participan las entidades financieras está sujeto a una variedad de riesgos financieros y operativos. Uno de ellos el riesgo de crédito o de contraparte (*counterparty risk*), inherente a la gestión de carteras que tienen cuentas pendientes de cobro.

Si bien la palabra riesgo puede tener una connotación negativa, es posible usar una de sus tantas explicaciones etimológicas que

a la vez nos sugiere la forma del cómo se debe abordarlo. García y Sánchez (2005) señalan que el vocablo riesgo proviene del latín *risicare*: atreverse o transitar por un sendero peligroso. Es en este sentido que las instituciones financieras deben abordar la gestión de riesgo de crédito, porque el negocio bancario supone precisamente esto: arriesgarse o atreverse a entregar dinero a un deudor sabiendo que existe el peligro de no pago, pero con el objetivo de administrarlo de tal forma que se pueda obtener una rentabilidad generadora de valor para los dueños del capital o accionistas.

La teoría moderna del portafolio y por ende la actual administración del riesgo crediticio tiene como meta que su gestión permita buscar la rentabilidad que se adecúe al nivel de pérdidas esperadas que se esté dispuesto a asumir. Lo que se traduce en que un cliente con una mayor probabilidad de impago no se reduce a una negación sino a una correcta determinación del nivel de riesgo y por

*carlosbambino@yahoo.com

Recibido: 22/12/2021

Aceptado: 21/06/2022

Publicado en línea: 04/08/2022

10.33333/tp.vol50n2.08

CC 4.0

ende del precio (tasa de interés activa) para que se pueda obtener la rentabilidad esperada que compense el riesgo de crédito asumido. En este contexto, la medición de este tipo de riesgo se vuelve relevante, no sólo en su comprensión sino en su medición, desarrollando para esto varias metodologías de estimación de pérdidas.

Hace más de 20 años que el Banco JP Morgan publicó en su documento técnico Riskmetrics el concepto de Valor en Riesgo (VaR, por sus siglas en inglés), un modelo estadístico que permite medir cuantitativamente la pérdida máxima que puede experimentar una entidad financiera, con un nivel de confianza dado y en un horizonte temporal determinado (Phelan, 1997). Desde ahí hasta la actualidad, la medición del riesgo de crédito no ha tenido descanso en la búsqueda de mejoras permanentes de las técnicas empleadas en su estimación, porque el riesgo no se puede eliminar, pero sí se debe y puede administrar.

Una adecuada gestión permitirá optimizar el binomio rentabilidad-riesgo dado que existe una relación directa entre el nivel de riesgo que la entidad está dispuesta a asumir y el potencial de beneficios que se podrá generar (Elizondo y Altman, 2004).

El resultado final del análisis de riesgo de crédito es poder obtener el nivel de pérdidas de capital que una entidad puede alcanzar producto del incumplimiento (*default*) de sus prestatarios. Este incumplimiento no es otra cosa que el deterioro progresivo observado en los activos de la institución y que se termina traduciendo en lo que hoy se conoce como pérdida esperada (PE).

La PE de una cartera de créditos indica el monto de capital que se podría perder en un horizonte dado, como resultado de la exposición al riesgo de incumplimiento de pago y representa el costo de hacer el negocio crediticio. Estas pérdidas deberían estar cubiertas por las reservas preventivas o provisiones (Arias et al., 2006).

Pero, ¿es necesaria la medición y el control de riesgo de crédito en la vida real? La historia reciente nos responde que sí. En 2007, el mercado de créditos hipotecarios en EE.UU. dejó en evidencia la importancia de una adecuada administración y medición del riesgo. Las hipotecas subprime o hipotecas basura eran créditos otorgados a deudores con muy poca o ninguna liquidez ni solvencia para cubrir estas obligaciones y en donde las altas tasas de interés no compensaban el riesgo de crédito que se estaba asumiendo (Majid y Kassim, 2006). El análisis *post mortem* de estas operaciones crediticias dejó en evidencia que los préstamos se daban a personas con trabajos precarios lo que incrementaba el riesgo de no pago. Pero, mientras el mercado hipotecario estaba al alza, se disfrazaba con su crecimiento el peligro asumido y latente. La única preocupación era lograr empaquetar la deuda en títulos que pudieran ser ofrecidos a inversores con un gran apetito por el riesgo y que buscaban altos retornos.

Se puede apreciar que la utilidad de la gestión y cuantificación del riesgo de crédito es evidente. Esta cuantificación, considerando los enfoques más avanzados entregados por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, debe realizarse con base

en los conceptos de frecuencia y severidad de las pérdidas. Las pérdidas por este riesgo se dividen en esperadas y no esperadas o inesperadas, las primeras relacionadas con los requerimientos de provisiones por incobrabilidad, mientras que las segundas se asocian con el requerimiento de capital regulatorio mínimo por riesgo crediticio.

Basilea propone a las instituciones financieras elegir entre dos métodos para la medición del riesgo de crédito:

- Método Estándar: este enfoque plantea que los bancos realicen sus mediciones de riesgo de crédito empleando calificaciones o ratings provistos por externos, los cuales deben ser empresas calificadoras de riesgo con prestigio internacional. Para la estimación de los activos ponderados por riesgo de crédito, se aplicará a los saldos de cartera netos de provisiones específicas, un coeficiente de ponderación en función a esta calificación de riesgo.
- Método Avanzado basado en ratings internos (IRB por sus siglas en inglés): este enfoque a diferencia del anterior incorpora nuevos términos para la cuantificación del riesgo crediticio. La estimación de pérdidas, basada en modelos internos, deberá calcular los componentes del riesgo de una determinada cartera u operación de crédito, los cuales son: a) la probabilidad de incumplimiento o *default*, b) la exposición en caso de incumplimiento y c) la pérdida dado el incumplimiento.

Este enfoque avanzado o de ratings internos propuesto por Basilea para la medición del riesgo de crédito se expone en el siguiente apartado.

1.1 Basilea y la estimación de pérdidas para la administración de Riesgo de Crédito

En su documento técnico de julio de 2005, *An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions*, el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea explica la pérdida tanto desde una perspectiva *top-down*, es decir desde una visión de portafolio, como desde una *bottom-up* o desde sus componentes (Joseph, 2005).

Cuánto capital mantener es la clave de este ejercicio de estimación de pérdidas, pues las entidades financieras en su búsqueda de optimizar el binomio rentabilidad-riesgo tienen un incentivo para minimizar el capital que requieren porque al hacerlo se liberan recursos que pueden destinarse a inversiones rentables y aquí es cuando surge el *trade-off* entre riesgo y retorno, pues cuanto menos capital tienen las instituciones, mayor es la probabilidad de no ser capaces de responder a sus obligaciones porque las pérdidas experimentadas en un año fiscal no pueden ser cubiertas por la utilidad (beneficio) más el capital disponible, lo que puede conducir a una quiebra por insolvencia.

Basilea II propone, para determinar cuánto capital debe tener un banco en su enfoque IRB (*Internal Rating Based*), centrarse en la frecuencia de las insolvencias bancarias producto de las pérdidas crediticias que los supervisores bancarios están dispuestos a aceptar.

Mediante el uso de modelos estocásticos sobre un portafolio de créditos es posible estimar la máxima pérdida que se puede soportar con un nivel de confianza dado o en su defecto cuál sería ese nivel de pérdida que superará el capital de la entidad con una probabilidad pequeña y predefinida.

El número exacto de incumplimientos en un determinado año, el monto exacto adeudado al momento del incumplimiento o la tasa de pérdida real son variables aleatorias y las entidades bancarias no los pueden conocer de antemano, pero pueden estimar su promedio. El enfoque IRB de Basilea se fundamenta sobre estos tres parámetros de riesgo, los cuales se definen a continuación:

- Probabilidad de incumplimiento (PI o PD) por grado de calificación que indica el porcentaje promedio de deudores que incumplirán en este grado de calificación en el transcurso del año. La probabilidad de incumplimiento es función de un ratio de riesgo, un intervalo de tiempo y del momento específico del tiempo en donde se evaluará el evento de *default* o incumplimiento.
- Exposición en caso de incumplimiento (EAD) que proporciona una estimación del saldo pendiente de pago (montos recibidos más los posibles retiros que se puedan realizar a las líneas de crédito aprobadas) en caso de incumplimiento del prestatario. En otras palabras, su estimación debe considerar no sólo la deuda directa que mantiene el deudor, sino la exposición potencial de las operaciones contingentes que pueden volverse cartera en el futuro.
- Pérdida en caso de incumplimiento (LGD) que es el porcentaje de exposición que el banco podría perder en caso de incumplimiento del prestatario. La pérdida en caso de incumplimiento o severidad busca medir la pérdida que sufriría el acreedor después de haber realizado todas las gestiones posibles para lograr recuperar los créditos impagos.

Con estos tres factores, la pérdida esperada en montos monetarios se puede escribir como:

$$\text{Pérdida Esperada} = PD \times EAD \times LGD$$

1.2 Saldo expuesto al default en el contexto de Basilea y su tratamiento para un portafolio de tarjetas de crédito

La exposición o el saldo expuesto al incumplimiento o al *default* no es otra cosa que el importe de la deuda que está pendiente de pago al momento en que el prestatario cae en incumplimiento.

Por lo general, al momento del incumplimiento, suele ocurrir que la exposición coincide con el saldo impago de la operación crediticia, pero esto no es una regla absoluta. En productos con límites explícitos como las tarjetas de crédito, hay una proporción de este límite que no está en uso hoy, pero que puede usarse durante el tiempo que el deudor tarda en caer en *default*. Por tanto, el cálculo de la exposición debe incorporar no solo la parte del límite o cupo de la tarjeta de crédito que se está usando, sino también el potencial incremento de saldo que pudiera generarse

desde una fecha de referencia hasta el momento en que se declare impago.

Como consecuencia de esto, la EAD se obtiene como la suma del riesgo asumido de la operación más un porcentaje del riesgo no dispuesto respecto del límite disponible por el cliente. $EAD = \text{Saldo utilizado del límite o cupo disponible} + \text{Porcentaje del saldo no utilizado del límite o cupo disponible al momento del incumplimiento}$.

Este porcentaje se calcula a partir del *Credit Conversión Factor* (CCF) y en la literatura es común que la estimación de la EAD se reduzca a encontrar este Factor de Conversión. Se puede definir al CCF como el porcentaje sobre el saldo no dispuesto o no utilizado que se espera vaya a emplearse antes o hasta que se produzca el incumplimiento (Thomas et al., 2007).

Para la estimación de la EAD en el caso de las tarjetas de crédito, objeto de este estudio, Basilea II y III sugieren el uso de datos históricos que permitan evaluar el CCF, de tal forma que a partir del comportamiento reciente de los clientes se pueda, aunque parcialmente, conocer cuál será el saldo expuesto al *default*.

Si bien el acuerdo de Basilea no define como mandatorio el cálculo del CCF para estimar la exposición al incumplimiento, es una referencia recurrente a lo largo de la documentación generada por el Comité, esta aproximación hace que la precisión en la estimación de la EAD recaiga sobre la calidad de los modelos para el CCF.

No obstante, los modelos para estimar el *Credit Conversion Factor* han enfrentado importantes retos estadísticos dado que la distribución de esta variable no se ajusta a las distribuciones estadísticas estándar. Según Tong et al. (2016), las distribuciones del CCF tienden a ser bimodales con una función de probabilidad en cero y otra en uno, entre ambas una distribución relativamente plana (ver Figura 1).

Thackham y Ma (2019) definen el cálculo del Credit Conversion Factor como:

$$CCF = \frac{EAD - B_t}{L_t - B_t}$$

Siendo B_t el saldo empleado, L_t el límite de la línea de crédito y suponiendo que, en el tiempo t antes del *default* (t_d), una operación de crédito puede caer al incumplimiento en el periodo $t_d > t$ con un saldo $B_{t_d} = EAD$.

Esta expresión nos deja ver dos deficiencias substanciales: la primera es una singularidad inherente que indefinición al estimador para cuentas (líneas de crédito) totalmente desembolsadas y numéricamente inestable para aquellas que han sido usadas casi en su totalidad. El segundo problema es que el CCF puede exceder en valores al rango $[0,1]$ ¹ proporcionando estimaciones de la EAD que carecerían de intuición económica, situación que en la práctica se ha encontrado con frecuencia (Tong et al.,

¹Para entender mejor esta segunda deficiencia se puede reescribir la fórmula descrita por Thackham y Ma (2019) como $EAD = B_t(1 - CCF) + L_t \times CCF$

Figura 1. Característica de la distribución del Credit Conversion Factor después de haber realizado un truncamiento de la función (Tong et al., 2013)

2016). En palabras de Taplin et al. (2007), el CCF no es un modelo *universalmente apropiado* para la estimación de la EAD, proveyendo predicciones que *son poco sensibles desde el punto de vista del negocio y son también inconsistentes con la evidencia empírica*.

Gürtler et al. (2018) proponen mantener el cálculo del CCF, definido como una función del EAD, e indican las condiciones a cumplirse para poder utilizarlo. No obstante, así planteado, el EAD sigue siendo un cálculo imprescindible para implementar su propuesta. Dado que LGD también se presenta como una distribución bimodal, trabajos como Li et al. (2020) se enfocan en su estimación, y sostienen que su propuesta también puede ser usada para la estimación de la EAD.

Papouskova y Hajek (2019) proponen la estimación de la pérdida esperada (EL) mediante un modelo de riesgo crediticio de dos etapas que integra: (1) aprendizaje de conjunto (*ensemble learning*) de clases no balanceadas para predecir PD y (2) una predicción de EAD utilizando un *ensemble* de regresión.

Como se ha indicado previamente, la literatura y aplicaciones comunes realizan la estimación de la EAD como función de CCF, pero esta última es altamente bimodal y puede sesgar la estimación de EAD. Trabajos recientes como Tong et al. (2016) y Wattanawongwan et al. (2022) proponen estimar la EAD directamente, sin CCF. El presente trabajo también estima directamente la exposición al *default* y se ignora el habitual cálculo del CCF.

Para lograr esto, dado que la cantidad de saldo expuesto mayor a cero tiene una distribución sesgada a la derecha, la EAD se modeliza como una variable de respuesta continua, empleando un modelo de regresión lineal generalizado usando la distribución Gamma (Dobson y Barnett, 2018). Además, se usa un modelo Regresión Spline Adaptativa Multivariante como método alternativo el enfoque tradicional paramétrico de estimación. Posterior a

esto, la probabilidad de ocurrencia de una EAD con valor igual a cero se estudiará con un modelo logístico.

Finalmente, el desempeño de estos modelos es contrastado contra el saldo expuesto observado al momento del *default* del grupo de prueba y también contra el saldo expuesto observado de un grupo distinto de clientes en un periodo diferente al empleado para el grupo de construcción y prueba del modelo. Este trabajo utiliza un conjunto de datos reales de una entidad financiera ecuatoriana que tiene un portafolio de tarjetas de crédito.

2. METODOLOGÍA

Tanto desde la perspectiva de la gestión del riesgo como desde el punto de vista regulatorio, la estimación del riesgo de crédito es de gran relevancia. Este se basa en el análisis de las pérdidas esperadas (EL):

$$EL = PD(\%) \times LGD(\%) \times EAD(\$)$$

donde la probabilidad de incumplimiento (PD), la severidad (LGD) y la exposición del activo (EAD) juegan un papel fundamental.

En particular, Basilea II y III recomiendan que para la estimación de la exposición se use la proporción de la cantidad actual no utilizada que probablemente se utilizará en el momento del incumplimiento, o factor de conversión del crédito (Vytautas, 2008). No obstante, esta recomendación no es vinculante y trabajos como Tong et al. (2016), Taplin et al. (2007), Thackham y Ma (2019) y Wattanawongwan et al. (2022) han mostrado que la estimación directa de la exposición puede ser realizada sin necesidad de la utilización del factor de conversión.

Por ejemplo, Thackham y Ma (2019) proponen un modelo para la estimación directa de la EAD usando tres variables de resultado:

- El saldo pendiente de pago por parte del deudor al momento del *default*, entendido este como el saldo actual al incumplimiento más los intereses contabilizados a la fecha.
- El límite de la línea de crédito a la fecha del *default* y
- La fecha de incumplimiento

La estimación de los parámetros del modelo requiere la construcción de tres componentes: a) una regresión logística para predecir la probabilidad de una reducción en el límite de la línea de crédito; b) un modelo de mezclas finitas con dos densidades normales para predecir la EAD (transformada a escala logarítmica en base 10), dada una disminución del límite; y c) una regresión por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) para predecir el EAD transformado, sin una disminución del límite de la línea de crédito.

En este contexto, la estrategia de modelización del presente trabajo consiste en dos etapas que luego son combinadas para obtener una estimación final.

Cuando $EAD=0$, usa el modelo logit para la estimación. Después, si $EAD>0$, de un grupo de distribuciones candidatas se determina la distribución de probabilidad que más se ajusta al EAD observado. La elección de la distribución se basa en estadísticos de bondad de ajuste como Kolmogorov-Smirnov, Cramer-von Mises and Anderson-Darling (Stephens, 1974). Finalmente, una vez elegida la distribución de la variable respuesta, la estimación se realiza mediante un modelo lineal generalizado (GLM por sus siglas en inglés).

Además de la estimación del GLM para modelizar la EAD, este trabajo evalúa empíricamente métodos estadísticos alternativos y realiza un *benchmark* de los resultados obtenidos, específicamente, el modelo MARS. Trabajos como Tanoue et al. (2020) han usado exitosamente técnicas de ML en el contexto de riesgo de crédito.

2.1 Datos

Este trabajo presenta un esquema de modelización basado en datos de entrenamiento, prueba y validación. Este es un esquema que se usa ampliamente en la modelización de aprendizaje automático y ciencia de datos (Yadav y Shukla, 2016).

El conjunto de datos consiste en más de 200 mil observaciones de tarjeta habientes de un banco ecuatoriano. Los trabajos de Thackham y Ma (2019) y de Tong et al. (2016) se han basado en 2.144 y 10.271 observaciones, respectivamente. Este volumen de información ha permitido sin restricciones poder dividir la información de las cuentas en periodos. Se ha trabajado sobre dos periodos de observación, el primero es desde diciembre de 2017 hasta noviembre de 2018 con un total de 212.796 registros. Este grupo de cuentas sirve para la construcción del modelo y para obtener el grupo de prueba contra el cual se contrasta el resultado del modelo con la EAD observada.

El segundo periodo de observación se comprende desde diciembre de 2018 hasta noviembre de 2019 con 221.213 tarjeta habientes y es empleado únicamente para contrastar la precisión del modelo obtenido para el cálculo de la EAD con un grupo de clientes en un periodo distinto al de la población de construcción y prueba.

Junto con la muestra de clientes se obtienen o calculan variables explicativas que son empleadas en los modelos que se usan para la estimación de la EAD y su posterior validación. Este conjunto de variables se puede obtener tanto al momento del *default* (t_d) como a la fecha de referencia o de corte de la información (t_r), en este caso esta fecha es diciembre de 2017.

La siguiente lista muestra las variables que se consideran en los modelos para la estimación de la EAD:

- Límite o Cupo de la TC o Tarjeta de crédito - $L(t_r)$: Cupo asignado a la tarjeta a la fecha de corte.
- Cupo utilizado - $E(t_r)$: Cupo utilizado a la fecha de corte.
- Cupo no utilizado - $L(t_r) - E(t_r)$: Cupo de la tarjeta menos el cupo utilizado a la fecha de corte.

- Porcentaje de uso de la TC - $E(t_r)/L(t_r)$: Cupo utilizado a la fecha de corte dividido para el cupo asignado a la tarjeta a la fecha de corte.
- Tiempo al *default* - $t_d - t_r$: Fecha de caída al incumplimiento menos la fecha de corte.
- Segmento de riesgo - $R(t_r)$: Clasificación de riesgo medida por el score de comportamiento, a la fecha de corte.
- Promedio de días de atraso: Número promedio de días de no pago, medidos a los 3, 6, 9 y 12 meses anteriores a la fecha de corte.
- Porcentaje de cupo no usado de la TC - $(L(t_r) - E(t_r))/L(t_r)$: Porcentaje de cupo no usado a la fecha de corte dividido para el cupo o límite de la tarjeta a la fecha de corte.
- Cupo utilizado al *default* - $E(t_d)$: Cupo utilizado al momento del *default* o incumplimiento.
- Límite o Cupo de la Tarjeta de crédito (TC) al *default* - $L(t_d)$: Cupo o límite de la tarjeta de crédito al momento del incumplimiento.
- Incremento de cupo: Variable binaria que indica 1 si tuvo un incremento de cupo durante los 12 meses anteriores a la fecha de corte o 0 en caso contrario.
- Cambio absoluto en el cupo utilizado: Cambio en valor en el cupo utilizado calculado como la diferencia entre el Cupo utilizado a la fecha de corte menos el cupo utilizado 3, 6, 9 y 12 meses antes de la fecha de corte.
- Cambio relativo en el cupo utilizado: Cambio relativo en el cupo utilizado calculado como la diferencia entre el Cupo utilizado a la fecha de corte menos el cupo utilizado 3, 6, 9 y 12 meses antes de la fecha de corte dividido para el cupo utilizado a la fecha de corte.
- Segmento RFM: Clasificación de RFM (recencia, frecuencia y monto) a la fecha de corte.

La literatura alrededor de este tema en específico o en trabajos enfocados a calcular la probabilidad de *default* han trabajado con varios sets de variables como la calificación de riesgo del prestamista, el número de créditos otorgados, el límite de la línea de crédito, saldo, plazo, antigüedad del cliente, garantías, edad, género, ingreso, tipo de relación laboral, número de transacciones, valor de las transacciones, estado civil, lugar de nacimiento o lugar de residencia, cupo o límite utilizado, cupo o límite disponible, categoría de riesgo, atraso promedio, si ha tenido incremento de cupo o límite (Tong et al., 2016; Thackham y Ma, 2019; Li et al., 2019).

Nuestro artículo incorpora varias de estas variables trabajadas en la literatura y adiciona una en específico que recoge tres características que se relacionan directamente con el uso del saldo en el caso de las tarjetas de crédito. Esta variable es el segmento RFM, la cual categoriza a los clientes de la entidad financiera, tenedores de tarjeta de crédito en torno al comportamiento en la recencia (R) o el tiempo transcurrido desde la última compra;

la frecuencia de uso (F), es decir, el número de veces que ha comprado en el pasado y el valor monetario (M) o la cantidad de dinero gastada en total por el cliente con la línea de crédito.

Si bien esta variable RFM² tiene como finalidad identificar los mejores clientes para incrementar la venta, en este estudio queremos evaluar su incidencia en el uso del límite de la línea de crédito y, por tanto, el incremento en la exposición al momento del *default*. Los resultados intuitivos sugieren que un alto valor del RFM (cerca en la compra, mayor transaccionalidad y valor monetario) debería corresponderse con un mayor uso de la línea o cupo de la tarjeta, comprometiendo un mayor monto al momento del incumplimiento³.

2.2 Modelo Logit

Uno de los principales motivos de la amplia utilización del modelo logit es el hecho de que puede estimar modelos cuando la variable dependiente es binaria, es decir, toma valores cero o uno. Esta característica hace que el modelo de regresión lineal múltiple clásico no sea viable en este tipo de variables dependientes debido a que sus predicciones pueden tener valores negativos, así como valores superiores a uno.

Formalmente, la regresión logística o logit puede formularse como:

$$y = \begin{cases} 1 & \beta_1 + \beta_2 X_1 + \dots + \beta_k X_k + u > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Suponga un modelo con una variable explicativa x , entonces

$$t = \beta_0 + \beta_1 x$$

Ahora la función logística ($\sigma(t) = \frac{e^t}{e^t + 1} = \frac{1}{1 + e^{-t}}$) se puede expresar como:

$$p(x) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 x)}}$$

Donde $p(x)$ representa la probabilidad de que $y = 1$.

El modelo logit pertenece a la familia de los modelos lineales generalizados. Para observar este particular se define la inversa de la función logística:

$$g(p(x)) = \ln\left(\frac{p(x)}{1 - p(x)}\right) = \beta_0 + \beta_1 x,$$

Lo que indica que esta función define un modelo lineal a partir de la función logística de enlace.

²RFM model o modelo RFM es una técnica que busca segmentar clientes en función de tres atributos: Recencia, Frecuencia y Valor Monetario, con el objetivo principal de incrementar los ingresos de la empresa. Esta medida nos permite incorporar en un solo indicador la importancia de la transaccionalidad del cliente tanto en número como en valor monetario

³Los resultados del modelo confirman la intuición. (ver Tabla 1 variable Rfm)

2.3 Modelo Gamma

Sea y_i la EAD observada para el i -ésimo cliente, $i = 1, \dots, n$ (por simplicidad se omite el índice i en adelante); x denota la matriz de covariables observados para cada cliente. La función de densidad para y es mixta:

$$f(y) = \begin{cases} \pi & \text{si } y = 0 \\ (1 - \pi)g(y) & \text{si } y > 0 \end{cases}$$

donde $g(y)$ es la función de densidad de una distribución continua y π es la probabilidad de la EAD en cero, en este caso se usa un modelo lineal generalizado para variable dependiente con distribución Gamma.

2.4 Mars

MARS, o Regresión Spline Adaptativa Multivariante (*Multivariate adaptive regression spline*) es una forma de regresión introducida por Jerome Friedman (Friedman, 1991). MARS es una técnica de regresión no paramétrica y puede ser vista como una extensión de los modelos lineales que automáticamente identifica no linealidades e interacciones entre variables. El término MARS está protegido por derechos de autor y pertenece a *Salford Systems*. Para evitar violentar esos derechos, las implementaciones abiertas de MARS se suelen llamar *Earth* (El paquete earth en R (Milborrow, 2021)).

En este modelo (Izenman, 2008), $Y = \mu(\mathbf{X}) + \varepsilon$ donde $\mathbf{X}$ es la matriz de covariables y ε es el término de error con media cero. La función de regresión $\mu(\mathbf{X})$ es la suma ponderada de L funciones base:

$$\mu(\mathbf{X}) = \beta_0 + \sum_{l=0}^L \beta_l B_l(\mathbf{X}).$$

Cada función base (l):

$$B_l(\mathbf{X}) = \prod_{m=1}^{M_l} \phi_{lm}(X_{q(l,m)})$$

es el producto de M_l funciones *spline* univariantes $\{\phi_{lm}(X_{q(l,m)})\}$, donde M_l es un número finito y $q(l,m)$ es un índice que depende de la función base (l) y la función *spline* (m).

MARS es ideal para usuarios que prefieren obtener resultados similares a la regresión tradicional mientras capturan no linealidades e interacciones necesarias. Revela patrones importantes en los datos que otras técnicas suelen fallar en revelar. También construye su modelo uniendo pedazos de líneas rectas que mantienen su propia pendiente. Esto permite que se detecte cualquier patrón en los datos. Se puede utilizar para cuando se tiene variables de respuesta cuantitativa y cualitativa. MARS realiza, automáticamente y con gran velocidad: selección de variables, transformación de variables, detección de interacciones, testeo. Para detalles formales del modelo ver Yaseen et al. (2018).

3. RESULTADOS

La Figura 2 muestra el ajuste de diferentes distribuciones de probabilidad para la exposición. Se puede apreciar que se tiene

una variable con una fuerte asimetría positiva. Esta característica de la distribución descarta opciones de modelización más tradicionales como cuando se asume normalidad en la variable de respuesta, ampliamente estudiadas en textos de econometría clásica (Gujarati, 2012).

Figura 2. Distribuciones continuas candidatas para valores mayores a cero en la exposición

Una de las tareas centrales en el análisis de datos paramétrico responde a la elección del modelo que mejor se ajusta a los datos analizados (Forbes et al., 2011). Usando el paquete Ricci (2005), las distribuciones de probabilidad candidatas para el ajuste de la exposición fueron: Gamma, Inversa Gausseana, Log-normal y Weibull y se muestran en la Figura 2. La Figura 3 muestra el histograma de la variable analizada (EAD), así como las densidades estimadas para cada una de las candidatas. Se usa el criterio de Kolmogorov-Smirnov para evaluar la bondad de ajuste de donde se obtuvieron, respectivamente: 0.00533, 0.37897, 0.07263 y 0.00716. Este criterio indica que el mejor ajuste es el de la distribución Gamma.

Una vez identificada la distribución de probabilidad de la variable dependiente, se procede a la estrategia de modelización basado en dos etapas. La primera etapa consiste en estimar un modelo para valores de exposición igual a cero. Para este objetivo se usa un modelo logit. La segunda etapa consiste en la modelización de la exposición para valores mayores a cero usando la distribución gamma como supuesto distribucional de la variable dependiente y el modelo MARS. Los resultados del modelo logit se muestran en la Tabla 1.

El modelo elegido (ver Tabla 1) tiene un total de 6 variables, todas ellas son significativas a un nivel del 5%. La variable SegmentoTDC tiene 7 niveles que en conjunto, usando el test de Wald, son significativos al 5%. Respecto a los niveles, de manera individual, el nivel 6 es significativo al 5%, los niveles 1, 5 y 6 son significativos al 10% y los niveles restantes no son singificativos a estos niveles de significancia.

Este modelo nos permite identificar a los clientes cuya predicción de exposición sea igual a cero. Es decir, ante un nuevo conjunto de información, el primer modelo en estimarse es el logit. Los clientes que tengan una probabilidad mayor al umbral estimado se consideran con predicción igual a cero.

El umbral elegido para determinar la probabilidad de que la exposición sea igual a cero se realiza mediante la estimación de la curva ROC (*Receiver Operating Characteristic*) que indica el balance que existe entre la especificidad y la sensibilidad para cada punto de corte. Se elige el punto más cercano al par ordenado (0,1) porque estos valores indican una mejor clasificación. Cabe indicar que el área bajo la curva de este modelo es 94%, que es mejor mientras más cerca de 100% se encuentre. En los datos de prueba del modelo logit se obtiene una sensibilidad del 88% y una especificidad de 93%.

Tabla 1. Resultados del modelo logístico para la estimación de EAD = 0

	Estimate	Std.	Error z	Pr(> z)
(Intercept)	-5.334	0.216	-24.751	0.000
Rfm	-0.436	0.034	-12.981	0.000
Timetodefault	-0.015	0.003	-4.647	0.000
SegmentoTDC_Operacional1.	0.633	0.353	1.794	0.073
SegmentoTDC_Operacional2.	0.332	0.236	1.405	0.160
SegmentoTDC_Operacional3.	-0.211	0.186	-1.131	0.258
SegmentoTDC_Operacional4.	-0.019	1.047	-0.018	0.986
SegmentoTDC_Operacional5.	0.395	0.221	1.791	0.073
SegmentoTDC_Operacional6.	0.458	0.186	2.464	0.014
Absolute_change_drawn3	0.000	0.000	2.378	0.017
Relative_change_drawn3	-6.785	0.322	-21.102	0.000
Relative_change_drawn6	1.196	0.263	4.557	0.000

En la segunda fase de modelización, se estima un modelo de regresión basado en modelos lineales generalizados cuyos resultados se muestran en la Tabla 4 del Anexo A. Se puede apreciar que todas las variables de este modelo son significativas. Asimismo, la Tabla 5 del Anexo B muestra los coeficientes ajustados del modelo MARS.

La estimación comparada con lo observado en los datos de prueba del modelo gamma y MARS se presenta en la Figura 3. Se puede apreciar que la predicción tiene una distribución similar a la observada en ambos casos.

Figura 3. Predicción de EAD vs Observada en datos de prueba. Izquierda: Gamma. Derecha: MARS

Tabla 2. Resultados de medidas del rendimiento de los modelos estimados (Periodo 1)

	Gamma	Mars	Total (Gamma)	Total (Mars)
Pearson	0.555	0.806	0.578	0.808
Spearman	0.630	0.807	0.652	0.813
MAE	873.561	620.928	849.477	612.086
RMSE	1278.665	905.019	1255.909	900.391

Tabla 3. Resultados de medidas del rendimiento de los modelos estimados (Periodo 2)

	Gamma	Mars	Total (Gamma)	Total (Mars)
Pearson	0.533	0.810	0.563	0.813
Spearman	0.595	0.818	0.637	0.820
MAE	949.442	641.077	908.430	625.217
RMSE	1380.786	952.507	1338.925	935.376

Las Tablas 2 y 3 muestran cuatro medidas de rendimiento usadas para evaluar modelos cuya variable dependiente es cuantitativa (Burges et al., 2006). La correlación de Pearson y la correlación de Spearman indican mejores rendimientos cuanto más alta es. El MAE y la raíz del MSE son mejores cuanto más bajo es su valor. Como es de esperarse, se puede apreciar que las medidas de rendimiento del modelo presentan rendimientos más bajos en la medida en que se trabaja con valores no observados. Por ejemplo, la correlación de Spearman tiene un valor inicial de 0.630 en la fase de prueba del periodo 1 (Tabla 2). Pero en el periodo 2 (Tabla 3) es de 0.595, muestra una ligera disminución.

Es notorio que el uso del Modelo MARS supera considerablemente al modelo Gamma. Debe también destacarse que el modelo combinado (columnas *Total* de las tablas 2 y 3) muestra mejores valores de rendimiento que únicamente los modelos parciales que no toman en cuenta $EAD = 0$. Esto indica que el uso del modelo logit para predecir la exposición igual a cero aporta al rendimiento de las predicciones.

3.1 Discusión

De la literatura revisada, Tong et al. (2016), Wattanawongwan et al. (2022), Thackham y Ma (2019) y Papouskova y Hajek (2019) son los trabajos que más se alinean con la presente investigación debido a que los tres no requieren de la estimación del factor de conversión (CCF) para estimar la EAD. No obstante, Papouskova y Hajek (2019) se aleja de nuestro objetivo ya que su propuesta está dirigida a la estimación de la pérdida esperada (PD).

Tong et al. (2016), Wattanawongwan et al. (2022) y nuestro aporte estiman directamente la EAD de un portafolio de líneas de crédito. El primero lo hace en un banco del Reino Unido con datos mensuales desde enero 2001 a diciembre 2004, el segundo estima la EAD en un Banco de Asia con datos mensuales entre enero del 2002 y mayo 2007, mientras este trabajo lo hace en un banco ecuatoriano con datos mensuales desde diciembre 2017 a noviembre 2019. Un hallazgo común en las tres investigaciones es concluir que la EAD observada sigue una distribución gamma. Esta conclusión es importante porque es obtenida a partir de fenómenos que se observan en diferentes latitudes y horizontes

de tiempo, sugiriendo que esta sería la distribución *natural* de la EAD.

La estrategia de modelización que sigue el presente trabajo es diferente de la de Tong et al. (2016) y Wattanawongwan et al. (2022). Por un lado, sus propuestas estiman simultáneamente los parámetros para $EAD=0$ y $EAD>0$ mediante el modelo GMLSS (*Generalized additive model for location, scale and shape*). Por otro lado, nuestro aporte separa las estimaciones en dos etapas que luego son combinadas. La correlación de Pearson en Tong et al. (2016) es 0.798, en Wattanawongwan et al. (2022) es 0.937 y en nuestro trabajo es 0.813. Esto muestra que, como lo hacemos en nuestro aporte, la estrategia de modelización para la estimación de la EAD puede ser abordada de manera separada manteniendo resultados competitivos con los obtenidos en otros trabajos.

4. CONCLUSIONES

En los modelos de estimación de pérdidas por riesgo de crédito minorista (*retail credit risk*), la estimación de la probabilidad de *default* ha sido permanentemente el principal foco de investigación y la literatura es extensa no sólo en los documentos científicos sino también en los libros académicos que abordan este componente de la pérdida esperada. En cambio, la Exposición al *Default* (EAD) o Saldo Expuesto al Incumplimiento tanto en la industria financiera como en la literatura académica ha sido una de las áreas más débiles de medición y modelización por lo que este trabajo representa un aporte en el esfuerzo de medición del EAD.

La correcta medición de la EAD en un portafolio de tarjetas de crédito permite a la institución financiera reducir el riesgo de subestimación de pérdidas esperadas e inesperadas y por tanto tener un mejor control en la optimización de la evaluación del desempeño de la cartera, el rendimiento sobre el capital ajustado por riesgo, las decisiones relativas a la operación, el análisis de rentabilidad, así como a la toma de decisiones respecto a la estructura de capital.

En líneas de crédito como es el caso de la tarjeta, en donde hay una porción del límite o cupo de la línea que aún no se ha usado, la estimación de la EAD demanda considerar el porcentaje del saldo no utilizado al momento del incumplimiento. Para esto, calcular el CCF ha sido la regla general en la mayoría de las estimaciones realizadas. No obstante, estos modelos han enfrentado importantes retos estadísticos dado que la distribución de esta variable no se ajusta a las distribuciones estadísticas estándar, tienden a ser bimodales con una función de probabilidad en cero, otra en uno y una distribución relativamente plana entre ambas.

Sumado a lo anterior y siguiendo a Thackham y Ma (2019), existen dos deficiencias en el uso del CCF: la primera es una singularidad inherente que indefina al estimador para cuentas (líneas de crédito) totalmente desembolsadas y numéricamente inestable para aquellas que han sido usadas casi en su totalidad. El segundo problema es que el CCF puede exceder en valores al rango $[0,1]$ proporcionando estimaciones de la EAD que

carecerían de intuición económica. El presente trabajo emplea un modelo que omite el CCF como mecanismo de estimación de la EAD, eliminando las deficiencias asociadas al mismo y obteniendo buenas estimaciones.

Se ha mostrado a lo largo del trabajo que el primer desafío es la identificación de la distribución de probabilidad de la variable dependiente. Para lograr este objetivo se plantearon diferentes distribuciones candidatas y se evaluó la bondad de ajuste entre la variable observada y la distribución teórica propuesta.

Se ha demostrado que es posible la estimación de la EAD omitiendo el cálculo del Factor de Conversión de Crédito. Para este objetivo se ha empleado una regresión con modelos lineales generalizados dada una distribución Gamma en la variable dependiente y el Modelo MARS, resultando este último muy superior al primero.

Los resultados empíricos obtenidos con datos de entrenamiento han sido validados con dos muestras distintas, unos datos de prueba sobre el mismo periodo de la información de entrenamiento y unos datos de validación que corresponden a un periodo de tiempo diferente a los de entrenamiento y prueba, encontrando resultados estables en ambos casos, lo que significa que se puede implementar un modelo para la estimación de la EAD combinando los resultados obtenidos para cuando $EAD = 0$ y $EAD > 0$.

Como se ha indicado en la sección de discusión, los resultados obtenidos son competitivos con los que se encuentran en la literatura. Esto muestra que la estimación simultánea de parámetros, así como la estimación separada ($EAD = 0$ y $EAD > 0$) arrojan resultados prometedores y a la vez dejan la puerta abierta a futuras investigaciones para aquellos investigadores interesados en llegar a un consenso en cuanto a estrategia de modelización.

Otro elemento que puede ser de interés en futuras investigaciones es la identificación e incorporación de un conjunto mínimo de covariables que deban incluirse en los modelos independientemente de la estrategia de modelización. Las covariables que hemos usado responden a investigaciones previas y a nuestra experiencia en el sector. Sin embargo, de nuestra revisión de literatura, la identificación de determinantes de la EAD sigue siendo una pregunta abierta y al momento la elección de variables se ha realizado tanto a través de criterio experto como estadístico.

Este trabajo puede ser un insumo importante para la estimación más fina de las pérdidas en la cartera de clientes de tarjeta de crédito en Ecuador y puede ser utilizado por la institución de tal manera que permita cumplir con la normativa vigente, así como tener resultados más precisos desde el punto de vista estadístico.

REFERENCIAS

- Arias-Serna, M. A., Guzmán-Aguilar, D. S., y Valdez-Betancur, D. (2021). Sistema de información para la cuantificación de pérdidas esperadas: Una aplicación en las entidades del sector solidario colombiano. *Revista Ibérica de Sistemas y Tecnologías de Información*, (E39), 444-460.
- Burges, C., Ragno, R., y Le, Q. (2006). Learning to rank with nonsmooth cost functions. *Advances in neural information processing systems*, 193-200.
- Dobson, A. J., y Barnett, A. G. (2018). *An introduction to generalized linear models*. Nueva York: CRC press.
- Elizondo, A., y Altman, E. I. (2004). *Medición integral del riesgo de crédito*. México: Limusa.
- Forbes, C., Evans, M., Hastings, N., y Peacock, B. (2011). *Statistical distributions*. Nueva York: John Wiley Sons.
- Friedman, J. H. (1991). Estimating functions of mixed ordinal and categorical variables using adaptive splines. In: *New Directions in Statistical Data Analysis and Robustness*, Morgenthaler, Ronchetti, and Stahel, eds. Birkhauser.
- García Sánchez, M., y Sánchez Barradas, C. (2005). *Riesgo de crédito en México: aplicación del modelo CreditMetrics*. [Tesis de licenciatura no publicada] México: Departamento de Contaduría y Finanzas. Escuela de Negocios, Universidad de las Américas Puebla.
- Gürtler, M., Hibbeln, M. T., y Usselman, P. (2018). Exposure at default modeling—A theoretical and empirical assessment of estimation approaches and parameter choice. *Journal of Banking & Finance*, 91, 176-188. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2017.03.004>
- Gujarati, D. (2012). *Econometrics by example*. Nueva York: Macmillan.
- Izenman, A. J. (2008). *Modern multivariate statistical techniques. Regression, classification and manifold learning*. Nueva York: Springer.
- Joseph, M. (2005) A PD validation framework for Basel II internal ratings-based systems. En: Thomas L, Crook JN and Edelman DB (eds). *Proceedings of the ninth conference on Credit Scoring and Credit Control*.
- Li, Y., Li, Y., y Li, Y. (2019). What factors are influencing credit card customer's default behavior in China? A study based on survival analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 526, 120861. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.04.097>
- Li, P., Zhang, X., y Zhao, X. (2020). Modeling loss given default regressions. *Journal of Risk*, 23(1), 1-32. <https://doi.org/10.21314/JOR.2020.443>
- Shabri Abd Majid, M. and Hj Kassim, S. (2009), Impact of the 2007 US financial crisis on the emerging equity markets, *International Journal of Emerging Markets*, Vol. 4 No. 4, pp. 341-357. <https://doi.org/10.1108/17468800910991241>
- Stephen Milborrow. Derived from mda:mars by Trevor Hastie and Rob Tibshirani. Uses Alan Miller's Fortran utilities with Thomas Lumley's leaps wrapper. (2021). earth: Multivariate Adaptive Regression Splines. *R package version 5.3.1*. <https://CRAN.R-project.org/package=earth>

- Papouskova, M., y Hajek, P. (2019). Two-stage consumer credit risk modelling using heterogeneous ensemble learning. *Decision support systems*, 118, 33-45. <https://doi.org/10.21314/JOR.2020.443>
- Phelan, M. J. (1997). Probability and statistics applied to the practice of financial risk management: The case of JP Morgan's RiskMetrics. *Journal of Financial Services Research*, 12(2), 175-200. <https://doi.org/10.1023/A:1007926803627>
- Ricci, V. (2005). Fitting distributions with R. *Contributed Documentation available on CRAN*, 96, 1-24.
- Stephens, M. A. (1974). EDF statistics for goodness of fit and some comparisons. *Journal of the American statistical Association*, 69(347), 730-737. [EDFstatisticsforgoodnessoffit_andsomecomparisons](https://doi.org/10.1080/01621459.1974.10501459)
- Tanoue, Y., Yamashita, S., y Nagahata, H. (2020). Comparison study of two-step LGD estimation model with probability machines. *Risk Management*, 22(3), 155-177. <https://doi.org/10.1057/s41283-020-00059-y>
- Taplin, R., To, H. M., y Hee, J. (2007). Modeling exposure at default, credit conversion factors and the Basel II accord. *Journal of Credit Risk*, 3(2), 75-84.
- Thackham, M., y Ma, J. (2019). Exposure at default without conversion factors—evidence from Global Credit Data for large corporate revolving facilities. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 182(4), 1267-1286. <https://doi.org/10.1111/rssa.12418>
- Thomas, L., Crook, J., y Edelman, D. (2017). *Credit scoring and its applications*. Society for industrial and Applied Mathematics.
- Tong, E. N., Mues, C., y Thomas, L. (2013). A zero-adjusted gamma model for mortgage loan loss given default. *International Journal of Forecasting*, 29(4), 548-562. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2013.03.003>
- Tong, E. N., Mues, C., Brown, I., y Thomas, L. C. (2016). Exposure at default models with and without the credit conversion factor. *European Journal of Operational Research*, 252(3), 910-920. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.01.054>
- Vytautas, V. (2008). Estimating EAD for retail exposures for Basel II purposes. *Journal of Credit Risk*, 4(1), 79-110. <https://doi.org/10.21314/JCR.2008.069>
- Wattanawongwan, S., Mues, C., Okhrati, R., Choudhry, T., y So, M. C. (2022). A mixture model for credit card exposure at default using the GAMLSS framework. *International Journal of Forecasting*. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.12.014>
- Yadav, S., y Shukla, S. (2016). Analysis of k-fold cross-validation over hold-out validation on colossal datasets for quality classification. *2016 IEEE 6th International conference on advanced computing (IACC)*, 78-83. <https://doi.org/10.1109/IACC.2016.25>
- Yaseen, Z. M., Deo, R. C., Hilal, A., Abd, A. M., Bueno, L. C., Salcedo-Sanz, S., y Nehdi, M. L. (2018). Predicting compressive strength of lightweight foamed concrete using extreme learning machine model. *Advances in Engineering Software*, 115, 112-125. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2017.09.004>

BIOGRAFÍAS

Carlos Bambino Contreras, Economista por la Escuela Superior Politécnica del Litoral, Magíster en Economía por la FLACSO y en Riesgos Financieros por la UNIR. Docente en el Instituto de Banca y Seguros y trabaja como Director de Riesgos Financieros en el sector privado.

Víctor Morales Oñate, PhD en Estadística por la Universidad de Valparaíso, Magíster en Matemática Aplicada (USFQ), Economía del Desarrollo (FLACSO), Filosofía (PUCV), Riesgos Financieros (UNIR) e Ingeniero en Economía y Finanzas de la Escuela Politécnica Nacional. Trabaja en Analítica de Datos en el sector privado, es investigador y docente de programas de posgrado.

ANEXOS

Anexo A. GLM: Gamma

Resultados del modelo lineal generalizado con distribución gamma para la estimación del EAD mayor a cero

Anexo B. Mars

Resultados del modelo Mars para la estimación del EAD mayor a cero

Tabla 4. Resultados del modelo lineal generalizado con distribución gamma para la estimación del EAD mayor a cero

	Estimate	Std.	Error z	Pr(> z)
(Intercept)	0.002	0.000	107.661	0.000
Rfm	0.000	0.000	-85.855	0.000
Undrawnamount	0.000	0.000	5.115	0.000
Average_days_delinquent_3M	0.000	0.000	-15.294	0.000
Timetodefault	0.000	0.000	-12.283	0.000
SegmentoTDC_Operacional1.	-0.001	0.000	-48.630	0.000
SegmentoTDC_Operacional2.	-0.001	0.000	-47.393	0.000
SegmentoTDC_Operacional3.	-0.001	0.000	-36.441	0.000
SegmentoTDC_Operacional4.	-0.001	0.000	-38.050	0.000
SegmentoTDC_Operacional5.	-0.001	0.000	-38.693	0.000
SegmentoTDC_Operacional6.	-0.001	0.000	-27.299	0.000
Absolute_change_drawn3	0.000	0.000	-23.964	0.000
Relative_change_drawn3	0.000	0.000	4.971	0.000
Relative_change_drawn6	0.000	0.000	-1.888	0.059

Tabla 5. Resultados del modelo Mars para la estimación del EAD mayor a cero

Variables	Coefficientes
(Intercept)	-1443.5478
h(Rfm-7)	212.3675
h(Absolute_change_drawn3- -31.41)	130.7348
h(103.34-Absolute_change_drawn3)	-110.1749
h(Absolute_change_drawn3-103.34)	-14.7207
h(0.313667-Relative_change_drawn3)	20932.3912
h(Relative_change_drawn3-0.313667)	-13814.0467
h(Absolute_change_drawn3-31.41)*	
h(Relative_change_drawn3-1.47706)	102.5315
h(Absolute_change_drawn3-31.41)*	
h(1.47706-Relative_change_drawn3)	-101.2973
h(-10.26-Absolute_change_drawn3)*	
h(0.313667-Relative_change_drawn3)	168.1839
h(103.34-Absolute_change_drawn3)*	
h(Relative_change_drawn3-0.350793)	186.9744
h(103.34-Absolute_change_drawn3)*	
h(-0.350793-Relative_change_drawn3)	-170.7754
h(103.34-Absolute_change_drawn3)*	
h(Relative_change_drawn3-0)	-994.0103
h(103.34-Absolute_change_drawn3)*	
h(Relative_change_drawn3-0.10797)	99.5814
h(103.34-Absolute_change_drawn3)*	
h(Relative_change_drawn3-0.0303594)	512.9692
h(103.34-Absolute_change_drawn3)*	
h(Relative_change_drawn3-0.0417451)	298.6189
h(Absolute_change_drawn3-103.34)*	
h(Relative_change_drawn3-0.356966)	-102.5351
h(Absolute_change_drawn3-103.34)*	
h(0.356966-Relative_change_drawn3)	116.9814

INDEXACIONES

revistapolitecnica.epn.edu.ec

revistapolitecnica.epn.edu.ec
www.epn.edu.ec

ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

REVISTA
POLITÉCNICA

EPN
editorial

revistapolitecnica.epn.edu.ec
www.epn.edu.ec